

# 初等段階における確立指導に関する一考察

## <修士論文要旨>

愛知教育大学 大学院 教育学科研究科

数学教育専攻 数学科教育学領域

石 田 拓 也

### 0. 論文構成

序章 はじめに

第1章 確率指導の現状と課題

第1節 日本における確率指導の経緯

第2節 諸外国における確率指導

第2章 確率指導の必要性

第1節 確率とは何か

第2節 日常的に行っている確率的判断

第3節 意思決定と確率

第4節 先行研究から見た児童の確率に対する認識

第3章 初等段階後期の児童の確率認識に対する実態調査

第1節 調査問題

第2節 調査結果と分析

第4章 児童の確率認識の実態に基づく指導示唆

第1節 調査結果に基づく児童の確率認識の特徴

第2節 初等段階後期の児童を対象として想定される確率教材の要件

終章 まとめと今後の課題

参考・引用文献

付録

### 1. 本研究の目的

平成 20 年度における学習指導要領改訂により、小学校第 6 学年の算数において確率の導入的扱いとして、順列・組合せの初歩的な内容である場合の数を取り上げられることとなった。小学校に確率指導が導入されるのは昭和 52 年改訂の学習指導要領以来 20 年ぶりである。そのため先行研究も少なく指導方法が十分に確立されていない。また、世界的に確率教育の早期導入が進んでいることを鑑み、第 1 学年から第 5 学年までの確率指導についても検討する必要がある。そこで、小学校段階での確率教材の開発と、指導法の提案を狙いとして、本研究のテーマ設定をした。本研究では、今日の社会における確率指導の必要性を論じ、諸外国の確率指導を分析し、児童の確率学習の様相をとらえ、今後の確率指導に示唆を得る。

### 2. 確率指導の現状と課題

確率指導は昭和 43 年の改訂で新設され、平成元年に姿を消して以来の登場となる。また、学年的に見ても第 6 学年に限定されており、内容も場合の数に焦点が当てられていて、「起こり得る場合を順序よく整理して調べることができるようにする」、のように確率というよりは確率の導入段階のみに留まっている。過去の学習指導要領を見てみると、昭和 43 年では、ある事柄について順序よく整理したり、事柄の起こる確からしさ（確率）を比べたりする能力を育てることが目標とされている。昭和 52 年では、第 6 学年の「A 数と計算」(2)イの「数が不確定な事象の起こる程度を表すものにも用いられることを知ること」が、確率の扱いの事前段階として位置づけられた。しかし、平成元年には学習指導要領からはこの扱いもなくなった。平成 10 年も同様であった。このように確率指導は長い間日本の数学教育から姿を消していた。そのためあまり研究も進んでいないのが現状である。

日本における確率指導は上で述べたように、昭和 43 年に学習指導要領に記載されたが、平成元年には姿を消した。2008 年度になりようやく見直され、新学習指導要領で再び教えられるようになった。しかし、諸外国においては確率指導に関しては、日本よりも早い時期から重要とされ、多くの国で行われている。また、指導が行われる学年についても小学校低学年から、早い国では幼稚園段階から指導が行われている国もある。

### 3. 確率指導の必要性

私たちは、日々生活をしている中で多くの意思決定を行っている。最初にその例をいくつか挙げていく。広告などの資料からデータを読み取って判断を行ったり、複雑なものになっていくと、社会に出てから会社の方針を決める際にも確率的判断を元にした決定は必要不可欠である。他にも、保険に入るかどうかは、事故にあう確率に対して払うお金と事故にあった時にもらえるお金の金額など様々な要因が混ざり合つてとても複雑なものになっている。また、政治の話にも確率的な考え方は必要不可欠である。例えば世論調査による内閣支持率が前年度の 51% に対して 49% に下がったとする。すると、マスコミは支持率が下がり半分を下回ったと大騒ぎするだろう。確率的な考え方をできないと、なるほど、と感じるかもしれないが、確率的な考え方から見れば日本国民全体という母集団に対しての標本調査の結果の 2% の差が大きな問題だとは感じない。このように私たちは日々の生活の中で意思決定や

物事を読み取り、判断する場面で確率的な考え方をする必要があることが多い。しかし、意思決定の問題を確率的な判断から完全に論理的に解決することは不可能である。それは人間が論理と直観の混合した存在だからであり、問題の表し方、切り取り方自体が、対象が一通りでも千差万別で無限にあるからである。

松原(2001)は「“確率”は、不確かさやあいまいさに人間が対処する様式の一つで、仮にそれに数値的表現を与えたもの」と表している。それは、そう考えることで、人間の意思決定をより深く、より広く理解することが可能になるからである。このことを松原(2001)が詳しく述べているものを以下にまとめる。

- ・不確定さやあいまいさとは、偶然現象だけでなく、技術的、経済的理由などの現実上の理由で問題にしている現象の全容が不分明であったり、変動したりすることも含む。
- ・確率は一つの表現方法である。なので、一つの現象を記述するために数個の方法があってもよい。それには、真か偽かではなく、どの程度妥当で説得力があるかという判断がなされる。(p. 23)

このように、不確定さを偶然としてのみとらえるのではなく、人為的要因などで変動するものとしてとらえ、確率も絶対的なものとしてみるのではなく、どの程度妥当で説得力があるか判断してみれば、完全に論理的には解決ができない私たちの意思決定にも影響を与えられることが分かる。例えば、起こる確率の極めて低い出来事はおおむね無視して考えたり、行う労力と見返りを比べるなどして期待値を求めて行動を決定したりすれば、意思決定の指針になるだろう。

以上のように確率は自分の行動、考え方を決めるうえでとても大切な要因の1つである。自分の道を決めたり、実生活でも役に立つものとして確率指導の必要性は高いと考える。このような観点から諸外国においても就学前や小学校第1学年から確率指導が行われていると考える。

#### 4. 児童の確率に対する認識

Rubel (2006) はニューヨークの第5, 7, 9, 11 学年の生徒にコインを使った教材でのいくつかの調査を行なった。1つ目は、2つのコインの教材である。問の内容は「ある男子がコインを2つ持っていた。これらを同時に投げたときに1つが表で1つが裏の確率はどれだけか。説明せよ」というものである。この問いには、年齢をまたいでも変化がなく、54%の生徒は、答えを  $1/2$  (正答) と予想した。23%の生徒は、 $1/3$  と予想した。 $1/3$  と答えた児童は、2つのコインを同時に投げるときに出る可能性のあるパターンが3つであるということから、起こりやすさを考慮に入らず全て出る可能性は同じと考えたと考えられる。しかし、正しい解答をした生徒の約半数は「50 - 50 の確率」という誤った考え方をを用いて答えを出していたことが明らかにされた。これは、ある事象が起こる可能性に影響されることなく、起こる確率と起こらない確率は等しく 50%であるという考え方である。例えば、この考え方をもっている児童はサイコロを振って1が出る確率も同じく  $1/2$  と答えるだろう。

また、Metz (2008) は、児童に対するいくつかの問題とその誤答例を論文の中に示している。まずは、「等しく4つの部分に分けられたルーレットの3つを赤色、1つを黄色に塗

った。プレイヤーはそれぞれ色を選び、選んだ色が出たら前進する。片方がゴールをしたときに黄色を選んだプレイヤーはどこにいると思うか？」という問題である。このときある第3学年の児童は、ボードのスタート位置にいるままだと予想する。この児童の考えは、結果は、空間的に優勢なものがいつも全て勝つだろう、というものである。また別の第3学年の児童は、ルーレットは赤と黄の両方ともを持つので、どちらが出る確率も同じで色の優劣は無い、と主張した。この児童は、空間的な優劣は関係なく、ルーレットがもつ要素は全て等しく起こると思い込んでいる。これらのように、理由や考え方を述べることをしないと児童の確率の理解についての情報を教師は得ることがなかなかできない。この点から児童は自分の考えの過程を説明する力が求められる。

##### 5. 初等段階後期の児童の確率認識に対する実態調査

この章では前章までの確率指導の必要性を踏まえたうえで、日本の初等段階後期の児童が意思決定をする際に確率事象をどのように捉えているのかを明らかにする調査を行う。児童の解答は様々なものが予想されるが、それが正答であったとしても誤答であったとしても、初等段階後期の児童に対する今後の確率指導の示唆を得られるものと考えている。というのも、初等段階後期の児童に対してこのような調査を行った事例は先行研究を探してみてもほとんど見られない。そのため、児童が確率の問題に対してどのような間違え方をするか、なども明らかになってはいない。どのような誤り方があるのか、また、特にどのような誤り方が多いのか、を明らかにすることは今後の確率指導に対して示唆を得られるものとする。

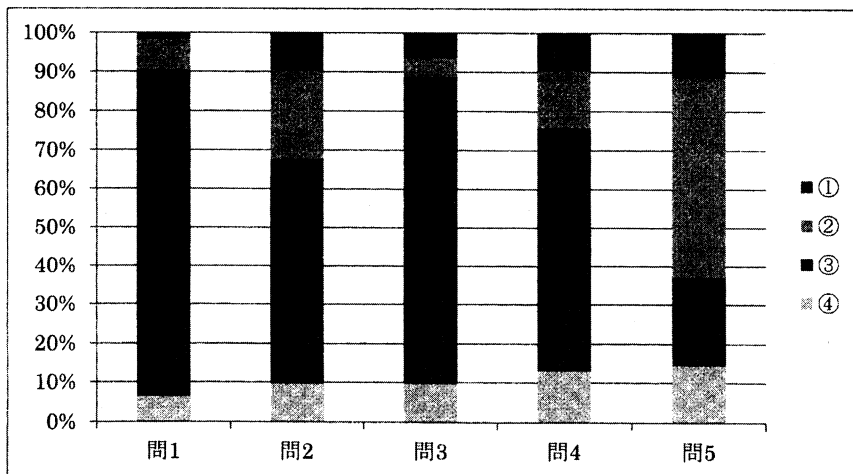
前節までを踏まえ作成した調査問題を小学校第5、6学年で行う。確率的な考え方の基盤となる単元、「比」を第4学年で、「割合」を第5学年で習うので、最低限の知識を持っていると考えられるこの学年で行う。この調査問題の主旨は、章頭で述べたようにどの学年がどれくらいの正答率かを調査するものではなく、確率的な事象に対して発達途中の児童はどのような間違え方をするのかを調査するものである。これにより、今後の確率指導にどのような要素を取り入れていったら良いのかという示唆が得られると考える。なお、調査問題はこの節の終わりに載せる。

この調査問題は、既存の確率の問題のような数学的確率を求めるだけの問題とは違い、誤った考え方を持ちやすく、意思決定の要素を含んだ問題も取り入れてある。問1ではコインを2枚投げたときにどの組み合わせで出るかという問いで、これは先行研究でもあったようにありきたりな確率の問題となっているが、日本の児童も「50:50の確率」などの誤った考え方を持っているのかが分かると考えている。問2では、くじ引きの問題で実際には何番目に引いたとしても当たる確率は $\frac{1}{3}$ で同じである。しかし、残りものには福があるから3番目、当たりが入っていれば自分の力で引けるから1番目、などの誤概念を用いた考え方が考えられる。ただし、何番目に引いても変わらないという記述が見られた上での順番の指定は、確率的な判断をし、さらに自分なりの基準を持って選択をしているとみなせるので、正答となる。問3はコインが5回連続で表が出た後の6回目はどちらが出やすいかという問題である。この問題では5回という回数がランダム事象のサンプル数として適当かどうか問われている。1/2でランダムな事象でも5回6回連続で同じ面が出ることは起こり

うることである。この少ない試行で収束するために裏と答えるのは不適当だと考えられる。また、このコインが同様に確からしくなく表が出やすくなっているため次も表、という予想は自分なりの観点でコインの公平さに注目して判断しているので正答とする。問4に関しては、他の問題と少し主旨が違い統計よりの問題となっており、主にばらつきに焦点を当てている。この問題での予想される誤答としては、全てに1つずつ○を書く、最頻値である14mに7つの○を書くことが考えられる。しかし、この問題には定められたただ1つの正答はない。なぜなら、正確な未来は予測できず、概観は予測できたとしても結果にはばらつきが生じるためである。正答の例としては、14mを軸に正規分布のように○を書いていくものがあげられる。また、この時に疲れなどを考慮し、軸を左にずらすことも考えられる。最後に、問5はどちらの店を選んでも期待値は全く変わらないくじ引きをしたときにどちらの店で買うか、という問題である。この問題は確率的な考えかたを用い意思決定をする場面となっており、この問題を応用して考えられる事象は現実世界にも多く存在する。期待値は同じだが、内容が違い、ハイリスクハイリターンをとるか、ローリスクローリターンをとるかという選択肢である。この問題には予想される誤答というのがほとんどなく、自分が納得でき、筋が通っている理由を持ち決定することができるかを見るものである。

第5学年と第6学年の正答率をそれぞれ以下になった。なお、それぞれ、①確率的な考え方を用い、意思決定できている。②確率的な考え方を十分に使用できているとは言えないが妥当な意思決定を行えている。③でたらしめな理由で解答。④理由が「なんとなく」、または、無解答。の4つに分けて行う。ただし、問4に関しては理由の欄がないので、無解答を除き、解答を3つのレベルに分けたものとする。まず、第5学年は、  
 問1：①1.62%（1人）②8.06%（5人）③83.9%（52人）④6.45%（4人）  
 問2：①9.68%（6人）②22.6%（14人）③58.1%（36人）④9.68%（6人）  
 問3：①6.45%（4人）②4.84%（3人）③79.0%（49人）④9.68%（6人）  
 問4：①9.68%（6人）②14.5%（9人）③62.9%（39人）④12.9%（8人）  
 問5：①11.3%（7人）②51.6%（32人）③22.6%（14人）④14.5%（9人）

表1：第5学年児童の問題別正答率



そして第6学年は以下ようになった。

問1：①0% (0人) ②0% (0人) ③76.5% (52人) ④23.5% (16人)

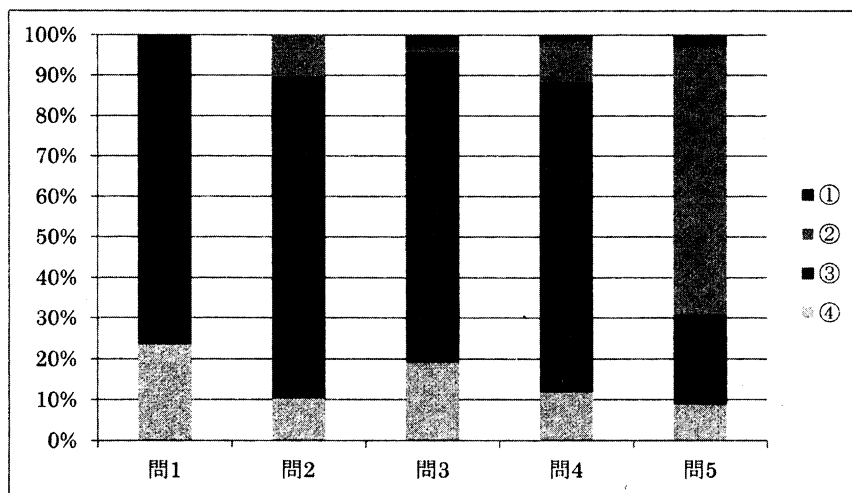
問2：①0% (0人) ②10.3% (7人) ③79.4% (54人) ④10.3% (7人)

問3：①2.94% (2人) ②1.47% (1人) ③76.5% (52人) ④19.1% (13人)

問4：①1.47% (1人) ②10.3% (7人) ③76.5% (52人) ④11.8% (8人)

問5：①2.94% (2人) ②66.2% (45人) ③22.1% (15人) ④8.82% (6人)

表2：第6学年児童の問題別正答率



## 6. 児童の確率認識の実態に基づく指導示唆

この章では、第3章の調査問題の結果の学年共通の特徴や、学年間の違いについて述べていく。

まず、全体的に見てみると、小学生の中にも確率的な考え方で判断できている児童も少数ながらいる。しかし、直観やなんとなくという理由で解答している児童も見られた。さらに、今回の問題は習っていないうえに文章が多かったからか、全体の1/4程度の児童は理由の欄に理由を記入できていなかった。また、この段階の児童はまだ確率という単語を習ったことはないのだが、解答の中には確率という単語が見られた。これは、日常生活で自然と使われている単語なので知っているのだろうが、確率という単語を使っている解答のほとんどが正しい意味で確率という言葉を使えていなかった。言葉だけを知っており、正しい意味を把握せずにそれを使っているという状態は非常に危険だと感じた。というのも確率という単語を誤用することによって誤った意味のままで自身の中で定着してしまう恐れがあるからである。

また、学年間の比較であるが、第5学年と第6学年の間に大きな差は見られなかった。今回は1つの学校でのみの調査となったのでサンプル数が十分とは言えないが、むしろ第5学年の方が全体的に確率的な考え方で解答できていたように感じた。また、第6学年の児童はまだ第6学年で習う「場合の数」を習っていないことから、第5学年から第6学年

になる過程では確率的な事象に対する意思決定の力は上がっていないと考えられる。今回行った調査問題は確率的な事象に対して行う意思決定であり、多くの人は、これは確率だけを知っていてもできるものではなく、それらをどのように使うかを知っていないとできないものである。そのため、確率につながる比や場合の数が既習事項であっても顕著な差が見られなかったと考えている。

また、問5については第5、6学年共に理由を書けていたが、個人的な価値観のみを用いた判断で、そこに確率的な考え方を踏まえて判断できていた児童は少なかった。

これらを踏まえ、第5、6学年の児童によく見られる誤った確率的な判断や考え方をまとめていく。

- ・「50－50の確率」を使っている。
- ・起こりやすさを考慮せず、全て出る可能性は同じだと考える。
- ・結果がばらつくことは無いと思っている。
- ・サンプル数が十分でなくても収束すると考える。
- ・気持ちで結果が変わると考える。
- ・確率的な事象に対しても確率的な考え方を使わず、印象で解答する。
- ・「確率」という単語の正しい意味を分からずに使っている。

「50－50の確率」と起こりやすさを考慮しないことは、どちらも確率的な考え方を行える事象に対しての経験の少なさからくるものと考えられる。さらに、習うときにも実際にサンプルを採るなどの活動を行っていかないと実感は得られないだろう。また、サンプルを採る活動を行っていくことで少ない試行では結果はいつも一定になるのではなくばらつくことも体感することができる。また、そのサンプル数を増やせば増やすほど結果が収束していくことも体感できるだろう。そして印象で答えてしまうことは、誤概念と深く結び付いており、これは確率を学んだ後の大人でも実は多くの人が行ってしまう。これに関しては、実際に印象で答えてしまうような確率的な事象を多く経験して確率的な考え方を癖を付けるようにするしかないと考ええる。実際に誤概念の例は、大人でも間違いがちなものが多いが、1度経験すれば確率的な考え方をもちて判断できるだろう。そして、最後に確率を習っていないにもかかわらず、確率という単語をメディアなどで知り、意味を理解することなく使用していることについては前節で述べたように、使用することによってその他の誤った考え方を定着させてしまう危険性がある。誤った意味で定着してしまえば、正しく理解しなおすのは0から学ぶよりも大変だろう。なので、私は確率指導は初等段階から行うべきだと考える。具体的な初等段階後期の児童を対象として想定される確率教材の要件として、以下のものが考えられる。

- ・結果を予想し、実際に試行を行い、結果と比較できること。
- ・起こりやすさが事象によって違うことを実感できること。
- ・標本の結果は毎回変わることを実感できること。
- ・自分なりの根拠を示すことができれば、どの解答を選んでも正答となるものを取り入れること。

まずは、結果を予想し、結果と比べる活動を通して、児童は自分の解答が間違っているこ

とを実感、また、なぜ自分の解答が間違っているかを考えるきっかけにもなる。また、起こりやすさが事象によって違うことを実感させることによって、何も考えずに  $1/2$  のような解答が減ると考えられる。また、最終的には問題を確率的な考え方をを用い、自分なりの根拠をもって解答できるようになることが目標である。

#### 7. まとめと今後の課題

今回、この論文を書くことによって多くのことを学ぶことができた。まず、確率指導が海外では進んでおり、学習の低学年が進んでいるということ。これに関しては確率だけではなく、多くの国が統計と共に教えられている。また、それらに比べ、日本の確率指導は遅れているということも感じた。日本の数学教育でも確率指導はもっと早い段階から取り入れてもいいのではないかと感じた。

そこで、本論文では、日本の小学校児童が確率的な考え方を必要とする問題に対してどのような考え方をするか調査を行った。結果、確率について未学習なだけあり十分な正答率とは言えなかったが、正答、不正答問わず、有意義な結果が得られた。特に児童の誤り方にはいくつかのパターンが見られたので、これは今後の確率指導への示唆になるとも感じた。また、誤った児童の中に「確率」という単語を誤った意味で使用しているものが多くみられた。誤った意味のまま使用し、それが誤っていることにも気づいていない状況というのはそのまま定着させてしまう恐れもあるのではないかと感じた。

そして、初等段階後期の児童を対象として想定される確率教材の要件をまとめ、それらを満たす教材を少しだが提案できた。調査問題で扱った問題では児童はいくつかのパターンで誤ったので、それらをうまく教材化することで小学校児童に対する確率教材となるだろう。現在、小学生向けの確率教材はほとんど研究されていない分野になっているのでこれらの教材については今後も考えていきたい。