

算数割合文章題の理解と解決を支援するコンピュータ操作による 線分図方略の開発

多鹿秀継 ・ 中津樗男 ・ 野崎浩成 ・ 伊藤俊一
(愛知教育大学心理学教室) ・ (愛知教育大学情報科学選修)

Computer-Based Diagrams as an Understanding Facilitator for Solving Ratio Word Problems

Hidetsugu TAJIKA ・ Narao NAKATSU ・ Hironari NOZAKI ・ Toshikazu ITO
(Aichi University of Education)

本研究の目的は、学習者である小学5年生自らがコンピュータを操作することによって、割合文章題の理解・解決時に使用する学習方略の1つとして知られている線分図方略を開発することであった。線分図方略の開発は、割合文章題の線分図効果を吟味した先行研究結果 (Tajika & Sakamoto, in press; 多鹿・山本, 1999) に基づいてコンピュータ化された。コンピュータ操作による線分図の作成は、最初に中央線のみがコンピュータのディスプレイに表示され、その後学習者がディスプレイの下部に表示されている作業選択パレットから、線分図を完成させるのに必要とする作業を選択してクリックし、かつ中央線上に置かれている区切り (割合の値を表現) を左右に操作して線分図を完成させるものであった。割合文章題として、問題の難易と問題の意味構造 (比の第2用法と比の第3用法) を組み合わせることによって、4タイプの問題各2問を構成して訓練問題とした。学習者がコンピュータを操作することによって、割合文章題全8問の線分図を完成する時間は、平均して1時間程度であった。なお、開発したコンピュータを操作することによって構成される線分図方略のソフトが割合文章題解決に効果的であるかどうかに関しては、現在要因配置の実験を工夫して実施中である。

キーワード：割合文章題，線分図方略，コンピュータ提示，学習者とコンピュータの相互作用

1 目的

本研究の目的は、学習者である小学5年生自らがコンピュータを操作することによって、割合文章題を理解し解決するときに、学習者が使用する学習方略の1つとして知られている線分図方略を開発することである。

一般に、子どもの算数文章題の解決過程は、文章題を読んで理解する理解過程と、理解した内容を立式して演算の実行をなす解決過程で構成されていることはよく知られている (例えば, Hinsley, Hayes, & Simon, 1977; Paige & Simon, 1966)。更に、Mayer と彼の共同研究者は、理解過程と解決過程に区分される算数文章題の2つの下位過程を各々2つの異なる下位過程に区分し、各々の下位過程に対応する課題を工夫して算数文章題解決過程を吟味した (Mayer, 1985, 1987, 1992; Mayer, Tajika, & Stanley, 1991; 多鹿, 1996)。

Mayer らの分析に従えば、まず算数文章題の理解過程に関しては、文章を読んで一文毎の意味を理解する変換過程と、文章題に記述されている内容に関連する知識を利用して文間の関係をまとめあげる統合過程に区分される。他方、算数文章題の解決過程は、文章

題の理解過程において構成されたメンタルモデルに基づいて、正解を得るための方略を選択するプラン化過程と、プラン化によって構成された式に基づき、演算を実行して解答を得る実行過程に区分された。

勿論、問題解決の一般的な過程は、理解過程から解決過程に直線的に進むだけではない。ある程度問題を理解してから解決を試み、必ずしも解決に至らないときにもう一度理解過程に戻って文章内容を理解し直し、問題解決を試みることもある。特に、算数文章題の理解過程から解決過程に至る過程においては、統合過程からプラン化過程へと課題の処理が常に一方向的に進むとは限らないであろう。おそらくは、統合過程とプラン化過程との間で複雑な交互作用を行っているであろう。本研究では、このような複雑な交互作用場面を考慮した学習方略の開発ではない。

通常、算数文章題の解決に向けて構成される学習者のメンタルモデルは、算数・数学に関する学習者の既有知識、換言すれば論理・数学的な知識 (例えば、部分-全体関係の知識や量の比較に関する知識) を問題内容の理解に適用して構成される。こうして構成されたメンタルモデルを、立式を行うために活性化された課題解決方略に関係する様々な知識に適用して立式されると考えられる。即ち、プラン化過程においては、

理解過程において構成された文章題のメンタルモデルに基づいて、正解を得るためにはどのような立式を構成すればよいかのプランを立てなければならない。この意味からすると、プラン化過程において構成される方略とは、解決のためのプランを練るという意味での方略であり、加減乗除を使用した四則演算の適用(様々な公式をも含めて)のプラン化を意味する。それ故、上述の議論から判断するとき、本研究で言及する学習方略とは、学習者の統合過程を支援する学習方略であり、問題を解く前の理解過程において文章題の内容の理解を十全のものにし、文章題解決の指針となる方略と位置づけることができる。

統合過程において利用される学習方略としては、様々な方略が知られている。例えば、線分図の作成、関係図の作成、といった図表現された手がかりを利用する方略(例えば、Tajika & Sakamoto, in press; 多鹿・山本, 1999; van Essen & Hamaker, 1990), あるいは言語的な方略(例えば、Hegarty, Mayer, & Monk, 1995; De Corte, Verschaffel, & De Win, 1985)を利用することが知られている。このような学習方略方略を利用することにより、学習者はメンタルモデルを構成して問題を解くことが可能となる。

それでは、線分図の基線(中央線)のみをコンピュータで提示し、小学5年生が中央線上に示された区切りを左右に移動することによって割合を明確にし、併せて他の項目に解答することで線分図を完成させ、結果として当該の割合文章題を適切に解くための手がかりとして利用できるような線分図を開発することが可能であろうか。

多鹿・山本(1999)は、子どもが割合文章題を理解する過程において、文章表現された内容と子ども自身が有する算数・数学の知識を統合して当該の文章題のメンタルモデルを構成するとき、子どもはどのような方略を選択・利用することによって、メンタルモデルを構成するのかを吟味した。その結果、授業等で割合文章題の学習方略が指導されている小学6年生の子どもであっても、割合文章題の問題タイプによって、学習方略を適応的に選択していること、また問題が難しくなってくると、線分図を描いて解くという回答が多くなり、学習者の作成する線分図は中央線を中心にした教科書に記述されている線分図であったことが示された。

また、Tajika & Sakamoto (in press) では、多鹿・山本(1999)で得られた成果に基づき、算数割合文章題解決における線分図作成の効果を吟味した。4要因の実験計画で、第1の要因は線分図作成の有無であった。作成する線分図は、中央線のみが与えられ、子どもが自身で問題文の内容に対応する線分図を構成する条件群か、線分図の作成教示の与えられない条件群であった。第2の要因は線分図作成に先立つ質問文の有

無であり、問題文を読んで質問に答える条件群か、質問が与えられない条件群であった。3種類の質問文が構成され、「この問題で、もとにする量は何ですか」「この問題で、くらべる量は何ですか」「この問題では、何を求めるのですか」であった。第3の要因は問題文の難易で、当該の問題の立式が1回の四則計算で構成される場合(例えば、 $\bigcirc\bigcirc \times \triangle\triangle$)と、2回の四則計算を必要とする場合(例えば、 $\bigcirc\bigcirc \times (1 - \triangle\triangle)$)であった。第4の要因は問題の意味構造で、比の第2用法と比の第3用法の2種類であった。比の第2用法とは比較量を求めるものであり、比の第3用法とは基準量を求めるものであった。第1と第2の要因は被験者間要因であり、第3と第4の要因は被験者内要因であった。

実験の結果、線分図作成の有無と質問文の有無の要因の交互作用が有意となり、線分図を作成することの効果が見出された。但し、交互作用が認められたことは、線分図を作成しても、それに先立って与えられる質問文に答える作業を行っておれば、作業記憶の処理容量の増加などによって、必ずしも線分図の作成が問題解決の正解に結びつかないことを意味していた。換言すれば、だれにも中央線のみが与えられ一定の手順に従って遂行される線分図作成課題は、問題理解に関わる子どもの知識を一方向に固定し、ステレオタイプ化した課題処理と化するであろう。このような状況において、線分図作成に先立って与えられる様々な質問に答えることにより、線分図作成に関わる子どもの知識の活性が十分になされなくなると考えられる。他方、線分図を作成することによって第2用法や第3用法の難問題の解決に効果も見られた。

こうして、線分図を子ども自らが作成することは、算数問題解決の下位過程の1つである統合過程において、子どものもっている論理・数学的な知識と文章題で表現される内容を統合しメンタルモデルを構成する場合に役立つ一方、割合文章題の問題タイプによっては学習方略を適応的に選択していることから判断すると、必ずしも学習者の全員に有効な学習方略とは位置づけ難いともいえる。

しかしながら、線分図作成の効果が認められない場合があるという後者の解釈が派生したのは、紙と鉛筆による線分図作成であった。子どもの作成する割合文章題理解のメンタルモデルは当然フレキシブルであり、子どもの間でその表象の内容が異なってもよい。ところが、紙と鉛筆による筆記式の線分図作成課題では、だれにも固定化された線分図作成手順を強いることとなり、割合の程度や作成の手順を自在に操作することができない課題と捉えることができる。それ故、コンピュータを自由に操作することによって線分図を作成させることは、子どもの多様なメンタルモデルの構成に有用であると考えられる。

2 方法

(1) 開発調査対象・開発調査時期

愛知県下の公立小学校5年生2クラスの合計54名が開発調査の対象として、コンピュータによって提示される線分図作成課題に取り組んだ。開発調査の時期は1999年2月の1カ月であった。小学5年生にとって、この時期は割合文章題を学習し終わった時期であった。

(2) 開発調査材料

本開発調査で使用した割合文章題は、8問で構成された。8問の割合文章題は、問題の難易(易, 難)と意味タイプ(比の第2用法タイプ, 比の第3用法タイプ)を組み合わせることにより構成される4種類の問題を各2問ずつから構成された。問題の難易や問題の意味タイプが何を意味するかは、本論文の「1 目的」の章を参照のこと。また、具体的な問題は、「3 結果と考察」の章に掲載した図1-1から図1-4を参照のこと。各図の中に、具体的な問題が記述されている。因みに、図1-1は2種類の比の第2用法の易問題、図1-2は2種類の比の第3用法の易問題、図1-3は2種類の比の第2用法の難問題、図1-4は2種類の比の第3用法の難問題である。

(3) 線分図開発の手続き

この支援プログラムの利用者は、既に学校にコンピュータが導入され、他の授業等でコンピュータを使ったことのある児童を対象としている。そのため、利用者に関しては以下の条件を前提とした。

- ①キーボードの操作は不慣れであるが、数字や短いアルファベットの入力可能。
 - ②マウスのクリック操作はできる。
 - ③フロッピーディスクの挿入や取り出しが行える。
- 支援プログラムは、次の点に留意して開発した。
- ①線分図の作成に関しては、キー入力の負担をできるだけ減らす。
 - ②子どもは試行錯誤を繰り返しながら、線分図を完成させる。鉛筆と消しゴムを使って行う作業を、コンピュータで行わせる。従って、書き直しや訂正が簡単に行えるようにする。
 - ③初期線分図として、中央に区切り線をもつ1本の基線(中央線)を図示しておき、それを基にして問題に応じた線分図を完成させる。この中央線の両端は固定されており、中央の区切り線を左右に移動させることによって割合を表現させる。
 - ④記録としては完成図のみを記録し、途中経過は記録しない。
 - ⑤都合のよいときに作業を終わることができ、再開もできる。また、以前に解答した内容を後日修正することもできる。

プログラムの開発はJAV A言語を用いて行った。これは学校に導入されているコンピュータの機種が様々であるため、どの機種でも動作する必要があると考えたためであった。

キー入力の負担を軽減するために、問題に出現する主要な項目を予め選択し、これらを画面下部の選択パレットとして図示した(図1-1から図1-4を参照のこと)。この選択パレットの内容は、問題毎に変化する。このため、児童は線分図に書き込む項目をマウスでクリックするだけであった。但し、解答に必要な数値や求める値の指示は児童に行わせるようにした。線分図への書き込みの方法は様々であるが、ここでは画面に提示される線分の範囲(青色長方形で提示される)をクリックすることで行うようにした。これは、線分範囲の指示誤りを防止したり、修正を容易にするためであった。

線分図の訂正は、取り消し操作(1つ前に書き込んだ線分の範囲を削除する)と上書き操作(既に書き込みのある線分の範囲に別のものを書き込めば、後者に書き替わる)のどちらの方法も可能になっている。

線分の区切りは、見やすいように赤色で表示した。この区切りは、線分図作成の任意の時点で左右に移動させることができ、それに応じて線分図が自動調整されて再描画される。

学習記録は、フロッピーディスクに記録することにした。個人の学習記録は、組、番号、性別、及び名前の組み合わせで識別された。

3 結果と考察

各問題の線分図を正しく作成し終えた結果を図1-1から図1-4に示した。繰り返しになるが、図1-1は2種類の比の第2用法の易問題、図1-2は2種類の比の第3用法の易問題、図1-3は2種類の比の第2用法の難問題、図1-4は2種類の比の第3用法の難問題の結果である。

各図の完成した線分を見ると、作成された線分図の違いが明確に理解できる。即ち、図1-1では、基準量が具体的数値として明示され、比較量が求められている。比較量が基準量の中にある場合(図1-1の上図)も、基準量を超える場合(図1-1の下図)も、共に基準量に割合を掛けることで求められることが理解できる。同様に、図1-2では、基準量が未知で比較量が具体的に数値として明示されている。この種の問題では、基準量は比較量を割合で割ることにより求められる。

図1-3と図1-4は共に難問題である。例えば、図1-3の線分図を見ると、図1-1の場合と同様に、比較量が基準量の中に含まれる場合(上図)と超える場合(下図)に区分される。更に、求める比較量は割

合の明示されている方の比較量ではなく、「 $1 - \bigcirc\bigcirc$ 」あるいは「 $1 + \bigcirc\bigcirc$ 」という四則計算を行ってから、基準量に計算の結果得られた割合を掛けることで求められる。図1-4の基準量を求める難問題の場合も同様である。難問題と命名したのは、易問題の解決に比べて、上記のような1ステップの余分な四則計算を必要とするからである。また、この作業が問題を難しくしているのである。しかしながら、子ども達がコンピュータを操作することによってこのような正解の線分図を構成することで、問題解決が容易になると考えられる。

最後に、子ども達の作業過程に関して述べておこう。子ども達は、最初作業選択パレットからクリックする作業に戸惑っていたが、コンピュータの課題に慣れるに従ってスムーズに課題を処理した。2回の訓練回数を子ども達に課したが、2回目はてきぱきと課題を処理した。基本的には、コンピュータの操作に慣れることではなく、問題理解のメンタルモデルを構成するための支援ツールの開発であるため、子どもにとって操作し難い課題では問題である。幸い、子ども達からは分かり易い作業であったとの評価を得た。

今後は、算数文章題解決を支援するためのコンピュータ利用環境（例えば、Cognition and Technology Group at Vanderbilt, 1999）を更に明確にすることが必要である。

4 引用文献

Cognition and Technology Group at Vanderbilt.
1999 Designing environments to reveal, support, and expand our children's potentials. In S.Soraci & W.J.McIlvane (Eds.), *Perspectives on fundamental processes in intellectual functioning. Vol. 1: A survey of research approaches* (pp.313-350). Stamford, CT: Ablex.

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Winn, L.
1985 The influence of rewording verbal problems on children's problem representation and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 18-32.

Hegarty, M., Mayer, R.E., & Monk, C.A. 1995 Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.

Hinsley, D.A., Hayes, J.R., & Simon, H.A. 1977 From words to equations: Meaning and representation in algebra word problems. In M.A.Just & P.A.Carpenter (Eds.), *Cognitive*

processes in comprehension (pp.89-106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R.E. 1985 Mathematical ability. In R.J.Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information-processing approach* (pp.127-150). New York: W.H.Freeman.

Mayer, R.E. 1987 Educational psychology: A cognitive approach. Boston: Little, Brown.

Mayer, R.M. 1992 *Thinking, problem solving, cognition*. Second edition. New York: W.H.Freeman.

Mayer, R.E., Tajika, H., & Stanley, C. 1991 Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison. *Journal of Educational Psychology*, 83, 69-72.

Paige, J.M., & Simon, H.A. 1966 Cognitive processes in solving algebra word problems. In B.Kleinmuntz (Ed.), *Problem solving: Research, method, and theory* (pp.51-119). New York: John Wiley & Sons.

多鹿秀継 1996 算数問題解決過程の認知心理学的研究 東京: 風間書房

Tajika, H., & Sakamoto, M. in press The effect of self-generated diagrams and question answering on solving ratio word problems. *Educational Technology Research*, 22.

多鹿秀継・山本克仁 1999 割合文章題解決における子どもの学習方略の吟味 愛知教育大学教育実践総合センター紀要, 2, 1-7.

van Essen, G., & Hamaker, C. 1990 Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research*, 83, 301-312.

5 付記

本研究は、平成 11 年度文部省科学研究費補助金（基盤研究 (C) (2)）、研究代表者：多鹿秀継、課題番号：10610107）の補助を受けて実施したものである。本研究を実施するに当たり、豊明市立館小学校の神谷晋校長先生、教務主任並びに 5 年生の担任の諸先生、及び 5 年生の皆さんには多大のご協力を頂きました。心よりお礼申し上げます。

線分図

名前: nakatsu 5年 3組 10番 性別: 男

まさお君の組全体の人数は、30人です。
 まさお君の組の男の子の人数は組全体の0.6倍です。
 まさお君の組の男の子の人数は何人ですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|----------------------|-----------------|
| 区切り線を左に動かす | 区切り線を右に動かす |
| まさお君の組全体の人数を線分図に書き込む | 男の子の人数を線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.6を線分図に書き込む |
| 取り直し | 次の問題へ |
| おわり | |

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

かず子さんの組には、虫歯のある人が25人います。
 組全体の人数は、虫歯のある人の1.6倍です。
 かず子さんの組の人数は何人ですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|--------------------|---------------|
| 区切り線を左に動かす | 区切り線を右に動かす |
| 虫歯のある人の人数を線分図に書き込む | 組の人数を線分図に書き込む |
| 1.6を線分図に書き込む | 1を線分図に書き込む |
| 取り直し | 次の問題へ |
| おわり | |

図1-1 線分図の完成結果（比の第2用法・易問題）

線分図

名前: nakatsu 5年 3組 10番 性別: 男

あきら君は妹におはじきを16個あげました。妹にあげた
おはじきの数は、はじめにもっていたおはじきの0.6倍です。
あきら君がはじめにもっていたおはじきの数はいくつですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|----------------------|------------------------|
| 区切り線を右に動かす | 区切り線を右に動かす |
| 妹にあげたおはじきの数を線分図に書き込む | はじめにもっていたおはじきを線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.6を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | |

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

まさ子さんは、はり金を工作に使いました。もとのはり金の長さは
84 cmで、それは使ったはり金の1.4倍です。
まさ子さんが使ったはり金の長さは何 cmですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|--------------------|--------------------|
| 区切り線を右に動かす | 区切り線を右に動かす |
| もとのはり金の長さを線分図に書き込む | 使ったはり金の長さを線分図に書き込む |
| 1.4を線分図に書き込む | 1を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | |

図1-2 線分図の完成結果 (比の第3用法・易問題)

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

たえ子さんは、お金を800円もっています。
 たえ子さんはもっていたお金の0.7倍を買い物で使いました。
 たえ子さんは、今、いくらお金が残っていますか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|------------------|----------------|
| 区切り線を左に動かす | 区切り線を右に動かす |
| もっていたお金を線分図に書き込む | 残りのお金を線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.7を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | 買ったものを線分図に書き込む |

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

よし子さんの学校の中庭には、花だんとしばふがあります。
 しばふの面積は300平方メートルです。花だんの面積は、しばふの0.8倍です。
 中庭の面積はいくらですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|-----------------|-----------------|
| 区切り線を左に動かす | 区切り線を右に動かす |
| しばふの面積を線分図に書き込む | 中庭の面積を線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.8を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | 花だんの面積を線分図に書き込む |

図1-3 線分図の完成結果 (比の第2用法・難問題)

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

今日までに本全体の0.4倍にあたるページを読みました。
 まだ、30ページ残っています。
 この本は、全部で何ページありますか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|-----------------|-------------------|
| 区切り線をおに動かす | 区切り線を右に動かす |
| 残りページ数を線分図に書き込む | 本全体のページ数を線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.4を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | 読んだ分を線分図に書き込む |

線分図

名前: tajika 5年 2組 33番 性別: 女

ひろし君は、色紙とはさみを買って、その合計代金350円はらいました。
 色紙のねだんは、はさみのねだんの0.4倍です。
 はさみのねだんは、いくらですか。

上の問題をあらわす線分図をつくりましょう。

| | |
|---------------|------------------|
| 区切り線をおに動かす | 区切り線を右に動かす |
| 合計代金を線分図に書き込む | はさみのねだんを線分図に書き込む |
| 1を線分図に書き込む | 0.4を線分図に書き込む |
| 取り消し | 次の問題へ |
| おわり | 色紙のねだんを線分図に書き込む |

図1-4 線分図の完成結果 (比の第3用法・難問題)