

小学校算数における社会数学的規範の構成過程に関する一考察

<修士論文要旨>

愛知教育大学 教育学研究科 数学教育専攻 数学科教育学領域

松田 翔伍

論文構成

序章 本研究の目的と方法	第3章 小学校第4学年「面積」における社会数学的規範の分析
第1節 本研究の目的	第1節 調査の概要
第2節 本研究の方法	第2節 第4学年「面積」で捉えた社会的規範
第1章 数学教育学研究における規範研究の現状と課題	第3節 第4学年「面積」で捉えた社会数学的規範
第1節 教室文化への着目	第4節 心理学的観点による補完－児童の数学的信念と価値－
第2節 社会的規範・社会数学的規範と児童の自律性について	第4章 考察
第3節 本研究の課題	第1節 社会数学的規範の発展を捉えること
第2章 社会数学的規範に関する解釈枠組み	第2節 相互作用のパターンとテーマのパターンに着目した構成過程の考察
第1節 P, Cobb による創発的観点をを用いた解釈枠組みについて	第3節 総括
第2節 相互作用主義の観点から	終章 まとめと今後の課題
第3節 数学的信念について－補完としての心理学的観点－	第1節 まとめ
第4節 数学的価値について－補完としての心理学的観点－	第2節 今後の課題
第5節 本研究における社会数学的規範の分析方法	データ
	参考・引用文献

序章 本研究の目的と方法

児童たちは、各々が価値判断を行い自ら考え行動する際に、学級で共有化している「規範」を拠り所とする。本稿の目的は教室文化を構成する要素の一つである規範、とりわけ、算数の授業に特有の規範（社会数学的規範）に着目し、教室文化において望ましい社会数学的規範の構成に対する示唆を与えることである。この目的に接近するための方法として、実際の授業を参与観察し学級内に構成された規範について議論することで、望ましい社会数学的規範の構成に対する提

言を行うことができると考える。まず本稿ではその前提として次章で述べる二つの課題を設定した(第1章)。この課題に応えるべく、文献的研究から導いた視点(社会数学的規範の要素, 相互作用のパターン)を用いることを述べる(第2章)。そして、愛知県の公立小学校第4学年のある学級に参与観察をし、実際に構成されている社会数学的規範について議論することで(第3章)、本研究の提言を行う(第4章)。

第1章 数学教育研究における規範研究の現状と課題

Cobb, P. & Yackel, E (1996)は、算数科に特有の規範をより一般的な社会的規範と区別して、社会数学的規範として提唱した。社会数学的規範の例は、「何を数学的な違いとみなすかについての了解」、「何を数学的に洗練されているとみなすかについての了解」、「何を数学的に効率的であるとみなすかについての了解」などである(Yackel, E. & Cobb, P, 1996, p.460)。これらの規範は、教師と児童たちによって相互作用的に構成される。

さて、McClain, Kら(2001)や熊谷(1998)では、社会数学的規範が教師と児童によって相互作用的に構成され、発展していく様相を詳細に分析しており、規範構成のための教師の役割について提言をしている。しかし、社会数学的規範を相互作用的に形成していくものと捉えた時、それは文脈と切り離すことができないものとなるため、提言された望ましい社会数学的規範形成のための教師の役割は一般性をもたない。そのように考えると、小学校低学年を対象にしている研究(Yackel, Eら, 1996; McClain, Kら, 2001)や、正当化の場面に焦点をあてた研究(熊谷, 1998)などがあるのみであり、多様な領域からの多くの事例が求められる。ここから本研究の課題の一つが導かれる。

課題(1) 社会数学的規範の発展を捉えること

規範に着目した研究は、算数の授業における学習規範に対する意識調査(佐藤, 2011)、中学校の図形領域における生徒の数学的規範についての調査(関口, 2005)など数も多い。しかし、これらは学級で形成されている規範を特定するものであり、その構成過程は不明確である。構成過程を明確にすることは、再現性という点から教師の具体的な支援の手立てを抽出する上で重要である。

課題(2) 社会数学的規範の構成過程の明確化

第2章 社会数学的規範に関する解釈枠組み

課題(1)へのアプローチ方法を述べていく。熊谷(1998)は小学校5年生の算数授業における正当化の様相を社会数学的規範の観点から考察しており、初期の授業で観察された社会数学的規範と、後の授業で観察された社会数学的規範の違いについて、数学的価値に着目してその発展を捉えている。このように「規範」に内包される「価値」を考察することは、「社会数学的規範の発展を捉えること」に対して妥当なアプローチである。なぜならば「規範」は、「価値」と概念的に密

接に結びついているためである。

さて、数学的価値とは、算数・数学を学ぶよさや、学問としての数学の特性という観点から説明できる（中島，1981；杉山，1991；ビショップ，訳書 2011）。また、価値には直接的に欲求の対象である場合を「目的価値」と呼び、欲求を満たす手段ないし条件として間接的にのぞまれる場合を「手段価値」と呼ぶ（見田，1966）。数学的価値についても同様に分類できる（小原，2000）。数学的価値を目的価値と手段価値に分類することは、教師が実際に授業を構築する際に意識すべき点を整理できるという利点がある（篠原，2013）。本研究では、社会数学的規範を捉えた際に、その規範がどのような数学的価値（目的価値，手段価値）を内包するか考察することで社会数学的規範の発展を捉えることを試みる。すなわち、社会数学的規範の要素として「目的」、「手段」を想定し考察する。

次に社会数学的規範の要素として挙げられるものとして、「場面」がある。社会数学的規範は、Cobb らが、シンボリック相互作用論やエスノメソドロジーなどの社会学に依拠する相互作用主義的観点を取り入れてつくられた概念であった。教室文化を説明する際に有効な概念の一つに、文脈状況表示性がある。（佐々木，2000）。つまり、規範は文脈とは切っても切り離せないものである。社会数学的規範の要素を記述する際には文脈を指し示すものが加えられねばならない。本稿では暫定的にそれを「場面」という言葉で表すことにする。

次に、発展した規範の形成過程を明確化することが可能と思われる「相互作用のパターン」の概念について述べていく。「相互作用のパターン」は、教師と生徒によって相互作用的につくられる規則性である（Voigt, 1995, p.178）。相互作用のパターンは、複雑で雑然とした教室における相互作用の行為の系列に対する分厚い記述を通してそれらを整理することで、教室の中の規範を浮き彫りにすることが可能である。同時に、拘束や数学的参加構造の構成過程に影響を与えた教師の行為や、児童の行為を解釈するための仮説を立てることも可能である。本稿では、相互作用のテーマ的パターンについても詳しく議論しており、分析の視点にもなっているが、ここで示す規範の分析には使用していないため省略する。以上の議論から、課題と分析の視点の対応は次のようになる。

課題(1)	社会数学的規範の発展を捉えること⇒社会数学的規範の要素(「場面」,「目的」,「手段」)
課題(2)	社会数学的規範の構成過程の明確化⇒相互作用のパターン, 相互作用のテーマ

第3章 小学校第4学年「面積」における社会数学的規範の分析

本調査の目的は、実際の授業の参与観察によって社会数学的規範を特定し、分析・考察の対象とすることで、望ましい社会数学的規範の構成に対する示唆を与えることである。分析の視点は、第2章で述べたものに加え、教師へのインタビューを行った。このインタビューのねらいは、望ましい社会数学的規範の構成に対する教師の役割を導くことに役立った。対象は、愛知県公立小学校第4学年（男子15名，女子23名）のある学級で行った、単元「面積」の授業である。

ここでは、紙面の都合上、その中でも【社会数学的規範 3-1（以下，規範 3-1）】、【社会数学的

規範 3-2 (以下, 規範 3-2)】に焦点をあて, 論じていく。

【社会数学的規範 3-1】

複合図形の面積を求める際, それぞれの解法の違いは式の違いで判断するものである。

【社会数学的規範 3-2】

複合図形の面積を求める際, それぞれの解法の違いは式の違いや図の違いで判断するものである。

【規範 3-1】は面積の 11 時間目の場面で構成されたことがうかがえた。話し合いの対象は発表された解法の類似性であった。まず, 最初に Rui が L 字型を左右に分ける考え方を発表した (⑩, Rui4 から 7)。続いて, Kouichi が発表した後, 教師は「Kouichi くん, 誰と似とる? これ。」(⑩, T51) と解法の類似性に注目させる発問をした。Rui が「これ (Rui の発表と, Kouichi

表 1 面積⑩における相互作用の行為の系列の一部

児童 (Kouichi) による発表【Ps】	Kouichi2,3
解の違いに着目させる教師の行為【Ft】	T51「誰と似とる? これ」
解が異なるかどうかの児童の解釈【Is】(式に着目)	Rui9「これって, 式, 反対になっただけ。」
教師による共感【Et】	T54「なるほど!」

の発表) って式, 反対になっただけ。」(⑩, Rui9) と式に着目する発言をしたが, 「だけ。」と述べるように, 異なる解法とは認めないニュアンスであった。Rui と Kouichi の解法は, L 字型を左右で二分割しているアイデアは同じであり, 式の表現に違いがある。表 1 はこの場面で見られた行為の系列である。これらのネゴシエーションは, 何が数学的な類似性とみなされるのかについての意味を共有化しているネゴシエーションである。そして, それぞれの解法の違いは, 式の違いを判断の基準としていた。よって【規範 3-1】が構成されていることがうかがえる。

表 2 面積⑫における相互作用の行為の系列の一部

児童 (Kyouyusuke) による発表【Ps】	Kyouyusuke1,2
解法が似ているかどうかの児童の解釈【Is】(図形に着目)	Rui9「ああ, 同じ図だった。」
児童 (Kouichi) による発表【Ps】	Kouichi1,2,3,4,5
児童の説明の仕方を価値づける教師の行為【Vt】	T23「まずは, 次になって素晴らしいですね。」
解法が似ているかどうかの児童の解釈【Is】(式に着目)	Cx6「全く同じ式。」

続いて, 【規範 3-2】は面積の 12 時間目の場面で構成されたことがうかがえた。まず, Kyouyusuke が補完の考え方を発表した。彼が発表用のホワイトボードを学級に見せた時, Rui が「ああ, 同じ図だった」(⑫, Rui1) と落胆の声を発した。Rui は図形を見て, 解法の類似性を解釈している。Rui も Kyouyusuke と同様に補完の考え方をしている。Kyouyusuke の発表後, 教師は解法の類似性に注目させる行為をせずに賞賛した。続いて, Kouichi が発表をした。発表後, 教師は「まずは, 「次に」って素晴らしいですね」(⑫, T23) と児童の説明の仕方を価値づけている。この時, ある児童による「全く同じ式。」(⑫, Cx6) という式に着目する発言があった。言い換えれば, この児童は解法が異なるかどうか解釈をして

続いて, 【規範 3-2】は面積の 12 時間目の場面で構成されたことがうかがえた。まず, Kyouyusuke が補完の考え方を発表した。彼が発表用のホワイトボードを学級に見せた時, Rui が「ああ, 同じ図だった」(⑫, Rui1) と落胆の声を発した。Rui は図形を見て, 解法の類似性を解釈している。Rui も Kyouyusuke と同様に補完の考え方をしている。Kyouyusuke の発表後, 教師は解法の類似性に注目させる行為をせずに賞賛した。続いて, Kouichi が発表をした。発表後, 教師は「まずは, 「次に」って素晴らしいですね」(⑫, T23) と児童の説明の仕方を価値づけている。この時, ある児童による「全く同じ式。」(⑫, Cx6) という式に着目する発言があった。言い換えれば, この児童は解法が異なるかどうか解釈をして

いる。表2はこの場面で見られた行為の系列である。

【規範 3-1】との違いは、図形の違いを基準として解法の類似性を判断していることである。つまり、【規範 3-2】「複合図形を…略…図の違いで判断するものである。」が構成された。

第4章 考察

【規範 3-1】と【規範 3-2】を「場面」、「目的」、「手段」の要素で分けた。「目的」に関わる数学的価値は、数学的な違いを明確にするという明確性に関わるものである。この明確性という目的価値は、【規範 3-1】と【規範 3-2】で共通である。【規範 3-1】はそれらの違いを明確にするための手段価値として記号性のみ焦点があたった。【規範 3-2】は、図形性についても明示的である。【規範 3-2】は、手段価値を豊富に内包している点で、【規範 3-1】が発展したものといえる。

	【規範 3-1】	【規範 3-2】
場面	複合図形を求積する時、	複合図形を求積する時、
目的	それぞれの解法の違いは	それぞれの解法の違いは
手段	式の違いで判断するものである。	式の違いや図形の違いで判断するものである。

図 4-2 社会数学的規範の要素 (3-1⇒3-2)

相互作用のパターンに着目すると、面積⑩の発表の場面では、[児童による発表【Ps】]→[解法の類似性に着目させる教師の行為【Ft】]→[解法が似ているかどうかの児童の解釈【Is】]→[教師による共感【Et】]という相互作用のパターンを捉えることができた。一方面積⑩の相互作用と比較すると、面積⑫の相互作用のパターンは、[解法の類似性に着目させる教師の行為【Ft】]なしで[解法が似ているかどうかの児童の解釈【Is】]が行われていることがわかる。この事から面積⑩で学習の仕方に関する社会数学的規範【社会数学的規範 5】「解法の類似性を判断すべきである。」が構成され、児童の主体的行為はこの規範に従った行為と捉えられる。この規範をどれほど意識しているか教師にインタビューを行った所、「算数科のみならず他教科でも解の類似性に着目させていること」、そして、「面積⑫での児童の主体的行為は面積⑩の類似場面の設定が効いていること」がわかった。

終章 まとめと今後の課題

望ましい社会数学的規範の構成のためには教師のもつ責任を児童に委譲することが重要である。学習の仕方に関する社会数学的規範の構成により、それが可能となり、その条件は次の通りである。

- | |
|---|
| <p>① 「学習の仕方に関する社会数学的規範」を算数科のみならず他の教科でも指導すること。</p> <p>② L字型の求積と凹型の求積という二つの類似場面を設定すること。</p> |
|---|

今後の課題は、「個々の自力解決と教室全体の影響の解明」と「社会数学的規範の水準化の可能性の検討」である。

主要引用・参考文献

- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, sociocultural perspective in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), pp.175-190.
- 熊谷光一 (1998). 小学校 5 年生の算数の授業における正当化に関する研究：社会的相互作用論の立場から。『数学教育学論究』, 70, pp.3-25.
- McClain, K. & Cobb, P. (2001). An Analysis of Development of Sociomathematical Norms in One First-Grade Classroom, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.32, No.3, pp.236-266.
- 中村光一 (2007). 算数・数学の授業を分析・考察する枠組み：算数・数学をつくり出す立場から。『日本数学教育学会第 40 回数学教育論文発表会論文集』, pp.577-582.
- 佐々木徹郎 (2002). 数学教育における教室文化をとらえる観点について。『第 35 回数学教育論文発表会論文集』, pp.547-550.
- 篠原俊彦 (2013). 多様な考えを生かした指導に関する一考察。『日本数学教育学会誌』, 第 95 巻, 第 6 号, pp.12-22.
- Voigt, J. (1985). Pattern and Routines in Classroom Interaction. *Rescherches en Didactique des Mathematiques*. Vol. 6, pp.69-118.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb & H. Bauersheld (Eds). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom culture*, Hillsdale, NJ:LEA. pp.163-201.
- Yackel, E. & Cobb, P (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4). pp-458-477.
- Wood, T. (1994). Patterns of Interaction and the culture of mathematics classrooms. S. Lerman (Eds.), *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom*, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp.149-168.

謝辞

大学院生という立場であった筆者の観察を快く引き受けてくださった、愛知県の某公立小学校に勤務する同級生 O 先生に心より感謝を申し上げる。