氏名	細江　将太	論文題目	初等幾何における観察と発見

序

学校教育における数学の授業では、観察はあまり重視されていない。むしろ、証明をすることが多い。更に、証明と言っても外から与えられた命題を、与えられた方法で証明していることが多い。Polya,*Induction and analogy in mathematics* では、厳密な証明によって示される前に、まず観察によって発見されていると冒頭で紹介されている。ただ証明をしていくのではなく、自ら観察によって発見していくことが大切さが強調されている。ゼミではこの考えに基づいて、いくつかの題材から、観察を行い法則の発見を試みた。具体的には、

・オイラーの多面体定理について
・平面が、直線でいくつの領域に分けられるかについて
・２つの平方数の和で表される数について

である。

発見の為の基本的な考え方として、類似（analogy）、特殊化（specialization）、一般化（generalization）、振り返り（looking back）がある。今回は、これに基づいて、高校の数学Aの教科書にある問題から類似や一般化を試みた。

試みた内容は次の通り。

・「三角形」の外心を３辺で対称移動してできる三角形　→「四角形」版
・三角形の「外心」を３辺で対称移動してできる三角形　→「一般の点」版　→「無限遠点」版
・三角形の垂線の足からの「垂線の足と２頂点」の共円定理　→「垂線の足６点」の共円定理

1　数学における観察と発見

> $\cdots$ *Yet, in fact, as I shall show here with very good reasons, the properties of the numbers known today have been mostly discovered by observation, and discovered long before their truth has been confirmed by rigid demonstrations.* $\cdots$

今日知られている数の特性はほとんどが観察によって発見され、厳密な証明によってそれらの真偽を示すずっと前に見つけられていた。(*Specimen de usu observationum in mathesi pura* — Euler)

2　対称移動の問題

2.1　三角形の外心を３辺で対称移動してできる三角形

△ABC において、外心 O の３辺 BC，CA，AB に関する対称点をそれぞれ A′，B′，C′ とすると、△A′B′C′ ≡△ABC

2.2　四角形へ

一般の三角形では、合同な図形が出来上がった。次に、一般の四角形の場合ではどうなるか調べてみる。一般の四角形は必ずしも外心を持たない。円に内接する四角形のみ外心を持つので、その場合で考える。

定理

外心を持つ四角形 ABCD において、外心 O の４辺 AB，BC，CD，DA に関する対称点をそれぞれ A″，B″，C″，D″ とすると、四角形 A″B″C″D″ は平行四辺形になる。

2.3　外心以外の点ではどうか

2.4　無限遠点ではどうか

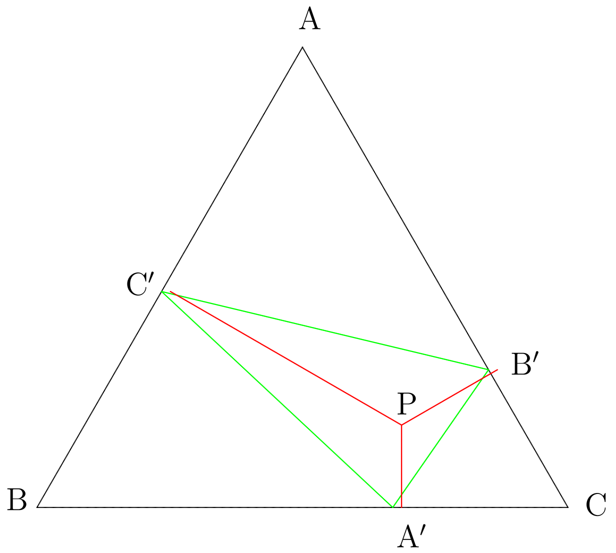
ある１点で、60 °ずつずれて交わっている３直線 a,b,c がある。この３直線に対して、任意の１点から下ろした垂線の足をそれぞれ A,B,C としたとき、△ ABC は正三角形である。

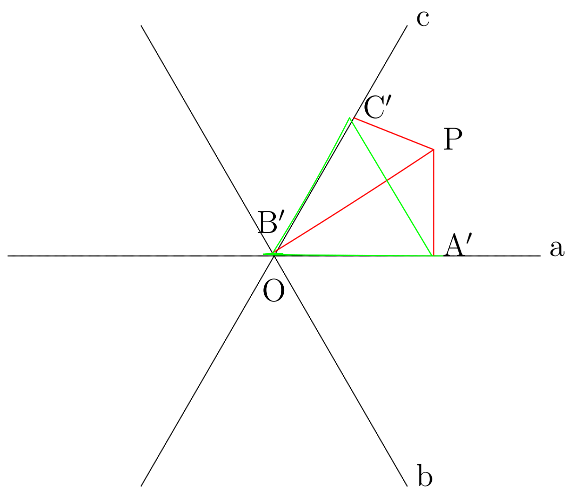
3　共円に関する問題

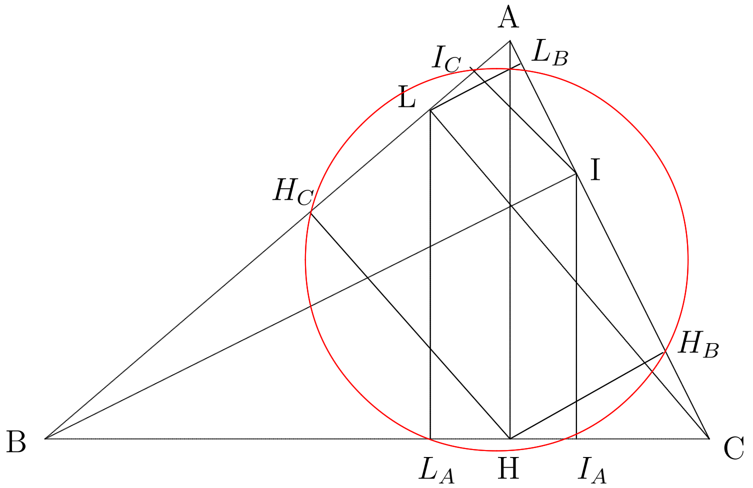
3.1　三角形の垂線の足からの垂線の足と２頂点の共円性

△ ABC において A から BC に下ろした垂線の足を H とし、H から AB、AC に下ろした垂線の足をそれぞれ P、Q とすると、４点 P、B、C、Q は共円である。

3.2　三角形の垂線の足からの垂線の足６点の共円定理







参考文献

[1] G.Polya:*How to solve it*, Princeton University Press, 1945

[2] G.Polya:*Induction and analogy in mathematics*, Princeton University Press, 1953

[3] 山本芳彦:新編数学 A, 啓林館, 2003