イプシロン　2021. Vol.63, 11 − 22

第５学年の正式な割合指導前における 児童の倍・割合の捉え方

愛知教育大学　山　田　篤　史
名古屋市立大清水小学校　木　下　　　匠

１．はじめに

割合は，小学校算数の中でも児童が困難を抱えがちな学習内容であろう。しかし，割合指導に関する研究知見が蓄積されてないわけではない。例えば，中村(2002)は，（同種の）割合の指導の研究に関する広範なレビューを踏まえて「乗除法と関連づけて数直線との関わりで指導を展開することが有効であることを示すものが多い」(p.19)と指摘しており，そうした指摘を踏まえてか，平成 20 年改訂期の『小学校学習指導要領解説：算数編』(文部科学省,2008,pp.143-144)には，図１のような比例数直線が掲載され，それ以降の教科書でも，倍を表す小数，×小数・÷小数，割合に関わる教科書紙面には，図１のような比例数直線（や図２のような図）が掲載されることが多くなったと思われる。

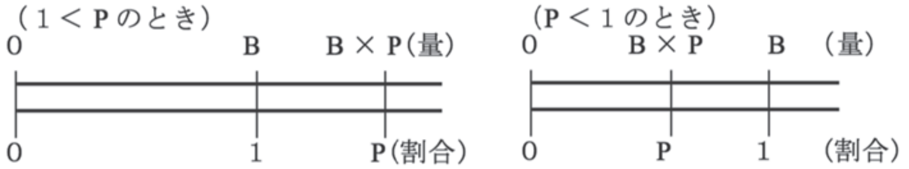


図１：比例数直線(文部科学省,2008,p.144)

こうした研究知見を踏まえた教科書の変化は積極的に受け入れてよいだろうが，一方では，様々な立場から，その理論的・実践的検証も為された方がよい。筆者は，表現研究の立場から，本誌『イプシロン』の 58・59・62 巻で，そうした諸概念の指導の困難性や方向性，更には，それらの概念形成を下支えする表現や活動について議論してきた(山田, 2016; 2017; 2021)。そしてそこでの議論は，例えば，第５学年の教科書の「×小数，÷小数」の単元に数多く掲載される図１のような比例数直線，あるいは，それらの単元に先立つ第４学年の「倍を表す小数」の単元に数多く掲載される図２のような２つのテープとそれらの倍関係を示す図が，必ずしも児童に十分に理解されているわけではない，という問題意識を背景にするものであった。というのも，図２は，平成 24 年の全国学力・学習状況調査の算数Ａ $\boxed{3}$（文部科学省/国立教育政策研究所, 2012)において，「赤いテープの長さは 120cm です。赤いテープの長さは，白いテープの長さの 0.6 倍です」という状況が示される中で，赤と白のテープの長さの関係を正しく表している図を４択の中から選ばせる問題の一部として出された図なのだが，その問題の正答率は 34.3%に留

まったのである。また，小学校５・６年生を対象にした熊倉他(2021)の調査でも，割合問題の解決の説明において図１のような比例数直線の使用は学年進行に従って減るという結果が出ており，中高生を対象にした同種の調査の結果も踏まえると，図１のような図に関して「学年が進むと，子どもはわかりやすい図とは考えない」(p.267)と評価しているのである。また，同調査の小学校６年生が解法の説明で比較的多く使用したのは，線分図やテープ図であったのだが，平成28年度全国学力・学習状況調査の算数A$\boxed{8}$（文部科学省/国立教育政策研究所, 2016)に登場した「全体に対する部分の割合」を示すシンプルな図３に関しても，児童は十分に解釈できるとは限らないようで，この問題の正答率は74.5%程度であったのである。

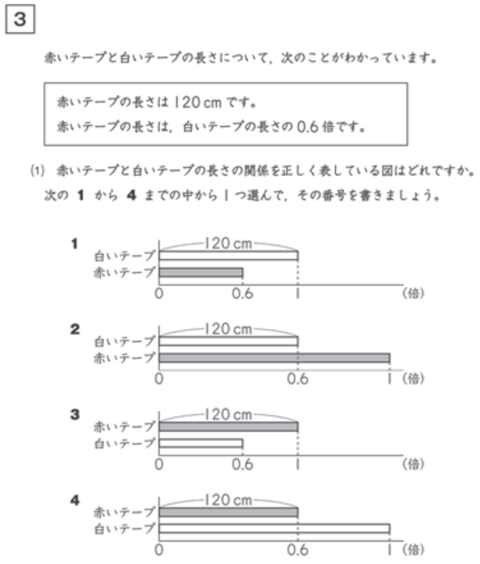


図２：２つのテープとそれらの倍関係を表す数直線(文部科学省/国立教育政策研究所,2012,p.186)

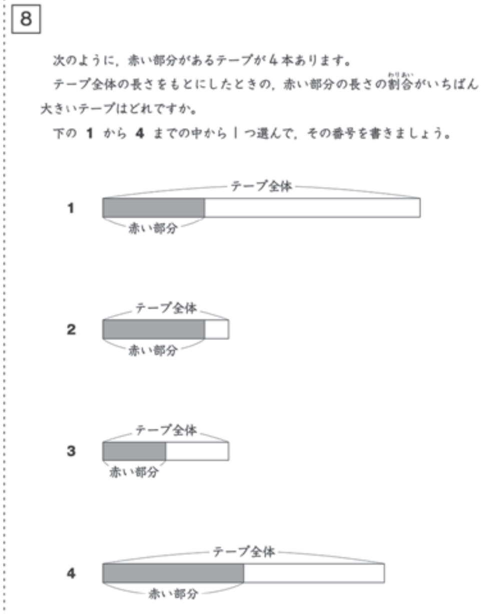


図３：H28全国学力・学習状況調査算数A$\boxed{8}$問題(文部科学省/国立教育政策研究所,2016,p.55)

中村(2002)は，「割合指導は難しいと言われている．しかし，その実態があまり明確になっていない．量的な研究はなされているが，子どもの認識を追究した質的な研究が不足している」(p.20)と指摘しているが，図２・３のような問題・図に対する理解の実態は，全国学力・学習状況調査によって，以前より明確になってきた側面がある。問題は，この種の調査結果を指導にどのように活かすかである。例えば，効果的な割合指導をデザインする意味では，これらの調査や調査結果を一つの参照対象にして，我々が実際に指導している児童たちが，何をどこまで理解しているか（しうるか）を確かめてみることは，もう少し手広く行われてもよいと思われるのだ。

そこで，本稿はその手始めとして，図２・３の全国学力・学習状況調査の問題を，第５学年の正式な割合指導前の児童に解いてもらった結果について報告し，その結果の割合指導への生かし方について議論してみたいと思う。

２．調査の方法

本研究では，令和３年 12 月に，教科書に従った正式な第５学年での割合指導に先立って，次の３つの問題を，あるクラスの児童（N=33 人）に解答してもらった。

第１問は，「『黒のテープの長さは，白のテープの長さの３倍』と『黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍』について，絵や図や言葉や式などを使って説明して下さい」という自由記述の問題である。一定程度の記述欄を設けて，児童には自由に回答してもらう問題であるが，ここでは「倍」（という用語）についての児童の素朴なイメージや，それに伴うインフォーマルな表現を（ただし，「倍」についてのある程度の指導を経ているため，プリフォーマルな表現も含んで）問う問題になっている。また，テープの長さとおもりの重さの２種の量の間の倍関係を問うものになっており，前者については，テープ図を描くことが容易に想像できるが，後者のおもりの「重さ」は直接的には不可視であるため，どのように説明するかは興味深い所である。

第２問は，上の図３の問題（平成 28 年度全国学力・学習状況調査の算数A $\boxed{8}$）をそのまま出題した。児童は，４年時に，比較量が基準量の（正の）整数倍になっているような「簡単な割合」について正式に学習しているが，比較量が基準量より小さな「全体に対する部分の割合」を考える場面については正式に学習していない。しかし，問題に数値が一切現れないこの問題であれば，類推を働かせて赤い部分の割合を考えることは可能だろうし，社会科の教科書等にある帯グラフやゲームのヒットポイントのゲージなどを見たことがあれば，学校生活・日常生活の中で類似の図を見たことがあることは想定もできる。第５学年の割合の導入時には，比較量が基準量より小さい場合も大きい場合もほぼ同時に扱って割合を導入するのが一般的であるが（ただし，細かく見ると，現行教科書の６社中５社がシュートの成功率などのような比較量<基準量の文脈から入り，その後直ぐに，定員に対する希望者の割合のような比較量>基準量が混合する場合を扱う紙面構成になっている），比較量<基準量の文脈であれば（つまり，全体に対する部分の割合だけを考えればよいのであれば），熊倉他(2021)の結果か示唆する通りテープ図に類似した図３の図は強力な思考・説明ツールになり得ると考えられる。その意味で，図３のような図を第５学年の割合指導の際に積極的に使えるかどうかは，見てみたいところでもあろう。

第３問は，上の図２の元の問題である，平成 24 年の全国学力・学習状況調査の算数A $\boxed{3}$ を，これもそのまま出題した。オリジナルの問題は，上の図２の問題に続いて「白いテープの長さを求める式を書きましょう。ただし，計算の答えを書く必要はありません」という問題が(2)番として付随しており，本研究でも，それと合わせて出題している。この種の図は，第４学年の小数÷整数の学習に付随する「小数倍」「何倍かを表す小数」「倍の計算」「小数と倍」等の小単元（あるいは独立した単元）に，全教科書で掲載されている図であり，図自体は，本稿の児童も（少なくとも教科書紙面上では）見たことがある図でになっている。

なお，出題の順番は上記の通りである。第１問のような記述問題は，児童によっては馴染みのない問題であろうが，本研究の興味は主として第１問にあったため，このような出題順序にしている。第２，第３問は全国学力・学習状況調査の選択型問題そのままであり，最後も式だけを書

かせる問題であるため，児童の心理的負担も第１問に比べれば少ないと考えられる。

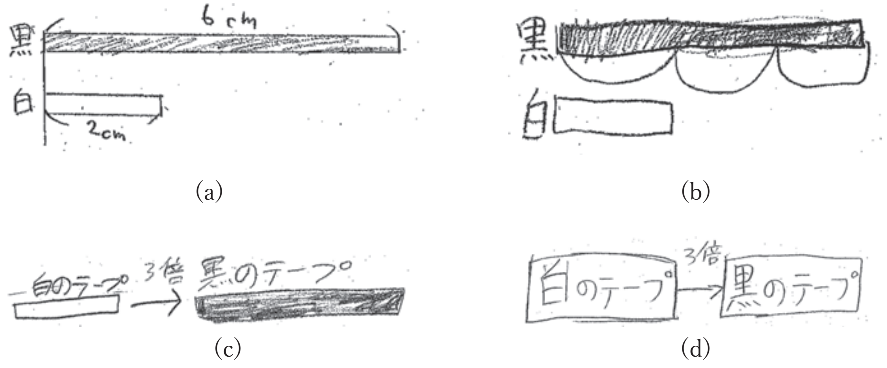
３．結果

3.1. 第１問：「テープの長さ」の問題の結果

第１問の「黒のテープの長さは，白のテープの長さの３倍」であることを自由記述で説明させる問題に関しては，予想通り，テープを実際に描いた図（本稿では「テープ図」として一括して扱うことにする）による説明がその大半であった（33名中25名）。ただし，その詳細は様々であり，３倍の関係を，図４aのように具体的な長さで示すもの，図４bのように目盛りで示すもの（またそれを１本のテープの図に集約して示すもの），図4cのようにテープの図に「３倍」や「×３」のような関係を示す文字や式を付して示すなどのパターンがあった。

この種のテープを実際に描く説明の中では，教科書や図４a,bのように，テープを縦に並べて描くものが大半であったが（25名中18名），図４cのように殆ど関係図のようにして図示するもの（あるいはそうした表現を組み合わせるもの）も一定程度いた（25名中4名）。一方，児童の使用教科書の関係からか，図４dのように，テープは図示せず言葉を伴った関係図のみで関係を説明する者が３名ほどいた。このように，図４cのような説明の図を関係図とすると，33名中７名（≒21%）が関係図に分類されることになり，少ない割合でないことは分かる。

また，33名中，テープ図に類する図による説明が25名で，図４dのような関係図による説明が３名であったが，残りの５名のうち１名は２つ目のおもりの問題との勘違い，１名は線分図による説明，残りの３名は，「□×３＝９」「白×３＝黒」「黒テープ×３＝白テープ」[注1]といった□の式や言葉の式を使った説明であった。



(a)　(b)

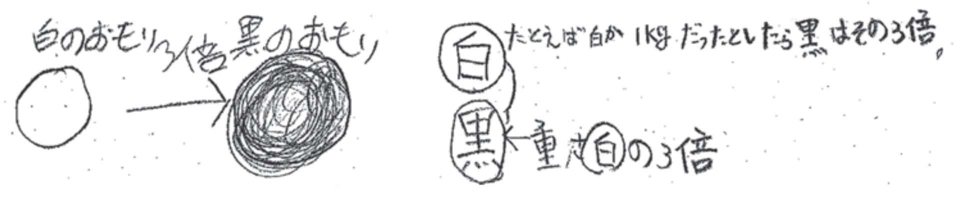
(c)　(d)

図４：「黒テープの長さは，白テープの長さの３倍」の説明に用いられた図の例

3.2. 第１問：「おもりの重さ」の問題の結果

第１問の「黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍」であることを自由記述で説明させる問題に関しては，こちらも予想通り，上記のテープの長さの関係の説明よりも更に多様な記述が出てくることになった。

比較的回答分類に困難が伴わない典型的な回答類型の一つと目されるものは，図４ｄのように，白黒のおもりの言葉によるラベルを矢印で結び，「３倍」のような関係を表す数値を書いた関係図による説明であり，33 名中９名がこの種の説明をした。なお，図５ａにあるように，白黒のおもりの重さを大きさで図的に表現しているが本質的に関係図と目されるものや，図５ｂのように，白黒のラベルを縦に並べる教科書から外れるような一例もここに分類している。



(a) (b)

図５：「黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍」の説明に用いられた関係図の例

因みに，これらの９名がテープの長さの関係に関してどのような説明をしたかは興味深い所である。９名中３名は図４ｄのような典型的な関係図を，２名は関係図に近い図４ｃのような図を，２名は図４ａのようなテープ図を描いており，これら７名の児童は，白黒のテープの長さの関係を正確に記述できていたようである。これらの児童は，教科書に登場する倍関係を表すプリフォーマルな表現を，既に十分使いこなせているように思われる。一方，残り２名のうち１名は，テープ図に分類されるものの白黒のラベルを矢印で結び「３倍」の文字を付したテープ図と関係図の複合的な図を，もう１名は２つのテープの関係を１本のテープ図に集約した図を描いて説明しており，教科書に登場する図からすれば，やや特殊な図を描いており，白黒のテープの長さの関係も正確には記述できていなかった。

もう一つの分類し易い回答類型は，専ら式や言葉だけによる説明であり，33 名中５名が，この種の回答であった。具体的な記述としては，「□×３＝９」や「９÷３＝３」のような式だけによる説明が２名（これらはいずれも白黒の判別が付かない点で回答としては誤りとなるだろう），「黒のおもり×３＝白のおもり」や「 白 ×３＝ $\boxed{黒}$ 」のような言葉の式によるものが２名（前者は 3.1 節の最後に紹介したものと同じ誤り），「たとえば，白のおもりが３ｇだとすると，黒のおもりは３ｇ×３倍＝９ｇになる」という言葉・文による説明が１名であり，特に，式や言葉の式だけの説明をした者はテープの長さに関しても同じ記述の仕方をしていた（そして，同じ誤りもしていた）。なお，後述の図６ｅにあるように，図に言葉の式を付随させるような説明をする児童もいたが，それらは，図と式のどちらが先にかかれているかで，分類の優先順位を判断するようにした。

一方，回答分類に困難が伴うものの一つが，図６のような，ある種の関係表現を伴った場面図(中原,1995)を用いた説明として分類できるような回答であり，33 名中 12 名がこの種の図によ

る説明であった。図６を見れば分かるように，これらの回答例の中身は実に多種多様である。図６ａのように，おもりの白黒が判別でき，それらの具体的数値も記載され，倍関係の表現もあるという，かなり洗練された図を描いた者もいれば（１名），図６ａのような図から「×３」のような倍関係の表現が削られ，例えば，30kg の黒のおもりと 10kg の白のおもりのようにおもりの重さを書いた者（２名），はかりの針で３倍を示した者（１名），図６ｂのように具体的数値が省かれたほぼ関係図と言ってもよいような図を描いた者もいた（１名）。また，図６ｃのように，おもりの具体的数値を付していたり，３倍の関係が記述できていたりするにもかかわらず，白黒の判別ができない回答をしたものが２名[注 2]，図６ｂに類似するもので「３倍」の文字はあるが同じく白黒の判別ができない回答をしたものが１名，また図６ｅのように場面図に言葉の式を付随させるような説明をしたものが２名いた（回答の正誤で言えば，前者２つは誤りと判断されるものだろうし，最後の１つも，最初に描かれている図だけを見れば誤りと判断されるものかもしれない）。残りの２名の説明は，図６ｆにあるように，同じ大きさの白丸１つと黒丸３つを並べるという，白黒の３倍の関係は把握しているが２つのおもりの重さの関係の表現としては問題があるような図によるものと，３つの黒丸を丸で囲んで「３倍」という文字だけを付した回答であった（もちろん，後者は２量間の関係を認識しているとは思われないが，「３倍」という数的関係表現があるという点で，本稿では，後述の図７の類ではなく図６の類として分類した）。

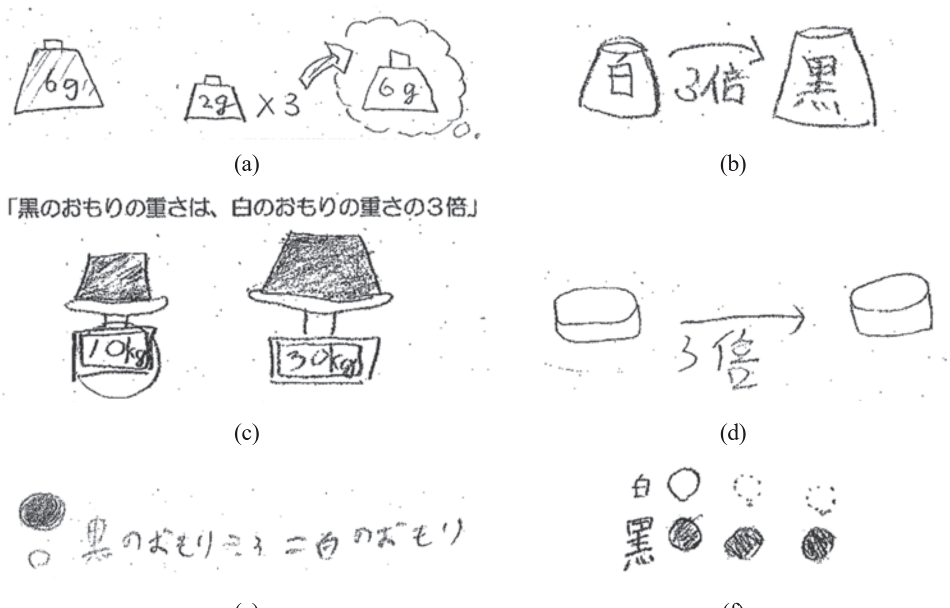


図６：「黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍」の説明に用いられた場面図の例

この問題において回答類型に困難が伴ったもう一つの回答群は，図７にあるように，場面図に類するものの「３倍」を示唆する数的関係表現がないような絵図のみによる説明であり，33 名中７名はこの種の回答であった（ただし，絵図は描いてあるが，何を表現しているか判別不能な

１名の回答も，この７名に含めている)。例えば，図７a では，白と黒のおもりの重さの大小関係が，白と黒の丸の大きさの違いによって表現されているものの，「３倍」のような数的関係表現は見当たらない（７名中５名はこれに似た絵図であった)。また，図７b は，かなり特異な表現で，白と黒のおもりの重さの大小関係が天秤の傾きによって表現されているものの，やはり「３倍」に相当する数的関係表現は見当たらない。本稿では，こうした絵図のみによる説明が一定程度現れたため，図６の類の説明とは別ものと考えることにした。重さのような表面的には不可視である量の関係を表現するためには，問題文中にもある「３倍」のような数的関係表現を，直接かつ明示的に示すことが最も容易であるとも考えられるのだが，この種の回答をした児童は，そうした関係の量的・数的表現に敏感でない可能性はあり，指導を考える上では注意が必要であろう（もちろん，児童は，その「３倍の関係」を「３倍」という言葉を使わず説明することが問題の趣旨と捉えたのかもしれないが)。

(a)　(b)

図７：「黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍」の説明に用いられた場面図の別の例

3.3. 第２問の結果

第２問は，平成 28 年度全国学力・学習状況調査の算数A$\boxed{8}$と同一問題であるため，その結果との比較は興味深いところかもしれないが，本稿の調査における被験者数の少なさからすれば，それらの単純な比較は危険である。むしろ，児童が解答に際して問題用紙に何を書き込んでいるかを検討できるという点の方が興味深いところであろう。

下の表１は，本稿で調査を行ったクラスの反応率と全国学力・学習状況調査の結果との比較である。本来，未習事項であるため，全国学力・学習状況調査の結果と比較して正答率（２番が正答）に若干の開きがある点は致し方ないと思われるが，分布自体には４番を選びがち（赤い部分が一番長い選択肢を選びがち）であるという似たような傾向が見て取れる。

そして，本調査で，４番を選択した上で問題用紙に書き込みがあった２例が図８である。図８a は，１・２番の選択肢の赤い部分の右端から下に伸ばした線と４番の選択肢の赤い部分を比較したことをうかがわせるものであり，図８b はそれが明確に分かるような書き込みを残している。図８b で興味深いのは，２・３番の選択肢のテープ全体（あるいは白い部分だけ）を１番か４番のテープの右端付近まで伸ばしている点である。図８a は，単純にテープ全体を考慮に入れず，赤の部分の長さだけで比較するという考え方だと解釈可能であろうが，図８b は，むしろテープ全体（あるいは白い部分）を明らかに考慮に入れており，「テープ全体が揃っていないと割

合や比較は考えられない」といった類の考え方が背後にあると解釈できるかもしれない。

表１：調査クラスにおける第２問の反応率と全国学力・学習状況調査における反応率

解答類型	解答度数 (N=33)	調査クラスの反応率 (%)	H28 全国学力・学習状況調査の反応率(%)
1	4	12.1	5.4
2	18	54.5	74.5
3	0	0.0	1.9
4	11	33.3	16.1
上記以外	0	0.0	0.1
無回答	0	0.0	2.0

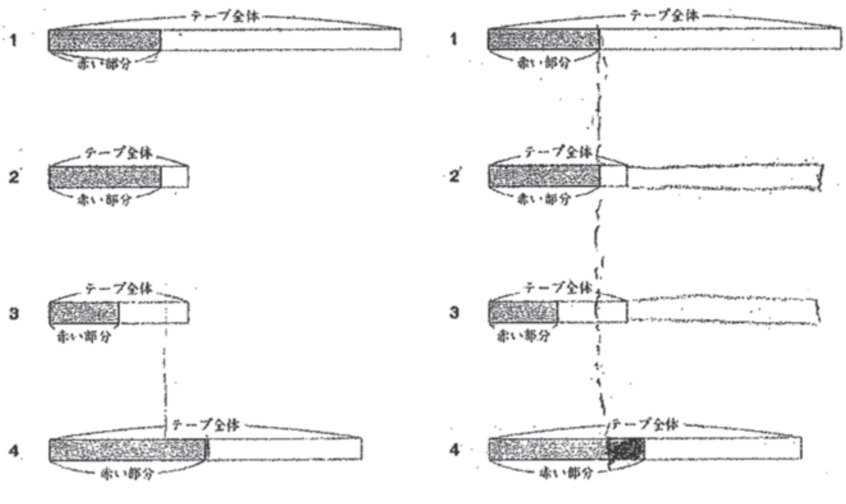


図８：第２問で４番を選択した解答（問題用紙）における書き込みの例

3.4. 第３問の結果

第３問は，平成 24 年度全国学力・学習状況調査の算数Ａ $\boxed{3}$ と同一問題であるため，まずは，3.3 節と同様に，全国学力・学習状況調査と比較可能な形で結果をまとめてみよう。

表２は，４択問題の(1)番における解答度数と反応率になるが，３番を選択する割合が高く，正答の４番を選択する割合がそれに続くという傾向は同じと見てよいだろう。全国学力・学習状況調査の結果と比較すると，前者が若干高く，後者が若干低いようであるが，この種の比較は，被験者数の少なさを考えると大きな意味を持たない可能性が高く，むしろここでは，その傾向が変わらないということにこそ意味があると考えられる。

表３は，「白いテープの長さを求める式を書きましょう」という(2)番の問題の解答類型・解答度数・反応率をまとめたものである。まず，全国学力・学習状況調査の結果と同様，本研究の調査でも，(1)番より(2)番の方が正答率は高かった。調査対象の児童にとっても，結局，図２のよ

うな図の解釈は難しく，むしろ文章題形式による関係把握の方が理解し易い可能性は高いようである。また，全国学力・学習状況調査では，「120×0.6」という式を書いた者が最も多かったのだが，今回の調査では，正答である「120÷0.6」を書いた者が最も多かった所は特徴的であるかもしれない。

なお，これら２つの問題解決にあたっては，(1)番の４択問題の図を解釈できなくとも，問題文だけから(2)番は解答できるし，その逆もまた然りであるため，両問題の解決における関連性は興味深い所である。そこで，平成 24 年度全国学力・学習状況調査の報告書にならって，両問題でのクロス集計を行ったのが表４である。表４を見る限り，(1)番と(2)番の正誤には，殆ど関連性は無いと見てよく[注 3]，多くの児童にとって，図２のような「図は必ずしも有用なものとはなっていないことが伺える」(山田,2016,p.24)という指摘とも整合するものであろう。

表２：調査クラスにおける第３問(1)の反応率と全国学力・学習状況調査における反応率

解答類型	解答度数 (N=33)	調査クラスの反応率 (%)	H24 全国学力・学習状況調査の反応率(%)
1	3	0.9	5.7
2	2	0.6	7.5
3	22	66.7	50.9
4 ◎	6	18.2	34.3
上記以外	0	0.0	0.3
無回答	0	0.0	1.2

表３：調査クラスにおける第３問(2)の反応率と全国学力・学習状況調査における反応率

解答類型	解答度数 (N=33)	調査クラスの反応率 (%)	H24 全国学力・学習状況調査の反応率(%)
120÷0.6 ◎	23	69.7	41.0
120×0.6	8	24.2	48.6
上記以外	1	3.0	7.0
無回答	1	3.0	3.4

表４：調査クラスにおける第３問(1)と(2)のクロス集計

		(2)		
		正答	誤答	合計
(1)	正答	4	2	6
	誤答	19	8	27
	合計	23	10	33

４．議論

表２～４及び平成 24 年度の全国学力・学習状況調査の算数Ａ$\boxed{3}$の結果を見る限り，「倍を表す小数」や「小数倍」の教科書紙面に登場しがちな，図２のようなテープ図と倍を表す数直線を

組み合わせた図は，児童にとって有効には機能していない可能性が高い。ただしこれは，その図自身が有効でないというより，標準的な教科書使用という指導上の制約によるものなのかもしれない。そもそも，図２に類する同じ図が，長期に渡って継続的に使用されるかどうかは，教科書に依存する（これは，第５学年の×小数，÷小数の単元以降では，図１のような比例数直線が一貫して使われる傾向にあることとは，かなり異なった状況である）。単元によっては微妙に異なる図が使用されたり，教科書によっては異なる図（例えば，関係図）が併用されたりするし，筆算の練習のようにそうした図の使用が継続的に訓練されることも滅多にないだろう。また，指導場面では完成された図が使用されがちな点も不利な要素である。２量をテープ図に写し取り（テープ図の長さに翻訳し），それらの倍・比例関係を数直線上に記録して図２に類する図を作っていくような指導を，教科書の完成された図から逆向きに考えて構想するのは容易ではないだろう。かといって，小数倍や簡単な割合の指導の場面から，いきなり図１のような比例数直線を導入するのも，児童にとっては心理的負担が大きいはずである。3.1 節の結果を見る限り，児童に「テープの長さ」の倍関係を問えば，かなりの児童が図２を彷彿とさせる図を描くのであるから，そうした図から指導する方が有効であるように思われるのだが，そうした２本のテープ図を１本に集約して２量間の関係を考えることは，表１の結果を見る限り，児童にとっては（特に図８a のように，全体量を無視して部分量だけで考えてしまうという児童にとっては）幾分困難を伴うようなのである。将来的に比例数直線の使用が自在にできることを目標にするのであれば，教科書使用からくる指導上の制約を自覚しつつも，多種の量を考える文脈で，図２から図１を丁寧に導入するような指導を目指すしかないだろう。具体的には，（そもそも図２のような図１の前段階に当たるような図が導入された経緯を想像して）図２のような２本のテープ図を描きつつも，それを１本に集約しながら両者の倍関係を考え，更にそれを数直線に置き換えて，徐々に全体が比例数直線に置き換わっていくような丁寧な指導が望まれるところであろう。

また，倍や割合の指導を，専ら図２や図１のようなテープ図や数直線図に頼ってしまうことは再考されてよいかもしれない。そもそも，２量の倍・比例関係は，当然ながらテープの長さ以外でも考えられるものである。3.2 節の結果を踏まえると，児童は，おもりの重さのような直接的には不可視の２量の倍関係をかなり多様な形で捉えており，「テープの長さ」の関係に対しては素直にテープ図を描くものの，「おもりの重さ」の関係に対しては，使用教科書の影響もあってか，関係図のような図を描きがちであった。それは同時に，２量間の関係を，かけ算の式のようなイメージを通して，基準量・割合(倍)・比較量の３項関係（あるいは，基準量・比較量の２項関係）で捉えている可能性が高いことでもあろう（これは，第３問の(1)番と(2)番が独立であることや，(2)番で立式の正答率が高いこととも符合することだろう）。重さという直接的には不可視の量の関係でも，２量間の関係を抽象的な３つの要素から成る式のイメージで捉えられていれば，説明でも関係図や式のような表現を使うだろうが，おもりの物理的外形や問題場面のイメージが強力であれば図６の場面図による説明になるだろうし，そこから「３倍」のような数的関係表現が欠ければ図７のような場面図による説明になってしまうというのが，本調査から推測さ

れる児童の倍・割合の捉え方の全体像である。

こうした推測を踏まえると，児童のインフォーマルな表現からプリフォーマルな表現である関係図へと至る指導の道筋も見えやすくなる。例えば，本稿の「おもりの重さの関係」を例にすれば，図７ａのような「(白と黒のおもりの重さという）２量の大小関係だけが表現された場面図」から始めて，図６ｂのような「大小関係に加えて数的（倍）関係を付与した場面図」，あるいは図６ａのような「具体的な２量の大きさが付与された場面図」を経て，図４ｄのような「(２量を考えている具体物や事象等の物理的属性が捨象された）関係図」へと図・説明を修正していく指導の道筋は，児童にとっても分かりやすいものではないかと思われるのだ（図９）。

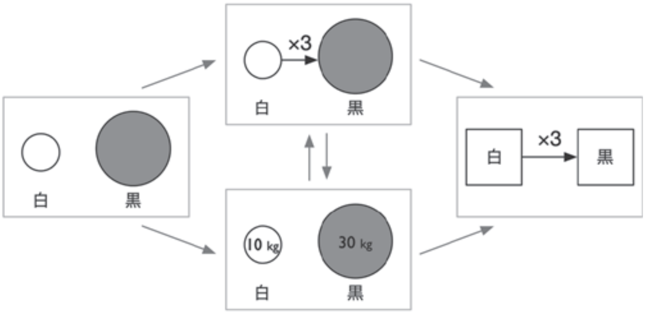


図９：児童のインフォーマルな表現からプリフォーマルな表現である関係図へと至る指導の道筋

４．おわりに

本稿では，「黒のテープの長さ（おもりの重さ）は，白のテープの長さ（おもりの重さ）の３倍」であることを自由記述で説明させる問題や図２・３の全国学力・学習状況調査の問題を，第５学年の正式な割合指導前の児童に解いてもらった結果について報告し，その結果の割合指導への生かし方について議論した。

本稿の調査の被験者においても，図２のようなテープ図と倍を表す数直線を組み合わせた図は有効には機能していない可能性が高いことは確認できた。ただし，図３の調査問題に関する結果（図８）を踏まえると，おそらく２本のテープの長さの量的関係を捉える所に困難が伴うようであり（児童は一方の量にしか目が向かない，あるいは全体量が揃っている場合にしか割合を考えられない)，そうした事態は，白黒のおもりの重さの関係を説明する際に「３倍」のような数的関係表現を欠いてしまうことがあるという結果（図７）とも整合するようでもあった。

また，被験者の使用教科書の影響もあってか，本稿の調査では，おもりの重さの関係を説明させる際に，関係図に類する図を用いた説明が多く見られたが，そこでの児童の倍・割合の捉え方を踏まえると，図９のような関係図を作っていく指導の道筋も示唆された。

こうした結果と考察を踏まえ，正式な割合指導に先だって児童が持っていると想定されるインフォーマルな表現からプリフォーマルな数学的表現への移行を促す指導の在り方について，更なる検討をしたり，その有効性を実践において確認したりすることは，今後の課題である。

注

［注 1］最後の「黒テープ× 3 ＝白テープ」は，児童の具体的な誤りの記述で，テープ図等を描いて説明した児童の中にも複数ある誤りであった。この種の誤りは，よく知られる「学生－教授問題」の困難（e.g.; Clement *et al.*(1981), Clement(1982)）の類と思われる。

［注 2］図５c の場合，10kg のおもりと 30kg のおもりの位置が反対である場合，直ぐ上の問題文との位置関係で白黒を示しているという解釈は可能であり，実際にそうした回答をしたものが１名いたが，今回は両者とも「白黒の判別ができないもの」として分類した。

［注 3］念のために，R で Fisher の正確検定を行ってみたところ（４や２の度数があるためカイ２乗検定は不適であろう），p 値は１と出た。表４から，ほぼ明らかであるが，両者は独立と見てよいだろう。

引用・参考文献

熊倉啓之, 國宗進, 松元新一郎, 早川健, 近藤裕(2021). 「小学生の割合の理解に関する調査研究」. 日本数学教育学会『第 54 回秋期研究大会発表集録』, pp.265-268.

中原忠男(1995). 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』. 聖文社.

中村享史(2002).「割合指導に関する研究の動向と今後の方向」. 日本数学教育学会誌『算数教育』, ***84*** (8), 14-21.

文部科学省(2008). 『小学校学習指導要領解説：算数編』. 東洋館出版社.

文部科学省/国立教育政策研究所(2012). 『平成 24 年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書』. 文部科学省/国立教育政策研究所. (http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/03shou-gaiyou/24_shou_houkokusyo_ikkatsu_2.pdf)

文部科学省/国立教育政策研究所(2016). 『平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書：小学校算数』. 文部科学省/国立教育政策研究所. (http://www.nier.go.jp/16chousakekkahoukoku/report/data/16pmath.pdf)

山田篤史(2016). 「数学教育における表現研究の立場からみた割合指導の困難性と方向性」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***58***, 21-34.

山田篤史(2017). 「表現研究の立場からみた「全体に対する部分の割合」の指導に関する一考察」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***59***, 19-26.

山田篤史(2021).「比・比例・割合の概念形成の一環としてのプリフォーマルな表現の理解を支える諸活動」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***62***, 43-52.

Clement,J.(1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education,* ***13*** (1), 16-30.

Clement,J., Lochhead,J. & Monk,G.S.(1981). Translation Difficulties in Learning Mathematics. The *American Mathematical Monthly,* ***88*** (4), 286-290.

謝辞：本研究は科研費（課題番号：20K02909）の助成を受けたものである。