

## 小数を扱う算数文章題の解決に関連する要因と知識

坂本美紀

Miki SAKAMOTO

(心理学教室)

### 1 問題の設定

算数文章題には、計算問題とは違う独自の難しさの原因が存在する。個々の演算さえ学習すれば、その演算を扱う文章題がすべて解けるようになるわけではない。文章題を解くためには何が必要なのか、また文章題がどのように解かれるのか、などの点が、算数文章題を扱った認知心理学的研究で検討されている。

本論文の目的は、認知心理学的アプローチに基づく文章題解決の研究のうち、解決過程とそこで生じるつまずきに関するものと、解決過程で必要とされる知識に関するものについて、それぞれ述べることである。さらに、これらの研究の結果から、教育指導にどのような提言ができるかについて考察する。

### 2 文章題解決過程とつまずきの検討

まず、認知心理学では、文章題の解決過程の分析とモデル化が行われている。文章題解決過程は、与えられた問題文を読んで理解する問題理解過程と、理解した内容に基づいて問題を解く解決実行過程とに大別できる (e. g. Kintsch & Greeno, 1985)。Mayer ら (Mayer, Larkin, & Kadane, 1984; Mayer, Tajika, & Stanley, 1991; Mayer, 1992) はこれをさらに細分し、文章題解決にあたって4つの認知過程を考えた。まず、問題文の個々の文を心的表象に変換する①変換 (translation) 過程、次に心的表象を統合して問題全体の表象を作り出す②統合 (integration) 過程、さらに解決のためのプランを立てる③プラン (planning) 過程、そしてその解法を実行する④実行 (execution) 過程である。

文章題解決におけるつまずきは、解決過程のどの部分で、どのように生じるのであろうか。この点を検討する1つの方法は、各下位過程を測定できる課題を解かせることである。Mayer et al. (1991) や石田・多鹿 (1993) では、小学生が持つ4過程それぞれの能力を、別個の課題で測定した。測定にあたり、変換過程では与えられた文の内容を表している式の選択、統合過程では解決に使用する数値の選択、プラン過程では

解決に使用する演算の選択、実行過程では与えられた式の計算という課題が、それぞれ使用された。これらの課題を用いて解決過程におけるつまずきを検討したところ、Mayer が設定した下位過程のうちでは、統合過程でつまずきが多く生じることが報告されている。石田・多鹿 (1993) は、このような課題を小学5年生に解かせ、どの過程の問題で誤りが多くなるかを調べた。この研究では、計算問題の得点のレベルをそろえた上で文章題の得点の上位群と下位群を選び出し、下位過程のタイプ別の比較を行った。その結果、上位群では問題タイプによる成績の違いはなかったが、下位群では統合問題の成績が他の問題タイプに比べて悪いことが明らかになった。これより、文章題の成績が悪い子どもは、計算力の成績に関わらず、統合過程の力が他の過程に比べて弱いことが示唆された。

これとは別に、文章題を難しくしている要因についての研究も行われている。認知心理学や教科教育の研究では、文章題の難易に影響を与えるものとして、問題の構造や使われている数値などの要因が挙げられている。代表的な研究である Riley, Greeno, & Heller (1983) は、加減算の文章題では、問題の意味的な構造や未知数の位置によって、難易に差が出来ることを明らかにした。乗除算の文章題については、「 $\sim$ 倍」という割合関係を扱う問題かどうか (Hardiman & Mestre, 1989)、また、関係文の表現と必要な演算とが一致しているかどうか (Lewis & Mayer, 1987) によって、成績に差があることが報告されている。しかし、乗除算の文章題における問題の構造の分類には、定番とされるものがないため、問題の構造による成績の差は、まだ部分的に検討されているのみにとどまる。乗除算の文章題の成績に影響する要因としては、むしろ、問題で使われている数値の影響について、研究が多くなされている。特に、乗除算における小数の影響について研究が進んでおり、文章題中の数値のタイプによって、解決の成績が低下することが、Bell や Greer およびその共同研究者達によって指摘されている (Bell, Fischbein, & Greer, 1984; Bell, Greer, Grimison, & Mangan, 1989; Greer, 1987; 1992)。具体的には、乗除

算の文章題においては、乗数や除数が1未満の小数の場合は、整数や1以上の小数の場合に比べて、成績が低下することが示されている。

以上の諸研究をまとめ、発展させるために、文章題の難易に影響する要因と解決過程との両方を考慮に入れた実験を行った。難易に影響する要因により問題の種類を操作して、つまづきが生じる解決過程がどう異なってくるかを明らかにすることが、この実験の目的である。

本実験では、小数を扱う割合文章題を検討の対象とした。割合文章題は、Hardiman & Mestre (1989) で正答率が低かった「～倍」を扱う問題に相当する。なお、割合には、次の3つの用法がある。「割合」=「比較量」/「基準量」という関係において、「比較量」を「基準量」で除して「割合」を求める第1用法、「基準量」に「割合」を乗じて「比較量」を求める第2用法、「比較量」を「割合」で除して「基準量」を求める第3用法である。本実験では、問題の構造の要因として、割合の用法の違いを取り上げ、第2用法と第3用法を課題として、成績の差を検討する。第2用法と第3用法はそれぞれ、乗算および除算で解く問題であり、Lewis & Mayer (1987) の分類によれば、第2用法は一致問題、第3用法は不一致問題だと位置づけられ、第3用法の成績が低くなることが予想される。難易に影響する要因の2つ目としては、問題文中の数のタイプを取り上げる。本実験では、倍を表す小数のタイプを操作し、先行研究と同様の成績パターンが見られるかどうか検討する。このような計画に基づき、もともとなる文章題を、用法のタイプが2種類(第2用法、第3用法)と小数のタイプが2種類(1以上、1未満)の合計4タイプ作成した。問題の文脈は液量を扱うものに統一した。

これらの文章題をもとに、先行研究を参考にして、各下位過程に対応する課題を作成した。本実験ではMayerによる下位過程の分類に依拠し、割合文章題の解決過程を次のように設定した。①変換過程では、問題文を読み、割当文、関係文、質問文の3文をそれぞれ理解する。②統合過程では、理解した3文の内容を統合する。特に、割当文と関係文の内容を統合し、既知量は比較量と基準量のどちらであるか、既知量ともう1つの量との数量関係はどうなっているのかを把握する。③プラン過程では、未知量を求めるための演算を選択する。④実行過程では、選択した演算を実行する。本実験では、文章題解決におけるつまづきは、演算の実行ではなくそれ以前の過程にあるという知見に基づき、このうち①変換、②統合、③プランの3過程を取り上げ、各下位過程に対応する課題を、次のように設定した。①変換過程の理解に関して、質問文の理解と関係文の理解を理解の状況を探る指標とし、問題できかれていることを選択肢から選ばせる求答事項選

択課題と、倍の関係を正しく表した文を選ぶ関係文選択課題の2課題を課す。次に、②統合過程に対応する課題として、Mayer et al. (1991) や石田・多鹿 (1993) では数値選択課題を用いていたが、これらは、演算1回で解く文章題では有力な指標とはならないと思われるので実施しない。②統合過程での割当文と関係文との統合の様子を測定する課題として、本実験では、未知数と既知数との大小関係を線分の長さに基づいて選

### ●コーラが2.4リットルあります。

コーラの量は、サイダーの量の1.6倍にあたります。サイダーは何リットルありますか。<sup>(1)</sup>

(1) きかれていることは何ですか。

次の中から1つ選んで、記号を○でかこんでください。(わからない時は?マークに○をします。)

- ア. コーラは何リットルか
- イ. サイダーは何リットルか
- ウ. コーラの量はサイダーの量の何倍か?

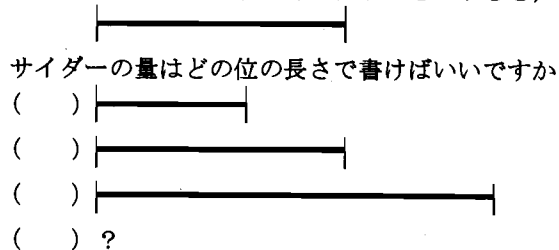
(2) 次の文のうち、問題の内容にあっているのはどれですか。正しい文を1つ選んで、記号を○でかこんでください。

(わからない時は?マークに○をします。)

- ア. コーラの量はサイダーの量の2.4倍
- イ. サイダーの量はコーラの量の2.4倍
- ウ. コーラの量はサイダーの量の1.6倍
- エ. サイダーの量はコーラの量の1.6倍?

(3) 問題を図にしてみます。

コーラの量を下のような線で表すことにすると、



(4) 問題をとく時に使う計算を○でかこんでください。

たし算, ひき算, かけ算, わり算

Fig. 1 解決過程に対応させた課題の例<sup>(2)</sup>

注1) 文章題は、割合の第3用法で、割合を表す小数が1以上のものである。

注2) 課題はそれぞれ、(1)が求答事項選択課題、(2)が関係文選択課題、(3)が答えの見積もり課題、(4)が演算選択課題である。

択する答えの見積もり課題を作成した。これによって、問題文中の数値の大小関係を、児童がどのようにとらえているかを測定する。また、③プラン過程に関しては、先行研究通り、解決に必要な演算を選ぶ演算選択課題を利用した。

## 実 験

### 目 的

小数を扱う割合文章題を課題とし、問題の構造と問題文中の数のタイプが、解決過程のどの部分に影響しているのかを明らかにする。問題の構造の要因としては、割合の用法の違いを、数のタイプの要因としては、割合を表す小数のタイプを、それぞれ操作した。解決の下位過程に対応する課題の成績の分析を通して、用法と小数のタイプの要因が、解決過程のどの部分に影響して、成績の低下を引き起こしているのかを明らかにする。

### 方 法

**被験者** W市立O小学校5年生82名(男子46名,女子36名)を対象として調査を行った。小数の乗除算および割合の文章題の解き方は学習済みであった。

**実験計画** 4(過程:質問文の理解,関係文の理解,情報の統合,解決のプラン)×2(用法:第2用法,第3用法)×2(小数:1以上,1未満)の被験者内3要因計画であった。

**課 題** 小数の割合文章題をもとに、解決過程における理解を測定する課題を実施した。課題は、解決過程に対応した4課題からなる。①変換過程の理解に関して、問題できかかっていることを選択肢から選ぶ求答事項選択課題で質問文の理解を、倍の関係を正しく表した文を選ぶ関係文選択課題で関係文の理解を、それぞれ測定した。また、未知数と既知数との大小関係を線分の長さに基づいて選択する答えの見積もり課題で②統合過程での割当文と関係文との統合を、解決に必要な演算を選ぶ演算選択課題で③プラン過程の遂行を、

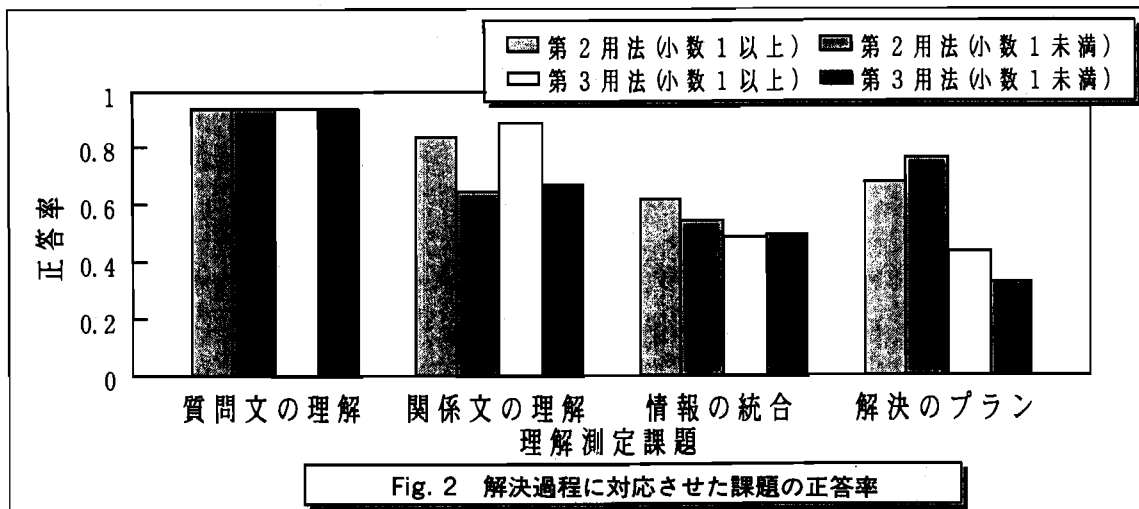
それぞれ測定した。使用した文章題と4課題の例をFig.1に示す。

**手続き** 以上の課題をB5版の課題冊子にまとめ、担任教師の指導のもと、授業時間内にクラス単位で実施した。所要時間は45分であった。

### 結 果

解決過程に対応させた課題の平均正答率を文章題のタイプごとにFig.2に示す。結果の分析は以下の手順で進める。まず、用法と小数の要因が遂行にもたらす影響を、解決過程ごとに検討する。続いて、各要因が、文章題解決のどの時点で影響するのかを検討する。

第1に、用法と小数の要因が遂行にもたらす影響を明らかにするために、各課題の成績に、文章題のタイプによる差が見られるかどうか検討した。各課題の正誤について、正答に1点、誤答に0点を与えて得点化し、2(用法:第2用法,第3用法)×2(小数のタイプ:1以上,1未満)の2要因分散分析を行った。まず①変換過程に対応する課題のうち、求答事項選択課題の成績に関しては、主効果、交互作用とも有意ではなかった。倍の関係文選択課題では、小数の主効果が有意であり、1未満の文章題での成績が1以上の文章題を下回っていた( $F(1,81)=26.01, P<.001$ )。なお、この課題での誤答は、ほとんどが、倍の関係が逆になっている選択肢を選んだもの、すなわち「aはbのx倍」の場合に「bはaのx倍」を選ぶ誤答であった。用法の主効果および用法と小数の交互作用は有意ではなかった。続いて②統合過程に対応する答えの見積もり課題では、用法の主効果が有意傾向であった( $F(1,81)=3.38, P<.10$ )。さらに③プラン過程に対応する演算選択課題では、用法の主効果および用法と小数の交互作用が有意であった( $F(1,81)=31.69, P<.001, F(1,81)=5.17, P<.05$ )。小数の主効果は有意ではなかった。交互作用が有意であったため、単純主効果の検定を行った。その結果、第2用法では小数のタイプによる正答率の差はなかったが、第3用法では、



1以上の文章題での成績が1未満の文章題を上回っていた。具体的には、第3用法1未満の文章題では、正答である除算ではなく、乗算を選んだ誤答がほとんどであった。

第2に、4つの課題を、問題解決の一連の過程での遂行を反映したものと見なして、用法と数の要因がどの時点で影響するのかを検討した。各課題の正誤について、正答に1点、誤答に0点を与えて得点化し、4（過程：質問文の理解、関係文の理解、情報の統合、解決のプラン）×2（用法：第2用法、第3用法）×2（小数のタイプ：1以上、1未満）の3要因分散分析を行った。分析の結果、過程、用法、数の主効果と、過程と用法、過程と数の交互作用がそれぞれ有意であった（ $F(3,243)=73.40, p<.001, F(1,81)=16.24, p<.001, F(1,81)=9.64, p<.01, F(3,243)=14.44, p<.001, F(3,243)=5.78, p<.001$ ）。二次の交互作用は有意水準に達しなかったため、一次の交互作用についての下位検定と多重比較をそれぞれ行った。まず過程と数の交互作用について、対応する平均正答数を Fig. 3.1 に示す。数の単純主効果は、関係文の理解においてのみ認められた。過程間で正答数の差が認められたのは、小数が1未満の場合は質問文の理解と関係文の理解との間であり、小数が1以上の場合は関係文の理解と情報の統合との間であった。続いて、過程と用法の交互作用について、対応する平均正答数を Fig. 3.2 に示す。用法の単純主効果が認められたのは解決のプランであった。情報の統合における主効果は有意傾向であった。過程間で正答数の差を検討したところ、第2用法では質問文の理解と関係文の理解との間で正答数の低下が認められた。また、情報の統合の成績が、後に来ると考えられるプランの成績よりも悪かったが、第3用法ではこの差は有意ではなかった。さらに、関係文の理解と解決のプランとの間

に差はなかった。第3用法では、質問文の理解、関係文の理解、情報の統合の順で正答数が低下していた。

考察

まず、課題ごとの分析で明らかになったことを示す。①変換過程での質問文の理解はどのタイプの文章題でも容易であった。小数が1未満の場合は①変換過程での関係文の理解が困難になる。第3用法の場合は②統合過程での情報の統合と③プラン過程での解決のプランが困難になる。解決のプランはまた、第3用法で小数が1未満の文章題の場合に特に困難になるのである。

また、解決過程間での成績の差の分析より、以下のことが明らかになった。

問題文中の小数のタイプは、関係文の理解に影響し、小数が1未満になると正しい理解が困難になる、具体的には倍の関係を逆に理解してしまうことが多くなるのである。小数が1未満の場合は、関係文の理解の成績が質問文の理解より低下するが、小数が1以上の場合は、質問文の理解と同程度の成績を保ち、成績の低下は情報の統合において生じていた。情報の統合と解決のプランでは、数の影響はなくなっていた。

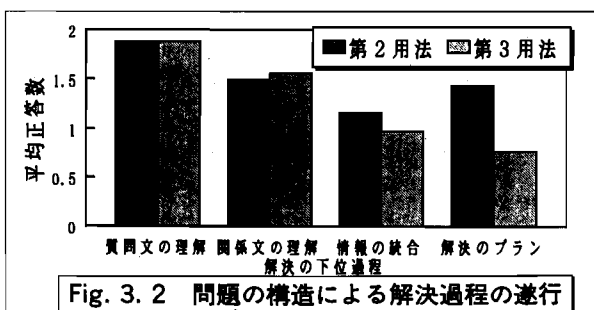
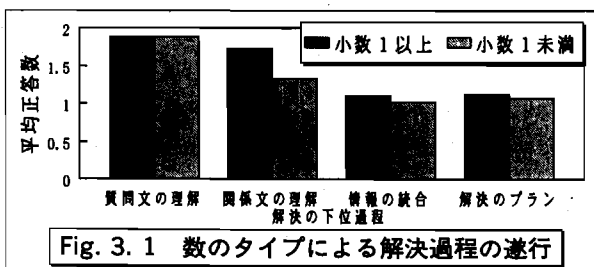
一方、用法のタイプは解決のプランに影響し、第3用法の文章題は、第2用法の文章題より成績が悪かった。関係文の理解では差が認められなかったことから、用法が異なっても、つまり問題の構造が異なっても、関係文の文意の理解に影響はない。ところが、第2用法の場合は、解決に必要な演算（乗算）が正しく選べるのに対し、第3用法では、関係文の内容が理解できていても、正しい選択ができない場合が多いのである。第3用法の文章題の難しさは、統合過程以降に存在すると考えられる。

まとめると、小数の文章題では、問題文中の数値のタイプが関係文の理解に、問題の構造が情報の統合や解決のプランに、それぞれ影響して、つまづきを引き起こしていることが明らかになった。つまり、文章題が難しいのは、数値の関係や情報の関係を把握すること、すなわち問題の構造を理解することが難しいからなのである。

では、文章題の問題構造が理解できない児童は、どのような知識を獲得していないのだろうか。より広く言えば、文章題の成績が良い児童とそうでない児童との間には、どのような違いがあるのだろうか。次の節では、文章題解決に関連する要因、特に必要な知識について検討する。

3 文章題解決に必要な知識の同定

認知心理学では、問題解決における個人差をもたらす要因は、知識の要因だとされている。それまでに蓄積したその分野の知識が、新しい知識の獲得や問題解



決に影響するというのである。エキスパート、すなわちその分野に関して豊かで構造化された知識を持っている人は、初心者に比べて効率的に学ぶことができ、知識をさらに豊かにしていくことができる。

では、算数の文章題解決には、どのような知識が関連しているのであろうか。Rileyら (Riley et al., 1983, Riley & Greeno, 1988) は、文章題の難しさは問題の意味構造によって決まり、文章題が解決できるためには、部分-全体の関係や数の集合に関する知識の獲得が重要であると述べている。つまり、文章題を解くためには、論理・数学的知識が必要だということである。

一方、高次の論理・数学的知識を必要とする文章題が解けない者は、必要な知識を持っていないのではなく、解決に適用できなかったただだと主張する研究がある。問題の構造はそのまま、意味的關係が明確になるように問題文を言い替えると、難しいとされた問題の成績が上昇したのである (Cummins, 1991; De Corte, Verschaffel, & De Win, 1985; Hudson, 1983)。つまり、文章題が解けない者は、問題の構造を正しく把握するための言語的知識を持っていないので、文章題に即したスキーマを作ることができず、解決に必要な論理・数学的知識を適用できないというのが、彼らの主張するところである。

これらの知見を総合すると、文章題解決には、文章の意味を理解する知識と、数に関する知識との両方が必要なのだと考えられる。Mayerは、先程述べた文章題解決の下位過程との対応で、必要な知識を次のように整理している (Mayer et al., 1984; Mayer, 1992)。まず、言語に関する知識と事実に関する知識が、各文に表現されている内容を理解するために必要である。前者は文章の構文規則に関する言語的知識で、後者は「1週間は7日ある」「1kgは1000gである」などといった現実世界の基本的事実に関する知識をいう。続いて、問題全体の心的表象を構成するにあたり、スキーマ

の知識が重要な役割を果たす。「これは面積の問題で、公式は(縦)×(横)=(面積)だ」などといった、問題のタイプについての知識である。さらに、理解した内容に基づいて問題を解くために、どういう時にどういう演算を使うのかについての方略に関する知識と、四則演算の実行に関わる計算の手続きに関する知識が必要となる。彼が主張した、過程と必要な知識との対応は、Fig. 4のようにモデル化することができる。

ここで言及されていた問題スキーマとは、認知心理学では、「問題解決者の知識ベース内で緊密に関連し合い、特定の問題タイプに関連するひとまとまりの知識要素」と定義されているものである。問題スキーマには、解決原理や公式・概念などの知識と、実際の問題と問題スキーマを結びつけるような問題状況の特徴や、問題を解くのに必要な手続きについての知識が含まれる (de Jong & Ferguson-Hessler, 1986)。文章題解決に必要な知識を探る際には、これらの知識区分を参考にするのが有効であろう。

また、Mayerが挙げた知識のうち、言語に関する知識と事実に関する知識は、文章題解決に特有の知識というよりも、より一般的な知識である。このような一般的な知識は知能検査課題を用いて測定することができる。また、文章題解決には、言語に関する一般的な知識に加えて、数の操作に関する一般的な知識も関連していることが予想される (岡本, 1991)。

これらの既有知識と文章題解決過程との関連を直接検討し、必要な知識を特定した実証研究として、坂本 (1995a)がある。この研究では、分数の文章題を対象とし、重回帰分析を用いて、文章題解決の成績に関連する要因を解明した。分析の結果、知能テストで測定された一般的な知識、具体的には言語に関する一般的な知識と数に関する一般的な知識、そして計算題で測定された計算手続きに関する既有知識、以上3種類の知識が、文章題解決の成績に関連していることが示された。この結果が、他のタイプの文章題においても追認されるものかどうかを確認するために、次の実験を行った。

## 実 験

### 目 的

演算1回で解く乗除算の文章題を対象とすれば、扱う数が小数になっても、先行研究と同じ知識が、関連する要因として出てくるのだろうか。本研究の目的は、小数の文章題の立式の成績と関連する知識を明らかにし、分数の場合と比較することである。

知識の要因には、大きく分けて、課題である文章題の領域に固有の既有知識と、より一般的な知識との2種類の知識を設定した。小数の文章題では、領域固有の知識にあたるものは4点ある。1点目は、どのような問題でどの演算を適用するのかについての知識、す

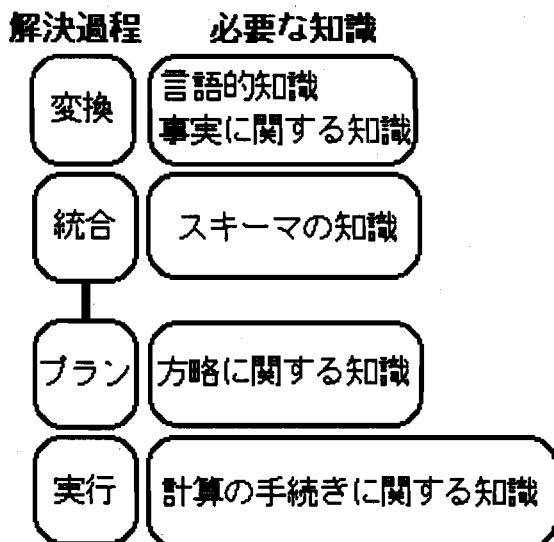


Fig. 4 Mayerによる文章題解決過程と必要な知識

なわち演算についての知識であり、2点目は、課題の文章題で扱われている小数そのものについての知識である。3点目は、割合の3用法についての知識であるが、これは、文章題課題に含まれる割合文章題の解決に関連するものとして設定した。4点目は、小数の四則計算の手続きについての知識である。一般的な知識としては、言語に関する一般的な知識と、数の操作に関する知識を、それぞれ2種類ずつ設定した。

#### 方法

**被験者** W市立O小学校5年生82名(男子47名, 女子35名)を対象に調査を行った。小数の乗除算とその文章題は学習済みであった。

**課題** 以下の課題を1つの課題冊子(B5版)にまとめた。

**[文章題課題]** 小数の乗除算を扱い演算1回で解く文章題7問を対象に、立式を行わせた。演算の実行は求めなかった。文章題の内訳は、乗算・等分除・包含除がそれぞれ1題ずつ、割合の第2用法・第3用法がそれぞれ2題ずつであった。使用した文章題の例をFig. 5に示す。

●まことくんのお母さんの体重は56kgあります。まことくんの体重は、お母さんの体重の0.75倍です。まことくんの体重は何kgですか。

<式>

Fig. 5 文章題課題の例：割合の第2用法

#### [知識測定課題]

A. 領域固有の知識：演算についての知識を測定するために、演算1回で解く整数文章題を、割合の3用法の理解を測定するための数値穴埋め課題を、それぞれ実施した。これらはともに自作の課題である。後者の例をFig. 6の上部に示す。また、小数概念の理解を測定するために、Greer (1987)によるテスト項目を実施した。採用したテスト項目とその例を、Fig. 6の下部に示す。さらに、計算手続きの理解を測定するために、整数の加減乗除を扱う計算題および小数の乗除を扱う計算題を、それぞれ実施した。

B. 一般的な知識：京大NX知能検査より、数計算、数交換、単語完成、文章完成の4下位検査を実施し、加減算の能力、数交換の能力、語彙の豊富さ、文章を構成する能力をそれぞれ測定した。下位検査の設定は坂本(1995b)による。

**手続き** 以上の課題をB5版の課題冊子にまとめ、担任教師の指導のもと、授業時間内にクラス単位で実施した。所要時間は30分であった。

#### 結果

まず、被験児全体における各課題の成績の平均値をTable1に示す。

#### [数値穴埋め課題]

□の中にあてはまる数字はなんですか。

<例> 42cmは□cmの2倍です。

#### [小数の理解測定課題]

##### I 大小比較

次の3つの数のうち、

1番大きいものに○をつけなさい。

<例> ( 0.62 0.236 0.4 )

##### II 数列

小数が順番にならんでいます。

この後に続く小数を、2つずつ書きなさい。

<例> 1.13 1.12 1.11 \_\_\_\_\_

##### III 位取り

あてはまる数を1つだけ書きなさい。

あてはまる数がない時は、「ない」と書きます。

<例> 3.9より大きく4より小さい数

Fig. 6 知識測定課題の問題例

Table 1 各課題の平均正答数(問)

	可能得点範囲	平均	SD
文章題	(0-7)	5.2	1.33
整数文章題	(0-4)	2.8	1.09
小数の理解I	(0-3)	2.4	.94
小数の理解II	(0-3)	2.4	.83
小数の理解III	(0-4)	1.8	1.60
割合の3用法	(0-6)	4.9	1.73
計算題：整数	(0-4)	2.8	1.09
計算題：小数	(0-10)	8.5	1.94
単語完成		15.9	5.43
文章完成		5.4	2.08
数交換		7.7	1.84
数計算		10.2	2.83

文章題の成績を説明する知識の要因を、重回帰分析を用いて特定した。説明変数として、既有知識テストの成績と知能検査の成績を用い、文章題課題の成績を目的変数として、ステップワイズ法により分析を実施した。成績に有意な正のパス係数(標準偏回帰係数)を示した要因は、領域固有の知識では割合の3用法、小数の理解II、小数の理解III、一般的な知識では数交換の能力であった( $R^2=.56$ ,  $p<.01$ )。

同様に、知識の各要因間の関連を、重回帰分析で検討した。領域固有の知識では、演算の理解と割合の3用法、整数の計算力と割合の3用法、整数の計算力と小数の計算力との間に、それぞれ有意な関連が見られた。一般的な知識と領域固有の知識との関連では、語彙の豊富さと演算の理解、加減算の能力と整数の計算力との関連が、それぞれ有意であった。

これらの結果を合わせて、小数の文章題解決に影響する要因をパスダイアグラムにまとめたものが Fig. 7 である。

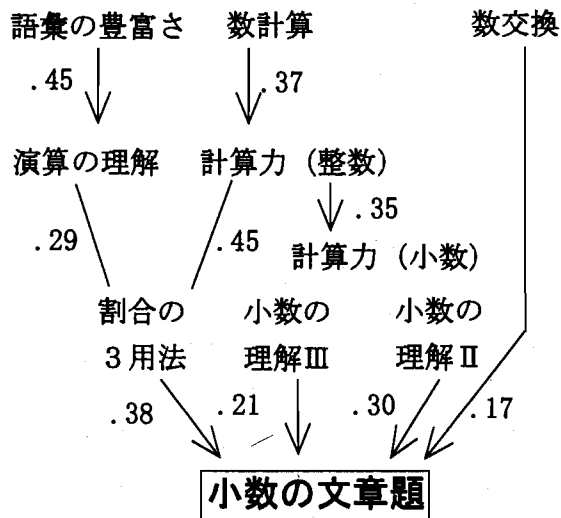


Fig. 7 小数の文章題の成績に関連する知識の要因のパスダイアグラム (有意なもののみ)

注) 小数の理解IIおよびIIIとはそれぞれ、小数の数列を作成させる課題と、位取りについての理解を問う課題である。

考察

小数の乗除算を扱う文章題の成績と関連する知識の要因は、宣言的な既有知識である割合の3用法の理解と小数についての理解、数的知能の低位検査で測られる数交換の能力であった。これらの知識の要因で、小数の乗除算の文章題の成績の分散のうち、半分強が説明できることになる。これより、小数の文章題で好成绩を修めたのは、数交換の能力があり、割合の3用法と小数概念を理解している児童だといえる。

続いて、この結果と、分数の文章題に関して得られた結果との比較を行う。分数の場合との最大の相違は、計算力と文章題の成績との関連が有意水準に達しなかったことである。また、関連が認められた領域固有の知識の種類も異なっており、割合の理解と小数の理解であった。これは、分数で調査した際に、測定した分数概念が十分なものではなかったことによるものと考えられる。すなわち、分数や小数など、有理数を扱う文章題の成績には、それらの数の理解の程度が関連しているのであるが、分数での調査ではそれを明らかにできなかったのである。文章題解決を支える分数概念の内容の方を再検討する必要がある。

さらに一般的知識では、語彙の豊富さは、小数の文章題の成績には関連せず、文章構成能力がもたらす効果も、他の変数の効果に及ばなかった。これより、立式の作業には、言語に関する知識より他の知識が必要であることが示された。数に関する知識のうち、数交

換の能力との関連は、分数の場合と同様、有意であった。乗除算を含む文章題の解決においては、数交換の能力が効果を及ぼしているといえる。

4 総括

本論文では、解決過程とそこで生じるつまずきについて検討した研究と、解決過程で必要とされる知識を特定した研究を、それぞれ紹介した。ふたつの実験結果より、小数の乗除算の文章題の難しさについて、次のようなことが考えられる。

文章題解決の遂行には、先行研究が挙げていた問題文中の小数のタイプよりも、問題の構造の要因が、大きく影響していた。特に第3用法の文章題であることが、成績の低下をもたらすのである。解決過程への影響を見ると、問題の構造は、変換過程での関係文の文意の理解には影響しない。ところが、第3用法では、関係文の内容が理解できていても、解決に必要な演算が正しく選べない場合が多いのである。必要な演算を選ぶのはプランの過程であり、Mayerのモデルによると、この過程ではどういう時にどういう演算を使うのかについての方略に関する知識が必要である。関連する知識を分析した結果、小数文章題の成績に最も強い関連を示した知識が割合の3用法の理解であったことは、この主張を傍証している。これより、割合文章題、特に第3用法の文章題を解く場合には、割合の3用法についての知識が必要であり、解決のプランを立てる際にこの知識が使えないことが、成績を低下させていると言えよう。

これらの知見に基づき、第3用法の文章題に特有の難しさや、誤答した子どもへの指導のあり方などを検討していくことが、これからの課題である。前者に関しては、例えば、小学5年生が割合文章題をどのように解き、問題理解でどのような誤りを犯しているのかを、個別に検討した研究(坂本, 1997)が行われているが、実際の指導につなげるには、まだ多くの検討課題が残されている。

5 教育指導への示唆

本論文で紹介した実験の結果と、認知心理学的アプローチに基づく文章題解決研究の成果は、次のような形で教育指導に寄与することができる。

最近の教育界では、「個に応じた教育」が大きなテーマとなっている。一斉授業でも個別指導でも、教師は学習者一人一人の状況や内面をとらえ、きめ細かな指導をすることが期待されている。そのような指導を考えるためには、文章題の解決過程とその難しさに関する情報を利用していくのが有益であろう。

第1に、指導者は、課題についての知識を持っておく必要がある。例えば、文章題の難易に影響する要因にはどのようなものがあり、それらの要因によって文

文章題はどのようにタイプ分けされ、どのタイプの問題が難しいのか、などについての知識である。

第2に、それらの問題を、児童がどのように解いているのか、つまり、一般的な解決過程の進行と、児童が用いる問題解決方略についても知っておかなければならない。解決過程についての知識は、児童の誤答が、解決過程のどの部分でのつまずきによるものかを解明する際の基盤となる。特に、ここで紹介した実験では、文章題の難易に影響する要因が、解決過程のどの部分に影響して、遂行を低下させているのかが解明されている。誤答の指導に生かせる知見であろう。また、指導や介入を行う際に、それが解決過程のどの部分に対する支援になっているのかを検討することで、指導をより効果的なものにしていけるだろう。

第3に、文章題解決にどのような知識が関連しているかを理解しておくことも、個に応じた指導を考える上で大切である。それぞれの児童が、必要な知識をどの程度獲得しているのかを診断することで、つまずきの原因を探ったり、文章題の成績を予測したりすることができる。さらに、誤答の原因として、どのような基礎的知識が欠けているかがわかれば、それを補完する指導を行うことによって、学習を成功させることができると考えられる。ただし厳密に言うと、ここで紹介した実験結果は、重回帰分析によって導かれた相関関係であり、「○○の知識をつければ文章題解決の成績が向上する」などの因果関係は、このデータからだけでは主張できない。文章題解決能力を向上させるための有効な教授介入を考えるためには、データの収集法を変え、特定の変数を操作した実験などの、別の取り組みが必要となる。この点については今後の研究を待ちたい。

文章題の指導を考案・検討した研究において、認知心理学的研究での知見を踏まえて行われたものはそれほど多くない。今後の展開を期待すると同時に、それを支える基礎的研究をも同時に発展させていくことが大切である。

## 付 記

本研究で紹介した実験は、平成6—7年度文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）によって行われたものの一部である。

## 6 引用文献

- Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. 1984 Choice of operation in verbal problems: the effect of number size, problem structure and content. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 129-147.
- Bell, A., Greer, B., Grimison, L., & Mangan, C. 1989 Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 434-449.
- Cummins, D.D. 1991 Children's Interpretations of arithmetic word problem. *Cognition and Instruction*, 8, 261-289.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. 1985 Influence of re-wording verbal problems on Children's problem Representations and Solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.
- de Jong, T. & Ferguson-Hessler, M. G. M. 1986 Cognitive structures of good and poor novice problem solvers in physics. *Journal of Educational Psychology*, 78, 279-286.
- Greer, B. 1987 Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 37-45.
- Greer, B. 1992 Multiplication and division as models of situations. In Grouws, D. A. *Handbook of research on mathematical teaching and learning*. Macmillian Publishing company.
- Hardiman, P. T. & Mestre, P. M. 1989 Understanding multiplicative contexts involving fractions. *Journal of Educational Psychology*, 81, 547-557.
- 石田淳一・多鹿秀継 1993 算数文章題解決における下位過程の分析 科学教育研究, 17, 18-25.
- Kintsch, W., & Greeno, J.G. 1985 Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.
- Lewis A.B., & Mayer R.E. 1987 Students' misconception of relational state-ments in arithmetic word problem. *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.
- Mayer, R. E. 1992 *Thinking, problem solving, cognition. Second edition*. New York: W. H. Freeman.
- Mayer, R. E., Larkin, J. H., & Kadane, J. 1984 A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. In R. J. Sternberg (Ed.) *Advances in the psychology of human intelligence*, Vol. 2. Lawrence Erlbaum Associates.
- Mayer, R. E., Tajika, H., & Stanley, C. 1991 Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison. *Journal of Educational Psychology*, 83, 69-72.
- Riley, M. S. & Greeno, J. G. 1988 Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5, 49-101.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. 1983 Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.) *The development of mathematical thinking*. Academic Press.
- 坂本美紀 1995 a 分数の文章題解決に関連する個人差要因の検討 教育心理学研究, 43, 167-176.
- 坂本美紀 1995 b 文章題解決に関連する知識の要因 日本発達心理学会第6回大会発表論文集, 27.
- 坂本美紀 1997 コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明 教育心理学研究, 45, 87-95.

(平成9年8月5日受理)