平成２７年度卒業研究概要

フェルマーの小定理に類似した合同式の性質について

初等教育教員養成課程　数学選修　岩月 優子

本論文では, フェルマーの小定理に類似した合同式を扱う. フェルマーの小定理とは, 次のような定理である.

定理. p を素数とする. $(p, a) = 1$ を満たす整数 n に対して

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

が成り立つ.

この定理をもとに, 本論文では次の定理を主定理とし, その証明をすることを目的としている.

定理 1. 2 以上の整数 a に対して, $a^n \equiv -1 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する.

更に, 考察対象とする合同式を取り替え, 次の 2 つの定理を証明した.

定理 3. $2^n \equiv -2 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する.

定理 5. $2^{n+1} \equiv -1 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する.

そして, この 2 つの定理を次のような形に拡張し問題とした.

問題 1. 2 以上の整数 a に対して,

(1) $$a^n \equiv -2 \pmod{n}$$

を満たすような自然数 n は無限に存在するか.

問題 2. 2 以上の整数 a に対して,

(2) $$a^{n+1} \equiv -1 \pmod{n}$$

を満たすような自然数 n は無限に存在するか.

これらの問題に対し, (1) を満たし $n \equiv a \pmod{2}$ となる n が無限に存在するならば, (2) を満たす n が無限に存在することを示すことはできたが, それぞれの問題については未解決である. これを今後の研究課題とする.