愛知教育大学研究報告，49（教育科学編），pp. 109～116, March, 2000

算数・数学の領域における知識獲得とその指導

坂 本 美 紀
（心理学教室）

Children's conceptual and procedural knowledge in learning mathematics

Miki SAKAMOTO
(Department of Psychology)

1．はじめに

算数・数学をはじめ多くの領域で，子どもたちは，基礎的な概念と問題を解くための正しい手続きを学ばなければならない。心理学では，前者を概念的知識(conceptual knowledge)，後者を手続き的知識(procedural knowledge)と呼んでいる。概念的知識と手続き的知識は，別々にではなく，横並びで発達していくものであることは疑いがない。しかし，両者がどのように関係し，発達していくのかは，まだよくわかっていない。これらの知識の関係を明らかにすることは，学習がどのように起こるのかを理解する上で重要なことである。

新しい知識がどのように獲得されていくのかという問題は，理論だけではなく，教育実践を考える上でもたいへん重要である。小学校入学後，子どもたちは，算数の授業の中で，計算などの「やり方」についての知識をいろいろ学んでいくが，これらの手続き的知識を使いこなすことは簡単なことではない。やり方を一度教わっただけでうまく計算ができる場合はまれだし，繰り返し練習問題に取り組んでも，依然として間違い続ける子どももたくさんいる。計算問題における誤りはたまたま生じるものではなく，同じような問題にあたるとまた，同じような誤りが生じることが多い。そういった誤答は，子ども達が作り出した正しくない手続きによって生みだされたものであり（e. g. Brown & Burton, 1978; Brown & VanLehn, 1980），それは，彼らが貧弱な概念的理解しか持っていないためだと考えられた。従って，問題解決の手続きを中心に指導するのではなく，手続きの背後にある概念を理解させることに重点を置いた指導を行うべきだという主張がなされてきた。「指導法の改革は，これまで，手続きの強調と概念の強調との間を，行きつ戻りつ揺れ動いてきた。そして，どちらの知識も，他方を除外して指導されるべきでないことははっきりした。しかし，両方の知識を身につけさせるような指導をどう計画したらよいのかは，あまりはっきりしていない」(Rittle-Johnson & Siegler, 1998, p. 77)。より効果的な指導を作り出していくためには，数学的概念とそれに関連する手続きとの相互作用を明らかにした上で，子どもたちの概念と手続きの獲得に指導がどう影響するかを検討する必要がある。本論文では，このテーマに関する心理学的研究を紹介し，算数・数学における指導のあり方についての検討を行う。

本論文では，概念的知識を，ある領域を支配する原則やその領域における断片的な知識の相互関係についての理解と定義し，手続き的知識を，問題を解くための行動系列と定義する。本論文では，まず概念的知識と手続き的知識との関係について検討し，それをもとに指導の効果について考えることとする。

算数・数学の領域における両者の関連については，Rittle-Johnson and Siegler (1998) の詳細なレビューが参考になる。それによれば，多くの研究は，両者の関連を，手続きの獲得が関連する概念の獲得に先立つのかそれとも後なのかという形で検証している。大まかに見てみると，知識獲得の諸理論は，概念的知識が手続き的知識に先行し，手続きの生成や適用に影響していることを示唆した。一方，Karmiloff-Smith (1992) の知識獲得理論では，知識は最初，implicit な手続き的レベルで始まり，後に explicit でよく理解されたものとなっていくとされる。つまり，手続き的知識が先行し，概念的知識に影響を与えるというのである。確かに，子どもたちが最初に手続きを学習し，背後にある概念の理解を発達させるという状況は存在する。計数(counting)はその代表的な例である。しかし問題なのは，手続きの知識が，概念的知識を増大させるとは限らないという研究結果である。分数の乗算や多桁の引き算といった領域では，正しい手続きを学んでも原理を理解しない子どもが大勢いる。また，新しい問題を解く際に学んだ手続きを活用することが難しい場合が多いが，これも手続きの適用を可能にする概念的理解を伴わないまま，手続き的知識が獲得されたためと考えられる。

本論文の主要な目的は，算数・数学の領域における知識獲得についての諸研究のうち，概念や手続きの指導を行いその効果を検証した訓練実験を紹介し，様々

な指導条件が概念と手続きの知識の獲得にどう影響するかについて検討することである。このうちいくつかの研究では，知識の学習に加えて転移(transfer)の問題が検討されている。学習指導においては，児童・生徒が教えられたことを正しく学び取るだけでなく，学習した内容を他に転移させられることが理想だからである。一見似ていないが，概念的に関係の深い問題をも解けるようにするのは，どのような指導だろうか。転移には，学んだ解法ルールを使う類似の課題での取り組みである近い転移と，同様の解法ルールを使う異なった課題での取り組みである遠い転移がある。本論文では，様々な指導条件が算数・数学の学習と転移にどのような影響を与えるかについても，あわせて紹介していく。

2．概念的知識と手続き的知識との関係

訓練実験を検討するに先立ち，算数・数学の領域における概念的知識と手続き的知識の関連を整理しておきたい。両者の関連に注目した研究は，一桁の加算，多桁の加減算，分数の計算，比例的推理といった，いろいろな領域で行われている。

まず，一桁の加算をみてみよう。カウンティングに頼って加算を行っている子どもが計算を効率的に行うためには，足す数が足される数より大きい時には2数を逆転させる—例えば2＋6の時は6＋2として計算する—とよい。この手続きはmin方略と呼ばれるもので（e. g. Siegler & Jenkins, 1989），足す数と足される数を入れ替えても和は同じだという加算概念と関連するものである。Cowan and Renton（1996）は，子どもたちが，min方略を実際に使えるようになる以前に，子ども達は，その基礎となる加算概念すなわち交換法則(commutativity)の知識を持っていることを示した。ただし，この結果は注意して解釈する必要がある。この研究では，ひとつには，被験児の分類を行った際に人数の極端に少ない条件が生じているため，また，概念理解の測定課題が，子どもが持つ交換法則の理解を過大評価している可能性があるためである。Siegler and Crowley（1994）の実験1では，他の方法でこの点を追求した。幼稚園児に，正誤取り混ぜたさまざまな加算の方略を評定させ，加算の際にmin方略がまだ使えない子どもでも，交換法則にもとづく方略のよさ（smartness）を正しく評価できることを示した。子どもたちは，進んだ方略の利用に先立ち，加算の背後にある概念を理解しているのである。これらの研究は，一桁の加算の領域では概念的知識と手続き的知識とが関連していること，特に概念的知識の獲得が手続き的知識の獲得に先行していることを示した。

分数の計算の領域においても，同様のことが検討されている。Byrnes and Wasik（1991）の実験1では，小学校4，6年生を対象に，分数の概念的理解と計算手続きの知識とを測定し，両者の関係を調べた。4年生は分数の基本的な概念以外はほとんど指導を受けていず，それに対して6年生は，4年次と6年次の2度にわたり，分数の計算についての指導を受けていた。知識の測定は，多肢選択方式の課題冊子によって行われた。概念的理解を測定する課題は3種類あった。課題はそれぞれ，図式的に示された分数の数字表記を同定するもの，描かれた分数を表す別の図を選ぶ（例えば，4つのうち3つが着色された円は4つのうち3つが着色された四角と同じ）もの，文章形式で示されたふたつの分数の大きさを比較するものであった。手続き的知識を測定する課題は3種類あり，異分母分数の加算と乗算が課された。分析の結果，4年生，6年生ともに，分数についての概念的知識をかなりの程度持っていることが示された。4年生の大きさ比較課題を除けば，他はほぼ8割以上の正答率であった。それにも関わらず，計算手続きを測定する課題において，分数の加算ができた者は全体の1割にも満たなかった。チャンスレベルを超える正答数を示した児童は，4年生ではひとりもいなかったのである。一方，分数の乗算の問題は比較的好成績だったが，それは分母と分子を別々の整数のように扱って計算したのであっても正答できたためだと考えられる。これより，通分の手続きが必要な加算の問題が解けないのは，概念的知識が乏しいからではない。通分の問題が解けるためには，分数についての概念的知識を持っているだけでは十分ではないとByrnesらは述べた。分数の乗算では例外的に手続きが先行するが，分数の加算においては，概念的知識の獲得が手続き的知識の獲得に先行しているといえるだろう。

小学校高学年になると，2つの次元が関わる量，すなわち比（例）が導入される。速度，濃度，確率のような概念を考える際に使われる比の計算や比較をするための数学的手続きはこの時期に指導される。Dixon and Moore（1996）は，量と温度が異なる水の混合問題を用いて，課題の原則についての直感的な理解と，フォーマルな手続き使用との関連を検討した。小，中，高校生および大学生を対象として行った実験からは，手続き的スキルが概念的理解と関連していること，概念的理解は正しい手続きを使う能力よりもはるかに先行して発達することが示された。

多桁の加減算では，繰り上がりや繰り下がりの手続きが学習される。こういった手続きを獲得するためには，桁値を理解することが必要である。数字が意味する値は，その数字が数の中でのどの位置におかれているかによって，10進法との対応から決まるのである。例えば，23の中の「2」は，〝2〞ではなく〝20〞を表す。このような桁値の理解に苦労している子どもは多い。多桁の加減算では，先述のように，桁値の理解が欠けていることを伺わせる手続きがよく使われる。こ

の領域において，概念的知識と手続き的知識との関連を検討した研究には，例えば Hiebert and Wearne（1992；1996）がある。

Hiebert and Wearne（1996）は，小学校1年生だった70名の被験児が4年生になるまでの3年間を追跡した縦断研究である。子どもたちの概念的理解と計算スキルを繰り返し測定するとともに，2種類の異なった指導をそれぞれ実施した。概念的理解の測定では，ある数に10のかたまりがいくつあるかを同定させたり，多桁の数における各桁の値を具体物で表象させたり，多桁の数を何通りものやり方で表現させたりした。手続き的スキルの測定では，繰り上がりや繰り下がりを伴う2桁の加減算の問題が課された。子どもたちが用いた方略は，標準的なアルゴリズムあるいは10進法を利用して作り出された手続きとして分類された。この研究ではまず，概念的理解が優れている子どもは，そうでない子どもよりも手続き的スキルが高いことが示された。特に顕著だったのは，近い転移の問題においてであり，概念をよく理解していた子どもは，新奇な問題を解く際に，新しい手続きを作り出したり古い手続きを修正したりした。また，このような子どもは，教えられたアルゴリズムをすぐに採用し，正しく使う傾向があった。一方，概念的理解の弱い子どもは，教えられた手続きを，日常的に使わなくなると忘れてしまうことが多かった。簡単な問題では概念的理解が弱くとも高い成績がとれるためかすみがちだが，理解は教えられた手続きの学習に影響するのである。これより，子どもが持つ概念的理解のレベルから，将来の手続きスキルが予測できると言えるだろう。

同様のことは，他の領域でも示されている。中学1年生を対象とした Byrnes（1992）の実験1では，正負の数を扱う計算手続きの指導の前後で，概念的知識と手続き的知識とを測定し，指導に先立って生徒が持っていた概念的知識が，手続きの獲得を促進することを示した。概念的知識から，ポストテストでの計算スキルのレベルが予測できたのである。

これらの研究は，概念的知識の獲得が手続き的知識の獲得に先行していること，そして，概念をよく理解している子どもは，手続き的スキルにも優れている傾向があることを示したものである。これらの知見をふまえた上で，次の節では概念や手続きに関する指導の効果についてみてみる。

3．概念や手続きに関する指導の効果

3-1　概念ベースの指導

多桁の加減算では，手続きのステップとそれを支える概念との結び付きを強調して，指導の改善が試みられている。例えば，Resnick は，筆算のアルゴリズムとその背後にある原則とを結びつけるための「対応づけ教授（mapping instruction）」を考案した（e.g. Resnick, 1983）。タイルやディーンズブロックなどの教具は，計算の原理に関する知識を生成したり引き出したりすることがわかっている。これらの教具は，小さな正方形で1，それを10個つなげた長方形で10，長方形を10個並べたもので100…等々を，それぞれ表すようになっている。これらを使って引き算を行うと，繰り下がりなどの計算手続きを，具体的なレベルで行うことができる。対応づけ教授では，こういったブロックの操作と筆算との2つの解き方を1ステップずつ対応させながら，引き算の問題を解いていく。ブロックで行う繰り下がりの操作を筆算の操作に明確に対応させることで，具体物のレベルで発達させた原理についての知識が，筆算の世界でも用いられる可能性が極めて高くなる。

Hiebert and Wearne（1996）では，小学校1年生から3年生にかけて，学級単位で2種類の指導を実施した。具体的には，問題状況の文脈化や，数量をブロックで表現させたり解決手続きを作り出させて議論させたりした新しい指導と，教科書ベースで行われる通常の指導であった。ここでの新しい指導は，子どもたちに，自分なりの解決手続きを作り出させることや他者が示した手続きを理解させることなどに焦点を当てたものであり，伝統的な意味での概念的な指導とは違うかもしれない。しかしこの新しい指導を受け続けた児童では，3年次の終わりには，通常の指導を受け続けた児童よりも，概念的理解が向上していた。一方，計算スキルに関する指導の効果は，児童が最初に持っていた概念的理解のレベルによって異なっていた。概念的理解が優れていた子どもは，どちらのタイプの指導を受けていても，10進法に基づく適切な方略を発達させ，適用したが，そうでない子どもでは，直接指導されない限り，方略を作り出すことはできなかった。通常の指導を受けた場合は，概念のレベル以上に問題解決の成績が向上するけれども，自分たちが使っている手続きの意味を説明することはできなかった。言い換えれば，新しい指導の場合は，概念的理解を徐々に向上させたことに加え，概念的理解が手続きの発達や適応により大きな役割を果たしていたのである。

概念に基礎をおいた指導の効果は，Fuson and Briars（1990）でも確かめられている。この研究では，10進法のブロックを用いて桁値と多桁の計算を指導する概念ベースの指導を，小学校1・2年生のクラスで数週間にわたり実施した。子どもたちは，ブロックを用いて多桁の数の意味を探り，繰り上がりや繰り下がりを表象した。そして，ブロック操作と対応づけながら，加算ないしは減算のアルゴリズムを教わった。指導の前後で，桁値の理解の5側面からなる概念的知識と，繰り上がりのある2桁の加算ないしは0からの繰り下がりのある多桁の減算の手続き的知識が測定された。その結果，概念と手続きを明確に対応させた指導

が，子ども達が正しい手続きを理解し適用する助けとなったこと，また2年生では概念理解の向上にも役立ったことが示された。以上のように，概念の指導は，手続きの指導同様，手続き的スキルを増大させうるのである。

一方，先述の Resnick は，小学校4，6年生に対応づけ教授を実施して，原理的な理解を図るとともに，手続きのバグ (bug) が解消されることを狙って実験を行った（Resnick & Omanson, 1987)。残念なことにこの研究においては，この教授は，数学的な原理の理解を高めはするが，既に成立してしまっているバグを除去するには不十分であることが示された。

3-2　手続きベースの指導

手続きの指導に関してはどうであろうか。分数の計算を扱った Byrnes and Wasik (1991) の実験2では，通分の手続きの指導を行い，その効果を検討した。小学校5年生51名に対して行われた分数の加算の指導では，整数の加算との区別と，分数の加算に必要な通分の仕方とを教え，練習問題を解かせた。指導の前後で概念的知識と手続き的知識を測定した。その際，概念的知識があるにもかかわらず加算の問題が解けなかったという実験1での結果について，概念的知識の測度が十分でなかったためだという可能性を考慮し，概念的知識の測度を増やした。実験1での課題に加えて新たに2課題を実施した。1つの課題は，文章で示された分数量の数字表記を同定するものであった。他方は，描かれた分数を表す別の図を選ぶ課題であるが，異分母で同値のものを選ばなければならない。例えば，4つのうち1つが着色された円に対し，8つのうち2つが着色された三角を選ぶのである。指導後のポストテストにおいて，通分の必要な問題での成績が向上していた。ところが，概念的理解の得点には，指導の前後で差がみられなかった。手続きの指導は，手続き的知識を向上させたが，概念的理解は向上させなかったといえる。

この実験ではまた，新たな概念的知識の測度を加えて概念的知識と手続き的知識との関連を調べている。分析の結果，通分を用いて正しく加算ができた子どもは，概念的知識の全ての測度に，あるいは難しい2項目以外の全てに正答していることが明らかになった。これより，概念的知識は手続き的知識に先だって獲得されることが確認された。ただし，ふたつの知識の関連をみてみると，概念的知識の得点と加算問題との成績との相関は，直後ポストテストでは有意だったが，遅延ポストテストではみられなくなっていた。これより，分数についての概念的知識は，通分の手続きの再学習を促進するけれども，その知識の保持には不十分であることが示唆された。

3-3　指導効果の比較検討

概念や手続きの獲得を扱った訓練実験はあまり多くない。さらに，指導の効果を実証するために必要な条件統制が行われていないものが少なくない。実験群に加えて統制群が置かれていたとしても，被験児や教師がランダムに割り付けられているわけではないし，手続き的スキルの増加から，概念的理解が向上したことによる影響を分離してもいない。

そんな中で，概念的知識と手続き的知識との関係を，指導の影響を考慮しながら直接検討した研究が，数学的同値性（mathematical equivalence）の学習を対象に実施されている。数学的同値性とは，等式の2辺は同じ量を表すという原則である。同値性は，算数においても数学の方程式においても基本的な概念であり，(a)2量が等しいことの意味，(b)関係のシンボルとしての等号の意味，(c)2辺で等式を構成するという考え，の少なくとも3つのコンポーネントからなる。これらは，数学的な問題解決の基本となるものであるが，方程式の学習までは正面からの取り組みがなされないことがよくある。小学校高学年の児童の多くが同値性を理解できていず，“3＋4＋5＝3＋__”などの問題が正しく解けない（Alibali, 1999; Perry, Church, & Goldin-Meadow, 1988)。小学校3，4年生ではほとんどの児童が，4つの数字を全て足してしまうか，等号の前の3数を全て足して最後の数は無視してしまうのである。これらの先行研究では，小学生には同値性問題（equivalence problem）を解く正しい手続きを使うのが難しいという結論が出されている。では，同値性の問題解決には，どのような指導が効果的なのだろうか。

まず，Perry (1991) では，同値性に関する概念ベースの指導の効果を検討した先行研究（Perry et al., 1988）を発展させ，概念ベースあるいは手続きベースといった指導のタイプが，同値性問題の解法の学習および転移にどう影響するかを検討した。指導対象は小学校の4，5年生であった。概念指導では，黒板に同値性問題を書き，問題の背後にある原理を指導した。具体的な教示は次の通り。「このような問題では，式の両辺が等しくなるような数字を空欄に当てはめなければなりません。つまり，こちら側（等式の右辺を指し示す）とこちら側（等式の左辺を指し示す）とを等しくするのです。」問題の解き方については一切指導しなかった。一方，手続き指導では，黒板に同値性問題を書き，問題の解き方を少しずつ説明した。具体的な教示は次の通り。「こういう問題を解くひとつのやり方は次のようなものです。まず左辺の数字をすべて足し（例えば4＋6＋9＝__＋9という問題では，4＋6＋9の部分を手で指し示す)，それから右辺の数字を引くのです（右辺の9を指し示す)。」手続きの背後にある原理については一切指導しなかった。指導後，両群の児

童は新しい問題を解き，同じ指導を受け，別の問題を解いた。指導後，児童にはポストテストと転移問題とが課された。ポストテストの問題は，プレテストと同様，加算の同値性問題であった。転移問題には，乗算の同値性問題の解決と，与えられた解答の正誤の評定とが含まれていた。

手続きベースの指導と概念ベースの指導の比較からは，解決手続きの学習においては指導タイプによる差はないものの，新しい知識の転移に関しては，概念ベースの指導が優れていることが明らかになった。この研究で注目すべき点は，同値性概念についての指導を受けた子どもたちの中に，少人数ではあるけれども，同値性問題を解くための手続きを作りだした子どもたちがいたことである。この研究が統制群を設けていなかったため結論を急ぐことはできないが，概念の理解が増大することによって，直接は指導されていない正しい手続きが生成されるという可能性は，検討に値するといえよう。また，概念の指導と手続きの指導を組み合わせた指導条件では，手続きのみの指導と変わらない成果しか上がらなかった。

これより，転移が起こるためには，概念ベースの指導が重要であり，また，その際に解決手続きを示すと転移が起こりにくくなることが示された。手続きが一緒に与えられてしまうと，子どもたちは原理が内包する概念的な情報を無視してしまうのではないかと考えられた。

この研究を受けて，Rittle-Johnson and Alibali (1999) では，同値性に関する概念的知識と同値性問題を解くための手続き的知識との関連を直接検討し，さらに，片方の知識に焦点を当てた指導が，他方の知識をも向上させるのかどうかを検討した。被験児は小学校の4年生と5年生であった。

概念的知識の測定にあたっては，同値性概念の3つのコンポーネントについて直接質問する課題と，同値問題を解くための正しい手続き3通りと正しくない手続き3通りとを，とてもよい，まあよい，あまりよくないの3段階で評定させる課題の2つの測度が用いられた。手続き的知識の測定でも，ふたつの課題が用いられた。ひとつは，$a+b+c=a+$__という式の空欄に当てはまる数値を求めさせる標準的な同値問題で，他方は転移課題であった。転移課題は，問題の3つの性質を変更して作成された。具体的には，演算が加算か乗算か，空欄の位置が演算記号の右か左か，式の両辺に同値の値があるかどうかの3点を操作し，合計5タイプの問題が作成された。

実験はまず，学級でのスクリーニングからはじまった。ここでは標準的な同値問題2問を解かせ，同値性を理解している児童としていない児童とを同定した。理解している児童は27名，理解していない児童は59名いた。理解していない児童を，概念指導群，手続き指導群，統制群の3グループにランダムに割り付け，テストセッションを行った。統制群に対しては指導は行わず，知識の測定のみを行った。残りの2群は，プレテストの後，短いレッスンを受けた。概念指導群では，問題の背後にある原理を言葉と図で説明した。具体的な教示は次の通り。「ここに等号があるので(等号を指し示す)，その前の量（等式の左辺をなぞる）はその後の量（等式の右辺をなぞる）と等しくなければなりません。つまり，等号の後の数字(等式の右辺をなぞる)を合計すると，等号の前の数字(等式の左辺をなぞる)と同じ量になる必要があるのです。」問題の解き方については一切指導しなかった。手続き指導では，同値性問題を解く正しい方略のうち，grouping の手続きを指導した。具体的な教示は次の通り。「こういう問題の解き方はいろいろありますが，ひとつのやり方は次のようなものです。ここに（数字）がありここにも（数字）がありますから(繰り返しの加数を指し示す)，この数とこの数（繰り返されていない加数を指し示す）を足せばいいのです。」指導後，両群の児童は新しい問題を解き，同じ指導を受け，別の問題を解いた。この指導の前後で，概念的知識と手続き的知識の両方を2度測定した。

知識測定の結果から，同値性の概念に関する指導が，子どもの問題解決手続きに与える影響と，問題解決の手続きに関する指導が，子どもの概念理解に与える影響とをそれぞれ調べた。概念的知識と手続き的知識の関係について，概念的理解は手続きの生成や適用に影響し，手続きの理解は概念的理解を進めることがそれぞれ確認されたが，影響の大きさは対称ではなかった。手続き指導を受けた群では，概念理解の測度である質問課題と評定課題の成績が統制群よりは向上したが，その向上は概念指導群には及ばなかった。さらに，教えられた手続きを使って解くポストテストの成績は良かったが，指導された問題とは異なる転移課題になると，教えられた手続きを利用しないため，成績は良くなかった。これより，手続きの理解は概念的理解を向上させるが，限界があることが示された。一方，概念指導群では，同値性問題を解くための手続き的知識が一貫して向上した。子どもたちは，直接は指導されなかった正しい手続きを学び，それを転移課題でも使うことができたのである。先行研究で示されたように，概念的知識は手続き的知識に対してより大きなインパクトを与えることが，本研究でも明らかになった。

こういった非対称をもたらす一つの要因は，手続き的知識から概念的知識を作り出す個人差であろう。概念の指導を受けた場合，ほとんどの児童が概念的知識を正しい手続きを作り出していたが，手続き指導の場合は，教えられた手続きに対して，どうしてこうなるのかという概念を考えた者と考えなかった者がいると考えられる。次の節では，概念的知識と手続き的知識

とが互いにどのように影響しているのかについて，実験的知見を元に考察する。

4．概念的知識と手続き的知識とが相互に影響するメカニズムの考察

概念的知識と手続き的知識とが相互に影響するメカニズムについて，Rittle-Johnson and Alibali (1999) は，自身のデータを元に次のように考察している。

まず，概念的知識が手続きの生成に影響するメカニズムについては，次の２つの可能性が考えられる。最初の可能性は，概念的知識の獲得により，児童は自分の手続きが正しくないことに気づくようになるということである。概念的知識が確固たるものになってくると，自分がとっている問題解決手続きがその知識と不一致であることに気づき，手続きを変更するのではないだろうか。指導後に正しくない手続きを評定させたデータでは，概念指導を受けた群では，手続き指導群や指導なし群に比べ，正しくない手続きの評定値が低くなっていた。これより，概念的知識は，手続きを変更しなければならないことに気づきやすくなるという形で，手続きの生成に影響するといってよいだろう。もうひとつの可能性は，概念的知識が手続きの生成を制約する，つまり正しくない手続きの生成を妨げるというものである。Rittle-Johnson and Alibali (1999) によるこの可能性の検証は，あまり明確なものではない。筆者の考えでは，むしろ転移問題で子どもたちが作り出した手続きの群間差が示唆的ではないかと思われる。新しい転移問題に直面した際，手続き指導群の子どもたちは，以前に使っていた正しくない方略に戻るか，他の正しくない方略に切り替えてしまったのに対し，概念指導群の子どもたちは，教わった原理に対応する手続きを中心とする，正しい手続きを用いることができた。これより，概念的知識は，正しい知識に含まれる大切な要素を同定させたり，とりえる手続きが，試す価値のあるものかどうかモニターさせたりする形で，手続きの生成に影響すると考えられよう。もちろん，Rittle-Johnson and Alibali (1999) は，問題の符号化といった他の基礎メカニズムによっても，これらの説明が導けるという可能性を否定していない。

手続き的知識が概念的知識に与える影響についても，２つの可能性が考えられる。最初の可能性は，手続き的知識が概念的理解を制約するというものである。正しい手続きについての知識は，正しい概念的知識に強く関連している。例えば，同値性問題を解く正しい手続きは，子どもたちが持つ素朴な等号概念(e. g. Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980) ―等号とは，「答えは～～」を意味する，あるいは問題文の最後を意味する，など―とは相容れないものである。Rittle-Johnson and Alibali (1999) のデータでは，手続き指導も，等号の意味や等式の構成に関わる概念理解を促進している。これより，誤った概念を取り除くことにより，手続き的知識が概念的理解に影響している可能性が示唆されたといえよう。もうひとつの可能性は，子どもたちが，手続きを使用する際に，どうしてそれが有効なのか考える場合がある，ということである。教えられた手続きが使いやすい時や，自分が使っている手続きと違っているので驚きを感じた時などに，子どもたちは新しい手続きの概念的基礎を考えることがある。もちろんこの傾向には個人差がある。Rittle-Johnson and Alibali (1999) の実験では，概念的知識を向上させたのは，手続きの指導を受けた児童の半数程度であった。

このことに関連すると考えられるのが，自己説明 (self-explanation) の効果に関わる諸研究である。これは，もう解かれてある例題 (worked-out example) を学習する際に，自分自身に解法を説明する自己説明のいかんによって，学習の成否が決まってくるという現象である。先駆的な研究である Chi, Bassok, Reimann, and Glaser (1989) では，被験者の大学生たちに，初等物理学におけるニュートンの運動の法則に関する解かれてある例題を学習させた。彼らはまず，例題を学習する基礎となる物理学の知識を学習した。この内容については，テストと再学習によりどの被験者も十分に理解したことが確かめられた。続いて被験者は解かれてある例題を３題学習し，例題と同型の問題とやや応用的な問題を解いた。被験者たちはその際，思考の内容を口頭で報告するよう求められた。問題がどの程度解けたかによって，被験者を高得点群と低得点群に分けて分析を行った結果，例題の学習について以下のような違いが明らかになった。全体として，高得点群の被験者は，学習過程において頻繁に説明を生成した。特に彼らは，説明の中で(1)解法のステップを物理の原理によりしばしば関連づけ，(2)操作子 (operator) の適用条件と目標 (goal) の精緻化をよりしばしば行い，(3)理解状態をより的確にモニターしていた，つまり自分が理解できていないということに気づきやすく，その後に必ず説明を行おうとすることが観察された。彼らはまた，のちの問題解決によって例題をあまり利用しなかったが，これは自己説明によって例題に依存しない一般的な知識を獲得したためと考えられる。一方，低得点群の被験者は，例題学習時に効果的な自己説明をあまり行わず，問題解決時に例題に大きく依存した。コンピュータ・プログラミングの学習過程について検討を行った Pirolli and Recker (1994) でも，よい学習者とそうでない学習者との間に，Chi et al. (1989) の結果と同様の違いが見いだされている。また，Renckl (1997) は，確率の問題を対象に，ポストテストや転移問題にみられる学習の効果と自己説明の質的な特徴との間に関連があることを示した。特に，すぐれた学習者は，確率の原則に基づく説明や，目標

と操作子との結びつきを明確にすること，前もって確率を計算しておくような先を見越した推論を，多く行っていた。

こういった自己説明における個人差により，手続き指導における効果の個人差を説明することができるであろう。手続きの指導により概念的知識が向上したのは，なぜ特定の手続きが正しいのかを自分自身に説明しようとした子どもたちなのではないだろうか。もしそうだとしたら，手続きがなぜ正しいのかの説明をうながすことにより，手続き的知識が概念的知識に与える影響を増加させられるかもしれない。最近行われた研究では，この考えを支持する結果が得られている。例えば，成人に自己説明方略を訓練した Bielaczyc, Pirolli, and Brown (1995) や，中学生に説明の生成を促した Chi, de Leeuw, Chiu, and La Vancher (1994) では，自己説明によって実際に学習が向上することが実証されている。ただし，自己説明の効果に関わる諸研究では，大学生を被験者としている場合が多く，本論文で検討してきたような算数領域での学習を扱った研究はほとんどない。ほぼ唯一の研究といえる Mwangi and Sweller (1998) では，解いてある例題を用いて小学 3 年生に 2 ステップの比較問題 (compare problem) の解き方を学習させた。しかしこの研究では，自己説明の効果が見られていない。被験者の年齢や課題の性質，行われた自己説明の内容（たとえば原理と例題の関連づけが行われていたか）など，いくつかの要因が考えられるが，これらの点を考慮した上で，算数領域での学習における自己説明の効果を，今後検討していく必要があるだろう。

5．最　後　に

本論文では，新しい知識がどのように獲得されていくのかという問題について，概念的知識と手続き的知識との関連および知識指導の効果の面から検討した諸研究についてみてきた。多くの研究からは，概念的知識の獲得が手続き的知識の獲得に先行し，なんらかの影響を与えていること，そして概念に基礎をおいた指導が，手続きに焦点を当てた指導よりも大きな効果をもたらすことが示されている。特に，同値性概念に関する領域では，児童が概念指導によって正しい手続きを生みだすようになることが示されたが (Perry, 1991; Rittle-Johnson & Alibali, 1999)，この結果を他の領域での学習に一般化するには，いくつかの問題がある。本論文中で詳細に紹介したように，これらの研究で実施された概念指導は，ターゲットの問題に強く結びついたものであった。また，同値問題を解く正しい手続き自体は，この年齢の子どもには，そう複雑でも難しくもない。こういう条件の下だからこそ，概念を教えられただけで手続きの生成が起こったという可能性がある。概念指導が他の研究で行われていたようなもっと抽象的なものであったり，異なる年齢層の児童を被験児とした場合には，手続きの生成は起きないかもしれない。

また，手続きのみに焦点を当てた指導は，教えられた手続きの獲得にしか効果を発揮せず，新しい問題への転移や概念的理解の獲得には役立たないことが示されたが，背後の概念によりわかりやすく対応づけた手続き指導や，それがどうして有効であるのかという理由づけを伴わせた手続き指導を行えば，概念指導と同じくらい効果があるかもしれない。その際に注意すべきなのは，概念指導の際に解決手続きを一緒に示すと転移が起こりにくくなったという Perry (1991) の結果である。自己説明に関わる諸研究でも示唆されたように，与えられた解法と背後の原理とを関係づけようとする努力，簡単に言えば，なぜこの手続きが有効なのかを考えようとする試みが，児童の側で積極的になされなければ，その学習は単なる手続きの丸暗記に終わってしまう可能性がある。

この点に関してさらに言えば，子どもの既有知識や教育経験により，指導に対する反応が異なるかもしれないということが考えられる。例えば，Hiebert and Wearne (1996) で実施された指導では，子どもたちに，自分なりの解決手続きを作り出すことや手続きを成り立たせている概念について考えることを奨励していたが，このような教育経験を持つ子どもたちは，通常の授業を受けていた子どもたちよりも，手続き指導からでも学ぶことが多いのではないだろうか。

今後の研究では，概念指導をどのようなときに実施すべきか，どのような手続き指導をいつ実施すればよいか，などの点を検討していく必要がある。よりよい指導を考えていくためには，概念的知識と手続き的知識との発達的な関係を解明することが望まれるが，それには，何週間，何ヶ月，ときには何年といった長きにわたって，2 種類の知識の関係が変化していくさまを明らかにし，そして異なった指導がもたらす長期的な効果を検討していかなくてはならない。それに加えて，これまでの諸研究を，他の領域や異なる対象へと拡張していくことや，現在得られている知見が，教室場面のような，より生態的妥当性の高い文脈においても適用できるかどうかを検証していくことなどが必要となるであろう。

文　　献

Alibali, M. W. 1999 How children change their minds: Strategy change can be gradual or abrupt. *Developmental Psychology*, **35**, 127-145.

Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. 1980 How children view the equal sign. *Mathematics Teaching*, **92**, 13-15.

Bielaczyc, K., Pirolli, P, L., & Brown, A. L. 1995 Training in self-explanation and self-regulation strategies: Investigating the effects of knowledge acquisition activities on problem solving. *Cognition and Instruction*, **13**, 221-253.

Brown, J. S. & Burton, B. R. 1978 Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, **2**, 155-192.

Brown, J. S. & VanLehn, K. 1980 Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills. *Cognitive Science*, **4**, 379-426.

Byrnes, J. P. 1992 The conceptual basis of procedural learning. *Cognitive Development*, **7**, 235-257.

Byrnes, J. P. & Wasik, B. A. 1991 Role of logical knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental Psychology*, **27**, 777-786.

Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M. W., Reimann, P., & Glaser, R. 1989 Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, **13**, 145-182.

Chi, M. T. H., de Leew, N., Chiu, M., & LaVancher, C. 1994 Eliciting self-explanations improves understanding. *Cognitive Science*, 18, 439-477.

Cowan, R. & Renton, M. 1996 Do they know what they are doing? Children's use of economical addition strategies and knowledge of commutativity. *Educational Psychology*, **16**, 409-422.

Dixon, J. A. & Moore, C. F. 1996 The developmental role of intuitive principles in choosing mathematical strategies. *Developmental Psychology*, **32**, 241-253.

Fuson, K. C. & Briars, D. 1990 Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**, 180-206.

Hiebert, J. & Wearne, D. 1992 Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, **23**, 98-122.

Hiebert, J. & Wearne, D. 1996 Instruction, understanding and skill in multidigit addition and instruction. *Cognition & Instruction*, **14**, 251-283.

Karmiloff-Smith, A. 1992 *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge, MA: MIT Press.

小島康次・小林好和（監訳）1997　人間発達の認知科学―精神のモジュール性を超えて―ミネルヴァ書房.

Mwangi, W. & Sweller, J. 1998 Learning to solve compare word problems: The effect of example format and generating self-explanations. *Cognition and Instruction*, **16**, 173-199.

Perry, M. 1991 Learning and transfer: Instructional conditions and conceptual change. *Cognitive Development*, **6**, 449-468.

Perry, M., Church, R. B., & Goldin-Meadow, S. 1988 Transitional knowledge in the acquisition of concepts. *Cognitive Development*, **3**, 359-400.

Pirolli, P. & Recker, M. 1994 Learning strategies and transfer in the domain of programming. *Cognition and Instruction*, **12**, 235-275.

Renkl, A. 1997 Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, **21**, 1-29.

Resnick, L. B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsberg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. pp. 109-151. New York: Academic.

Resnick, L. B. & Omanson, S. F. 1987 Learning to understand arithmetic. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology*. Vol. **3**, pp. 41-95. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Rittle-Johnson, B. & Alibali, M. W. 1999 Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, **91**, 175-189.

Rittle-Johnson, B. & Siegler, R. S. 1998 The relations between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skill*. pp. 75-110. Hove, UK: Psychology Press.

Siegler, R. S. & Crowley, K. 1994 Constraints on learning in nonprivileged domains. *Cognitive Psychology*, **27**, 194-226.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. 1989 *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

（平成11年９月２日受理）