

小学校高学年における割合問題の解決に関する 縦断的研究

坂本美紀

学校教育講座

A longitudinal study of mathematical problem solving in 5th through 6th grade : using rate problems involving rational numbers

Miki SAKAMOTO

Department of School Education, Aichi University of Education, Kariya 448-8542, Japan

問題・目的

2002年度から施行する学習指導要領で大幅な内容の改定がなされる算数科であるが、現行の小学校学習指導要領(文部省, 1989)では、小学5年生で小数の、6年生で分数の乗除算を学び、小数倍や分数倍の割合問題を学習することになっている。割合の問題には、比較量を基準量で除して割合を求める第1用法、基準量に割合を乗じて比較量を求める第2用法、比較量を割合で除して基準量を求める第3用法の3つの用法があり、子どもたちは、文や線分図などでこれらを直接問う問題の他、割合を扱う文章題を練習することになる。しかし、こういった割合の問題を解くことは、小学校高学年の児童にとって決して易しくない。割合問題の解決能力は、この期間にどう変化するのだろうか。本研究では、5年生で割合問題の解決能力を調査した被験児を対象に、1年後の追跡調査を行い、成績の変化や関連について検討する。

追跡調査にあたっては、5年生での調査で実施した課題のうち小数を扱う問題の一部に、分数を扱う問題を加えて、調査課題を作成した。具体的には、小数と分数の割合問題、小数と分数の割合文章題および分数の問題による文章題理解課題、それに分数による関係図示課題を課す。課題の内容は前年度と共通である。まず、割合問題は文による出題と線分図による出題の2種類を用意し、穴埋め形式で割合の各用法を出題する。線分図形式では第1用法の問題が2問あり、1問は比較量が基準量より大きく、もう1問は比較量が基準量より小さくなっている。後者を解く際には、小さい数を大きい数で割る必要があるため、小学5年生では、被除数と除数を逆にする誤りが多発し、正答率が

低くなった(坂本, 1999a)。分数倍の学習により、こういった問題への遂行はどう変化するのだろうか。

次に、割合文章題では、問題を解くための立式に先立って、解き方を児童自身のやり方で説明するよう教示し、立式の変化に加えて、アプローチの仕方や問題の構造をどのように理解したかについても検討できるようにした。児童が用いる文章題の解決方法について、Lowrie & Kay(2001)では、難しい問題や新奇な問題を解く際には、それほど難しくない問題の場合よりも、線分図など視覚的な方法が好まれることが示されている。今回の課題では、第3用法が第2用法に比べて難しい問題であるが、このような好みが見られるのかどうか、また小数問題と分数問題とで用いられる解決方法が変化するのかどうか等について検討する。また、算数の問題解決における視覚的-空間的表象の役割を検討した Hegarty and Kozhevnikov(1999)は、視覚的-空間的表象のうち、図式的な空間表象の利用は問題解決の成績と正の関連があったが、絵的な表象の使用は負の関連があったことを示した。一方、割合の文章題に関しては、立式の正しさは、問題解決の際に児童がどのような図を描いたかよりも、出題された文章題の用法の違いに気づき、問題構造の違いを反映させて図を描き分けることができたか否かに強く関連しており、このような描き分けができた児童は、そうでない児童よりも、第3用法の文章題の成績がよいことが報告されている(坂本, 1999b)。今回の被験児においても同じことが言えるかどうか検討する。さらに、文章題理解課題では、数量関係の理解と問題構造の理解をそれぞれ測定する。

関係図示課題とは、文で示された倍の関係を図示させるもので、小数で出題した前年度の調査より、この

課題の成績が割合問題や割合文章題の遂行と関連することが示されている(坂本, 2000)。この研究では小問レベルで関連を検討していたが, 本研究では, 課題全体の遂行のレベルでも, 関連の検討を行う。

以上の5課題における児童の遂行を前年度のものと比較することで, ①5年生で学習した小数の割合問題や文章題の遂行が1年後にどう変化したか, ②5年生時点での小数問題での遂行と, 6年生での分数問題での遂行はどのように関連しているのか, ③今年度の割合文章題の成績が, 前年度の遂行または今年度の割合問題の成績からどの程度予測できるか, この3点について明らかにすることが本研究の目的である。

方 法

被験者 愛知県下の公立小学6年生91名(男子49名, 女子42名)を対象に調査を行った。

課題

割合問題：文形式…割合の3用法の理解を測定するための課題で, 「3.9gは□gの0.3倍です」等の文で, □の中にあてはまる数字を求めさせた。割合の3つの用法に対応させて, 小数を扱う問題と分数を扱う問題がそれぞれ3題ずつあり, 小数の問題は前年度と同じものが出題された。

割合問題：線分図形式…割合の3用法の理解を測定するための課題で, 線分図の□の中にあてはまる数字を求めさせた。問題は, 前年度の問題文の小数を分数表示にしたもので, 第1用法2問と第2・第3用法各1問の計4問を出題した。第1用法の問題は, 解決の際の計算式より, それぞれ(大÷小), 第1用法(小÷大)と表記する。

関係図示課題…分数の「～倍」を扱う関係文を提示し, 数量の関係を線分の形で図示させた。数量関係には, 与えられた割合をもとに比較量を図示させるもの(第2用法にあたる)と基準量を図示させるもの(第3用法にあたる)との2種類を用い, 割合が1以上のものと1未満のものとを各1問ずつ用意し, 計4問を出題した。

割合文章題…前年度も出題した小数を扱う第3用法の文章題に加え, 分数を扱う第2用法と第3用法の文章題を提示し, 分数の文章題では, 言葉や図などを用いて解法を説明させるとともに, 問題を解くための式を立てさせた。

文章題理解課題…分数を扱う第2用法と第3用法の文章題を, 質問文にあたる文を除いて提示し, 関係文の理解を文の穴埋め形式で, 問題構造の理解を選択肢形式で, それぞれ測定した。

各課題の教示や小問の実例は Fig. 1 を参照のこと。**手続き**

以上の5課題をA4版の課題冊子にまとめ, 担任教師の指導のもと, 授業時間内にクラス単位で実施した。

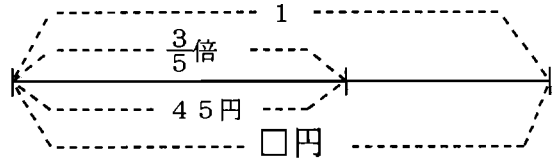
《割合問題：文形式》

□の中にあてはまる数を求めなさい。

●□mは12mの $\frac{3}{4}$ 倍です。

《割合問題：線分図形式》

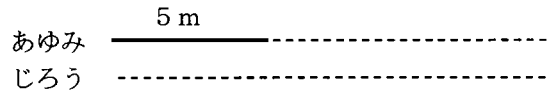
□の中にあてはまる数を求めなさい。



《関係図示課題》

■体育の時間に, ソフトボール投げをしました。あゆみは5メートル投げました。

●あゆみの投げたきよりは, じろうの $\frac{5}{8}$ 倍です。



じろうの投げたきよりは, 点線の上に ————— で書きましょう。

《割合文章題》

★体育の時間に, はばとびをしました。

かずおは4メートルとびました。

かずおのとんだきよりは, みちおの $\frac{5}{6}$ 倍です。

みちおは何メートルとびましたか。

(1) 考え方を書きましょう。

(ことば, 絵, 図表, などを使って説明する)

(2) つくれるひとは式をつくりましょう。

《文章題理解課題》

まさ子は, はばとびで3メートルとびました。

たみ子のとんだきよりは, まさ子の $\frac{4}{5}$ 倍です。

(1) 問題の内容にあうように, 次の文の()の中に登場人物の名前を 書きこんでください。

() のとんだきよりは () の $\frac{4}{5}$ 倍

(2) 問題の内容を, 式に表すとどうなりますか。

下の式から正しいものを1つえらんで,

記号を○でかこんでください。

(わからない時は?マークに○をします。)

ア. まさ子のとんだきより $\times \frac{4}{5} = 3$ メートル

イ. たみ子のとんだきより $\times \frac{4}{5} = 3$ メートル

ウ. 3 メートル $\times \frac{4}{5} =$ まさ子のとんだきより

エ. 3 メートル $\times \frac{4}{5} =$ たみ子のとんだきより

?

Fig. 1 調査で使った課題(分数問題)の例

Table 1 5年生時と6年生時における各課題の遂行

所要時間は45分であった。実施時期は2000年12月であり、どの学級も分数の乗除算およびその分数倍を扱う問題については学習済みであった。

結 果

今年度データを採取した被験児のうち、5年生時のデータがある87名(男子48名,女子39名)を分析対象とした。対象児における5年生と6年生それぞれの時点での問題解決の成績を、まとめてTable 1に示す。なお、5年生時点で実施した課題のうち、整数を扱う問題については、今回の分析からは除いた。

	5年生時		6年生時	
	欄数	平均正答数(SD)	欄数	平均正答数(SD)
割合問題:文形式(小数)	3	2.0(1.0)	3	1.8(1.1)
:文形式(分数)			3	1.9(1.0)
:線分図形式	4	2.4(1.3)	4	2.3(1.5)
関係図示課題	4	2.6(1.0)	4	2.5(1.1)
割合文章題	2	1.2(.7)	2	1.0(.7)
(小数第3用法)	1	<正答率>42.5%	1	<正答率>42.5%
文章題理解課題:関係理解	2	1.7(.5)	2	1.8(.5)
:構造理解	2	.9(.6)	2	.8(.6)

Table 3 5年生時と6年生時の課題成績の関連

文章題理解課題:関係理解	.305**
:構造理解	.267*
関係図示課題	.415**
割合問題:文形式	.357***
割合問題:線分図形式	.424**

Note: *p<.05; **p<.01; ***p<.001

1. 小数問題での遂行の変化

まず、前年度からの継続である小数の問題、すなわち割合問題:文形式と割合文章題(小数第3用法)において、5年生から6年生にかけての成績変化を検討したところ、ともに差は認められなかった。割合問題では、5年生での成績と6年生での成績との間に中程度の相関($r=.458, p<.01$)があった。一方、割合文章題では、被験者全体での正答率は同じながら、昨年度の正答者と誤答者で、今年度の問題の正答率に差はないことが示されており($\chi^2(1)=.987, n.s.$)、遂行が安定しているとは言えないことが明らかになった。ただし、児童が立てた式の内容には変化が見られた。Table 2に示すように、今年度の調査では、無回答の1名を除く全ての児童が乗算ないし除算で立式しており、その他の演算や複数の演算を用いて割合文章題に取り組む児童がいなくなっていた。また、立式のできなかった児童も減少していた。

Table 2 小数文章題課題における立式の変化

	5年生時								
	乗算	除算	その他	立式可	計				
6乗算	2	2	1	7	3	5	4	9	
年除算	9	2	0	3	5	3	7		
生立式可	0	0	0	0	1	1			
時計	3	1	3	7	8	1	1	8	7

2. 小数問題と分数問題との遂行の関連

続いて、各課題において、前年度の小数問題での成績と今年度の分数問題での成績を比較した。成績差は割合文章題でのみ認められ、分数の問題を出題した今年度は、小数で出題した昨年度より成績が低下していた($t(86)=2.14, p<.05$)。

差がなかった5課題で成績間の相関を求めたところ、小数での成績と分数での成績との間には、Table 3

に示すようにそれぞれ中程度の相関があった。さらに、各課題の小問レベルで、遂行のパターンとその変化を検討した。

まず、割合問題:文形式について検討した。5年生時点での小数の問題と6年生時点での小数および分数の問題それぞれにおける正答率を、まとめてFig. 2に示す。各問題群ごとに、小問間の正答率の差をコクランのQ検定を用いてそれぞれ検討したところ、全てで有意差が認められた(5年小数: $Q(2)=15.62, p<.001$; 6年小数: $Q(2)=36.82, p<.001$; 6年分数: $Q(2)=10.53, p<.01$)。多重比較の結果、5年生時と6年生時の小数の問題では、第2用法の正答率が他の問題より高かった。分数の問題では、同様の有意差は第2用法と第3用法の間のみ認められた。前年度からの成績変化は、小問レベルでも認められなかった。

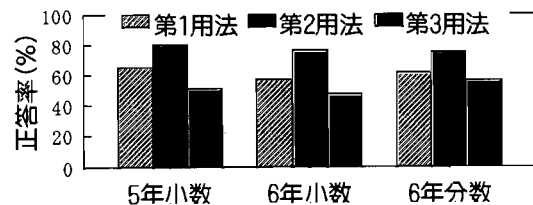


Fig. 2 「割合問題:文」課題の各小問における正答率

割合問題:線分図形式について、5年生時と6年生時における小問ごとの正答率をFig. 3に示す。各測定時における小問間の正答率をコクランのQ検定を用いて検討したところ、ともに有意差が認められた(5年: $Q(3)=49.87, p<.001$; 6年: $Q(3)=10.30, p<.05$)。多重比較の結果、5年生時では、第1用法(大÷小)が最も易しく、続いて第2用法と第3用法、第1

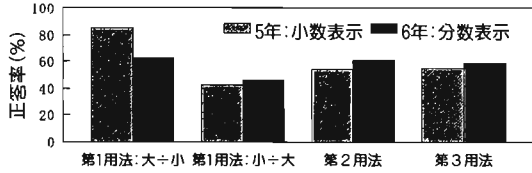


Fig. 3 「割合問題：線分図」課題の各小問における正答率

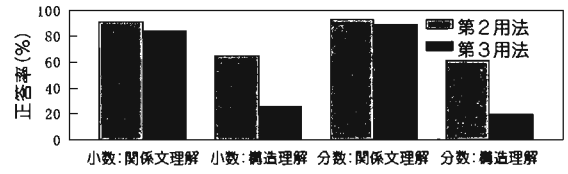


Fig. 5 文章題理解の各小問における正答率

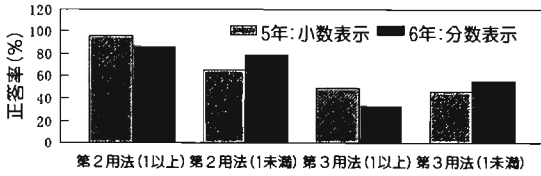


Fig. 4 関係図示課題の各小問における正答率

用法(小÷大)の小問は困難であった。一方、6年生時では、有意差は、最も易しい第2用法と困難だった第1用法(小÷大)の間にのみ認められた。前年度からの成績変化に関しては、5年生で最も成績のよかった第1用法(大÷小)の正答率が、6年生時点では有意に低下していたことが明らかになった。

関係図示課題について、5年生時と6年生時における小問ごとの正答率を Fig. 4 に示す。各測定時点における小問間の正答率を、コクランのQ検定を用いて検討したところ、ともに有意差が認められた(5年: $Q(3)=62.29, p<.001$; 6年: $Q(3)=75.41, p<.001$)。多重比較の結果、5年生では、第2用法1以上が最も正答率が高く、続いて第2用法1未満、第3用法の2問はともに正答率が低かった。これに対し、6

年生では、第2用法の2小問がともに正答率が高く、続いて第3用法1未満、第3用法1以上は最も正答率が低かったことが示された。分数の問題では、小数で出題された前年度に比べ、第2用法1以上と第3用法1以上では正答率が低下したのに対し、第2用法1未満では正答率が有意に向上していた。

ふたつの文章題理解課題について、5年生時と6年生時における各課題での正答率を Fig. 5 に示す。McNemar 検定の結果、小数の場合も分数の場合も、関係文理解では用法による正答率の差はなかったが、問題構造の理解では、第3用法の成績が第2用法の成績を下回っていた(ともに $p<.001$: 二項検定)。前年度からの成績変化は、小問レベルでも認められなかった。

さらに、各用法の割合文章題における解法説明の仕方とその変化について検討した。まず、測定時点ごとに各文章題での説明の仕方を分類した。分類にあたっては、言語での説明、線分図等の図での説明、言語と図を併用しての説明、説明不能の4カテゴリーを設定した。各測定時点における分類結果を Table 4a と Table 4b に示す。5年生時点では対象児全体の約60%、6年生時点では74%が、図を用いて解法を説明していた。図を用いた児童の割合は、どちらの文章題

Table 4a 5年生時点における割合文章題の各問題での解法説明の仕方(人) (n=87)

第2用法	言語説明	図で説明	図+言語	説明不能	合計
第3用法	8	0	0	0	8
用	1	5	1	2	9
法	0	0	9	0	9
法	4	2	0	8	14
合計	13	5	10	10	38

Table 4b 6年生時点における割合文章題の各問題での解法説明の仕方(人) (n=87)

第2用法	言語説明	図で説明	図+言語	説明不能	合計
第3用法	4	1	0	1	6
用	2	6	3	0	11
法	0	0	2	0	2
法	0	4	0	1	5
合計	6	11	5	2	24

Table 5 割合文章題の各問における解法説明の仕方の変化

	5年生での解法説明の仕方					6年生時				
	言語	図	図+言語	その他	不能	言語	図	図+言語	その他	不能
変化なし	0	43	1	0	3	1	44	0	0	5
変化あり	13	9	10	1	7	7	10	10	1	9
計	13	52	11	1	10	8	54	10	1	14

でもほぼ同じであった。

続いて、説明の仕方が前年度から変化したかどうかを、文章題の各問ごとに検討した。分類の結果を Table 5 に示す。前年度、図を用いて説明した者では、他の方法をとった者に比べ、今年度も同じ方法で説明した者の割合が高かった(第2用法: $\chi^2(1)=42.78, p<.001$; 第3用法: $\chi^2(1)=33.58, p<.001$)。

Table 6a 割合文章題第2用法における図のタイプの変化

6年	5年		標準	整数倍	足しあわせ	並置	関係図	関連づけなし			作図なし	計
	標準	増加						II	III			
標準	2	8			7		1	1	1	2	4	9
増加								1				1
足しあわせ	2				5	3				3		13
並置						1						1
関係図	1				1							2
関連づけなし I	1									1		2
関連づけなし III	1											1
分類不可										1		1
作図なし	5	1			2		1			8		17
計	3	8	1	1	5	4	2	1	1	2	5	87

Table 6b 割合文章題第3用法における図のタイプの変化

6年	5年		標準	増加	整数倍	足しあわせ	並置	関係図	関連づけなし			作図なし	計
	標準	増加							I	II	III		
標準	2	4	1			1	0	1	1	2		9	48
増加	1									1			2
足しあわせ	2					5	2					1	10
並置							1					1	2
関係図						1							1
関連づけなし III	1												1
分類不可												1	1
作図なし	7	1	1			1		1	1		1	1	22
計	3	5	1	1	1	7	3	2	1	2	2	2	3

また、2年とも図で説明した児童について、描いた図のタイプとその一貫性を検討した。各時点で児童が描いた図を坂本（1999）の基準で分類した。分類カテゴリーは以下の通り。標準（教科書の線分図に準じた図）、増加（未知量を既知量より大きく関連づけた）、整数倍（小数倍を整数倍として2量に関連づけた）、足しあわせ（既知量に「～倍」を足しあわせた（あるいは減らした）ものを未知量とした）、並置（割合を表す数字をつけて2量を併記）、関連づけなし I（割合による2量の関連づけがない）、同 II（数値も割合もない）、同 III（1つの量（既知量）のみを描いた）。これら9カ

テゴリーに作図なしを加えて行った分類結果を、Table6a と Table6b にそれぞれ示す。5年生時、6年生時ともに描かれた図のタイプに偏りが認められ（5年生時：第2用法 $\chi^2(6)=134.985, p<.01$ ；第3用法 $\chi^2(8)=196.015, p<.01$ ；6年生時：第2用法 $\chi^2(6)=198.00, p<.01$ ；第3用法 $\chi^2(5)=166.79, p<.01$ ）、5年生時点では標準タイプと足しあわせタイプの図、6年生時点では標準タイプの図が、他のタイプに比べて有意に多く出現していた。タイプの一貫性に関しては、Table6a と Table6b から読みとれるように、第2用法では62名中28名、第3用法では64名中34名と、約半数前後の児童が、前年度とは異なるタイプの図を描いていた。標準タイプとそれ以外のタイプという観点から見てみると、どちらの文章題においても、前年度より今年度の方が、標準タイプの図を描いた児童の割合が増加していた（第2用法 $p=.07$ ；第3用法 $p=.04$ ；二項検定）。また、前年度に描いた図が標準タイプだった児童群では、それ以外のタイプの図だった群よりも、今年度の図が標準タイプである者の割合が大きくなっていった（第2用法 $\chi^2(1)=8.268, p<.01$ ；第3用法 $\chi^2(1)=4.251, p<.05$ ）。

児童が描いた図と文章題解決との関連について、問題構造の違いによる描き分けの有無の観点から検討するために、5年生と6年生の各測定時点において、2種類の割合文章題の両方で図を用いて説明した児童を何らかの描き分けができたかどうかで分類した。各時点における、描き分けの有無と文章題の正誤との関連

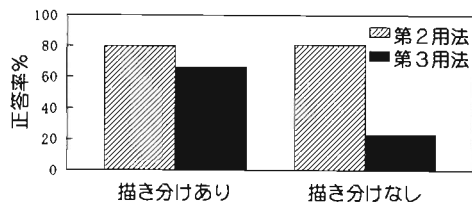


Fig. 6a 図の描き分けの有無と文章題の成績—5年生

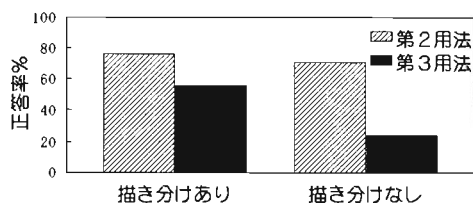


Fig. 6b 図の描き分けの有無と文章題の成績—6年生

Table 7 用法による図の描き分けの一貫性を Fig.6a と Fig.

	5年	あり	なし	計
6年	あり	13	10	23
年	なし	7	15	22
	計	20	25	45

6b に示す。分析の結果、どちらの時点でも今回の被験児でも同様の結果が得られており

(第2用法：5年生時，6年生時ともに $\chi^2(1) < 1$, n.s., 第3用法：5年生時 $\chi^2(1) = 10.64$, $p < .001$; 6年生時 $\chi^2(1) = 6.79$, $p < .01$)。第3用法の文章題においては，小数・分数ともに，児童が立てた式の正しさは，文章題の構造の違いを反映させて外的表象を構成できたか否かに大きく関連しているといえる。なお，描き分けの一貫性については，Table 7 に示すように，5年生時の小数問題で描き分けが出来た児童においては，6年生時の分数問題でも描き分けが出来ている傾向が見られた ($\chi^2(1) = 2.78$, $p < .10$)。

3. 割合文章題の成績を予測する要因

今年度実施した割合文章題3問における正答数について，他課題の成績との関連を検討した。説明変数として，ふたつの文章題理解課題と関係図示課題，3種類の割合問題の成績をそれぞれ投入し，ステップワイズ法による重回帰分析を実施したところ，関係図示課題と割合問題：文形式(分数)の2変数が有意であった(関係図示課題 $\beta = .346$, 割合問題 $\beta = .297$, 調整済み $R^2 = .250$)。説明率は高くないものの，関係図示課題および分数を扱う文形式の割合問題が，割合文章題の成績と関連していることが認められた。5年生の時点では，関係図示課題と文章題の立式との関連は，それほど高くなかった(坂本, 2000) ことより，小問レベル

Table 8a 分数での関係図示課題と文章題課題との関連

小問	正誤の関連が認められたもの	
第2用法1未満	立式:第2用法	$\phi = .348^{***}$
第2用法1以上	立式:第2用法	$\phi = .249^*$
第2用法1以上	立式:第3用法	$\phi = .268^*$
第3用法1未満	構造理解:第3用法	$\phi = .211^*$
第3用法1未満	立式:第3用法	$\phi = .355^{***}$
第3用法1以上	関係文理解:第3用法	$\phi = .240^{***}$
第3用法1以上	立式:第3用法	$\phi = .369^{***}$

Note: 有意なもののみ。* $p < .05$; *** $p < .001$

Table 8b 小数での関係図示課題と文章題課題との関連

小問	正誤の関連が認められたもの	
第2用法1以上	関係文理解:第2用法	$\phi = .224^{***}$
第2用法1以上	関係文理解:第3用法	$\phi = .350^{***}$
第2用法1以上	立式:第2用法	$\phi = .372^{***}$
第2用法1未満	立式:第3用法	$\phi = .278^{**}$
第3用法1未満	立式:第3用法	$\phi = .278^{**}$

Note: 有意なもののみ。** $p < .01$; *** $p < .001$

で関係図示課題と文章題課題との関連を詳しく検討した。分析の結果，有意な関連が認められたものをまとめて Table 8a に示す。今年度は，関係図示課題の全ての小問において，図示の正しさと対応する用法の文章題での立式の正しさとの間に関連が認められた。

また，分数の割合文章題の成績が，5年生時における各課題の成績からどの程度予測できるかを検討した。説明変数として，昨年度分の文章題理解課題と関係図示課題，小数の割合文章題，そして割合問題の成績をそれぞれ投入し，ステップワイズ法による重回帰分析を実施したところ，割合問題：線分図形式と関係図示課題の2変数が有意であった(割合問題：線分図形式 $\beta = .408$, 関係図示課題 $\beta = .217$, 調整済み $R^2 = .273$)。説明率は高くないものの，5年生時の，線分図形式の割合問題および小数を扱った関係図示課題の成績から，6年生時の文章題課題の成績を予測することができたといえよう。関係図示課題の成績は，ここでも有意な予測因となった。小問レベルで関連を検討した結果をまとめて Table 8b に示す。第3用法1以上を除く3つの小問で，今年度の立式の正誤との間に関連が認められた。

考 察

本研究の目的は，小学校高学年における割合問題の解決能力についての追跡調査の結果から，小数の割合問題における遂行の経年変化および小数問題と分数問題との遂行の関連について検討すること，そして割合文章題の成績を予測する課題を同定することであった。

最初に，前年度からの継続の課題での遂行の変化に関しては，割合問題でも3用法の割合文章題でも，成績に変化は認められなかった。割合問題では，前年度の成績と今年度の成績との間に関連が認められ，遂行がある程度安定していることが示されたが，割合文章題に関しては，昨年度の正誤と今年度の正誤との間に関連は見られなかった。経年変化はむしろ，児童の立式の仕方に見られ，正答率の向上には結びつかなかったものの，少なくとも，割合問題は乗算か除算で解くということも多くの子が理解するようになったことが伺えた。

続いて，小数問題と分数問題との遂行の関連を検討した。分数での出題で成績が低下した割合文章題以外の課題では，5年生時点での小数問題と変わらない成績であり，また，小数問題での出来不出来が，6年生で学習した分数での問題解決の成績とある程度関連していることが示された。

小問レベルでは，割合問題：線分図形式と関係図示課題において成績変化が見られた。5年生を対象にしたこれまでの調査(e.g. 坂本, 1999a)では，線分図形式の割合問題においては，第1用法(大÷小)の間

題が最も易しかったのであるが、今回の調査結果からは、6年生で分数の乗除算を学習することにより、この小問の正答率が低下したことが明らかになった。1年間の学習によって、機械的に大きな数字を小さな数字で割って問題を解こうとする児童が減少したことがその理由とも考えられるが、第1用法(小÷大)での正答率が有意な向上を見せていないこともあり、成績低下の理由については、今後誤答分析などにより検討していく必要がある。関係図示課題においては、倍の分数が1以上すなわち帯分数の場合は、どちらの用法でも成績が低下したのに対し、1未満すなわち真分数の場合は、第2用法と、有意水準には達していないものの第3用法でも成績が向上していた。小数倍を学習した5年生の時点では、～倍すれば計算結果は大きくなるという整数の場合での知識とコンフリクトすることもあり、0.6倍など、計算結果がもとの数より小さくなる「1未満」倍を扱う小問の遂行が振るわなかったが、6年生での分数の学習の中で、「全体の $\frac{3}{5}$ (倍)」などという分数倍の関係を学ぶことを通して、計算結果が小さくなる「1未満」倍の場合には、倍の関係を正しく図示できるようになったと考えられる。倍の分数が1以上すなわち帯分数の場合には、割合分数としてのなじみがあまりないためか、大小関係が把握しにくくなったようである。

割合文章題での解法説明に関しては、次のようなことが明らかになった。まず、前年度・今年度ともに図を用いて解法を説明した児童が多かった。図を用いた児童の割合は、易しい第2用法でも難しい方の第3用法でもほとんど変わらず、Lowrie and Kay (2001)とは異なる結果となった。また、5年生時点で図を用いた児童では、今年度も図で説明した者が多かった。教科書に準じた標準タイプの図を描いた児童を別にすれば、描いた図のタイプは一貫しているとは限らなかったが、全体として、標準タイプの図を書く者の割合が増加していた。そして、先行研究と同様、文章題の立式の成績に関連しているのは、図のタイプよりも、問題構造の違いを反映させて図を描き分けることができたかどうかであったことに加え、前年度に描き分けが出来た児童では今年度も描き分けが出来ている傾向があることが判明した。

最後に、分数の割合文章題の成績を予測する要因に関しては、高い説明率は得られなかったものの、今年度実施した分数問題の中では関係図示課題および分数を扱う文形式の割合問題が、また前年度の小数問題の中では線分図形式の割合問題および関係図示課題が、割合文章題の成績と関連していることが認められた。関係図示課題の成績は、どちらの分析でも有意な説明変数となった。分数の割合文章題と関係図示課題との関連について、分数では関係図示課題の全ての小問において、図示の正しさに対応する用法の文章題での立

式の正しさとの間に関連が認められた。前年度取り組んだ小数での図示では、4問中3問において、今年度の分数の文章題での立式との関連が認められ、有意な関連が4問中2問(うち1問は有意傾向)だった小数の文章題の場合よりも、正誤の関連が顕著になっていた。

このように、分数倍の文章題においては、数量関係を正しく図示する能力と割合文章題の解決との関連は、さらに強くなっている。この知見は、文章題解決の指導のあり方についても示唆を与えるものである。文章題解決の指導では、問題表象テクニック(problem representational techniques)の教授や、これを含む解決方略の訓練(strategy-training)が行われている。例えば、Lewis (1989)では数直線を用いた問題表象の仕方、Zawaiza and Gerber (1993)では線分図、Hutchinson (1993)線分図を含む認知方略、Willis and Fuson (1988)や Jitendra and Hoff (1996)ではスキーマ図を用いて文章題の意味的關係を理解することが、それぞれ指導されている。これらは、文章題の情報を命題に変換したり表象したりすることにかかわる解決方略であり、生徒に線分図をはじめとする問題表象テクニックを身につけさせることで、問題解決の成績が向上することが、上記の研究では実証されている。また、様々な文章題解決の指導に関する諸研究についてその効果をメタ分析した研究では、表象テクニックの指導が、CAIと並んで、他の指導法よりも高い効果(effect size)をあげたことが報告されている(Xin and Jitendra, 1999)。視覚的な方略は、解決者が関連する知識にアクセスしたり知識を組織化する手助けをするため、問題の要素を予備的に選別したり同定したりして解かなければならないような複雑な課題や新奇な課題では、特に重要である(Lowrie & Kay, 2001)。複雑な課題や新奇な課題でも、課題を遂行するために必要な知識に簡単にアクセスできるなら、視覚的でない方略で問題を解くことが出来るが、検索された知識では不十分な場合は、別の情報を使って生徒の知識ベースの要素をリンクしたり操作可能にしたりする必要があり、問題を視覚的に表象することは、そのための効果的な手段になり得る、とLowrie & Kay (2001)は述べている。従って、表象テクニックの指導によって文章題解決能力を高めるためには、Hegarty and Kozhevnikov (1999)が主張したように、単に問題状況を視覚化させるのではなく、解決に関連しない絵的な細部ではなく問題中の対象物の関係を空間的に表象させるようにするべきであり、また、坂本 (1999b)で指摘されたように、問題を表象する過程において児童の問題理解や行った作業をチェックする手段を、あわせて提供していくことが必要となるだろう。

割合問題を解くことは、小学校高学年の児童には決して易しくない。本研究では、6年生で学習する分数

の割合問題での遂行が、全体として、5年生時点での小数の問題の遂行レベルと関連していることに加え、5年生で学習した小数の割合問題の成績が、1年後でも同じようなレベルに留まっていることが明らかになり、通常の算数教育の中では、割合問題の解決能力が簡単には向上しないことが示された。割合文章題では、立式の成績が5年生での小数問題から低下しているが、解法説明の面では、注目すべき知見がいくつか得られている。文章題解決の際に、5年生から継続して図を用いた児童が多かったこと、5年生時点では自己流の図を描いていたものの、今年度は教科書に準じた図を描くようになった生徒が多くいたため、全体として標準タイプの図を書く者の割合が増加したこと、文章題の構造に応じた図の描き分けの可否は、前年度の可否とある程度関連していることなどである。

文章題解決能力と他課題との関連については、小数文章題の場合とは異なり、分数の割合文章題の成績は小数倍や分数倍の数量関係を正しく図示する能力と関連していることが明らかになった。両者の関連は、先程も述べた、図の描き分けの可否と立式の成績との関連についての知見とともに、文章題解決を不得意とする児童への指導の中で問題表象テクニックを教授することの効果について、示唆的な裏付けを与える知見だといえよう。

文 献

- Hegarty, M. & Kozhevnikov, M. 1999 Types of Visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, **91**, 684-689.
- Hutchinson, N.L. 1993 Effects of cognitive strategy instruction on algebra problem solving of adolescents with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, **16**, 34-63.
- Jitendra, A. & Hoff, K. 1996 The effect of schema-based instruction on mathematical word problem solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, **29**, 22-431.
- Lewis, A.B. 1989 Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, **81**, 521-531.
- Lowrie, T. & Kay, R. 2001 Relationship between visual and nonvisual solution methods and difficulty in elementary mathematics. *Journal of Educational Research*, **94**, 248-255.
- 文部省 1989 小学校学習指導要領 大蔵省印刷局。
- 坂本美紀 2000 小数の割合文章題における割合関係の図示について。日本教育心理学会第42回総会発表論文集, 605.
- 坂本美紀 1999 割合問題の解決における小学生の誤答の分析。日本心理学会第63回大会発表論文集, 641.
- 坂本美紀 1999 小学生における割合文章題の問題表象—子どもたちは問題をどのように図示するか—。愛知教育大学教育実践総合センター紀要, **2**, 47-54.
- Willis, G.B. & Fuson, K.C. 1988 Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, **80**, 192-201.
- Xin, Y.P. & Jitendra, A. 1999 The effects of instruction in solving mathematical word problems for students with learning problems: A meta-analysis. *Journal of Special Education*, **32**, 207-225.
- Zawaiza, T.B.W. & Gerber, M.M. 1993 Effects of explicit instruction on community college students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, **16**, 64-79.
- 【付記】本研究は平成12年度科研費補助金（奨励研究A）の助成を受けた。

（平成13年8月30日受理）