

二次特殊線型群のモジュラー表現

<修士論文要旨>

愛知教育大学大学院 福田 靖 弘

本論文の目的は、二次特殊線型群 $SL(2, F)$ の通常既約指標が標数 2 において既約ブラウア指標にどのように分解されるかを考察することである。目的達成のために特別な行列を定義後、行列と通常既約指標の対応を明示して、行列について考察を行った。

F を \mathbb{Z}_2 の位数 q である n 次拡大体とする。このとき $SL(2, F)$ の共役類別は以下の通り。 ($\mathcal{A} := \{a \in F \mid t^2 - at + 1 \text{ が } F \text{ 上で既約}\}$)

固有多項式	相異なる根	重根		根なし
共役類の代表元	$\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha^{-1} \end{pmatrix}$ $\alpha \neq 1$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ $a \in \mathcal{A}$
共役類の位数	$q^2 + q$	1	$q^2 - 1$	$q^2 - q$
元の位数	$(q - 1)$ の約数	1	2	$(q + 1)$ の約数
共役類の個数	$\frac{q - 2}{2}$	1	1	$\frac{q}{2}$

先ず $SL(2, F)$ のは標数が 0 の場合、既約表現の個数は共役類の個数に等しい。一方で標数が p の場合、既約モジュラー表現の個数は位数が標数で割りきれない共役類の個数に等しい。よって $SL(2, F)$ の既約通常指標は $(q + 1)$ 、既約ブラウア指標は q 個存在する。

標数が 0 の場合の表現について。 $SL(2, F)$ の位数 $q - 1, q + 1$ の元を h, k とする。 $SL(2, F)$ で h は対角化され、 k は対角化されない元である。論文 [2] 記載の通常既約指標の表現及び指標表をあらわす。ただし ξ は 1 の原始 $q^2 - 1$ 乗根とする。

	代表元の位数	1	$q-1$	$q+1$
表現の個数	既約指標	E	h	k
1	1	1	1	1
$q/2$	ρ_i	$q-1$	0	$-\xi^{i(q-1)} - \xi^{-i(q-1)}$
1	η_0	q	1	-1
$(q-2)/2$	η_j	$q+1$	$\xi^{j(q+1)} + \xi^{-j(q+1)}$	0

続いて $SL(2, F)$ の既約ブラウア指標について表す. F 上の 2 次元ベクトル空間を $V = \{^t[\alpha \ \beta] \mid \alpha, \beta \in F\}$ とする. そして $SL(2, F)$ から $GL(V)$ への恒等写像で定まる表現を A とする. また $\text{Gal}(F/\mathbb{Z}_2)$ のフロベニウス写像 θ に対して, $\det(g^\theta) = \det(g)^\theta$ より次のように定義できる.

$$g^\theta = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}^\theta = \begin{bmatrix} \alpha^\theta & \beta^\theta \\ \gamma^\theta & \delta^\theta \end{bmatrix} \in SL(2, F)$$

$\Omega = \{0, 1, \dots, n-1\}$ とする. そして $X = \{x_1, \dots, x_r\}$ に対して

$$[X] = \left\{ \sum_{i=1}^r \epsilon_i 2^{x_i} \mid \epsilon_i = 1 \text{ 又は } -1 \ (1 \leq i \leq r) \right\}$$

と定める. そして, 自然数 m に対して $[X]$ の元をすべて m を法として考えた重複集合を $[X]_m$ と表す. また $X \subset \Omega$ に対して次のように定める.

$$\Phi_X = \bigotimes_{x \in X} A^{\theta^x}$$

定理 既約モジュラー表現全体は $\{\Phi_X \mid X \subset \Omega\}$ である.

Φ_X のブラウア指標を ϕ_X とする. すると既約ブラウア指標の値は次の通り.

$$\phi_X(E) = 2^{|X|}, \quad \phi_X(h) = \sum_{x \in [X]_{q-1}} \xi^{(q+1)x}, \quad \phi_X(k) = \sum_{x \in [X]_{q+1}} \xi^{(q-1)x}$$

そして $SL(2, F)$ の通常既約指標と集合の対応を考察する.

$\eta_0^0 = \phi_\Omega$ と対応している, よって次数が $q-1, q+1$ である ρ_i^0, η_j^0 の既約ブラウア指標への分解を考える.

$X, Y \subset \Omega$ に対して $i \in \Omega \setminus (X \cup Y), i+1 \in (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ を満たす i が存在する (ただし $n=0$ とする.) とき X, Y は (01) を含むという.

A の定義 次を満たす Ω の部分集合族を \mathcal{A} という。

- a1) $X, Y \in \mathcal{A}$ ($X \neq Y$) ならば X, Y は (01) を含む。
 a2) $\sum_{X \in \mathcal{A}} 2^{|X|} = q - 2$.

B の定義 次を満たす Ω の部分集合族を \mathcal{B} という。

- b1) 異なる $X, Y \in \mathcal{B}$ は $X \cup Y = \Omega, X \cap Y = \emptyset$ の場合を除いて X, Y は (01) を含む。
 b2) $\sum_{X \in \mathcal{B}} 2^{|X|} = q$.
 b3) b1) における唯一の例外 X, Y は $X \cup Y = \Omega, X \cap Y = \emptyset$

\mathcal{A}, \mathcal{B} の定義を満たす元全体を $\mathcal{F}_A, \mathcal{F}_B$ で表す。

定理

- (1) $\rho_i^0 = 1 \oplus \sum_{X \in \mathcal{A}} \phi_X$ を既約ブラウア指標の分解とするとき $\mathcal{A} \in \mathcal{F}_A$.
 (2) $\mathcal{A} \in \mathcal{F}_A$ とするとき $1 \oplus \sum_{X \in \mathcal{A}} \phi_X = \rho_i^0$ を満たす ρ_i^0 が存在する。

定理

- (1) $\eta_j^0 = 1 \oplus \sum_{X \in \mathcal{B}} \phi_X$ を既約ブラウア指標の分解とするとき $\mathcal{B} \in \mathcal{F}_B$.
 (2) $\mathcal{B} \in \mathcal{F}_B$ とするとき $1 \oplus \sum_{X \in \mathcal{B}} \phi_X = \eta_j^0$ を満たす η_j^0 が存在する。

定理 ρ_i^0 をブラウア指標へ分解した場合二次の成分は奇数個現れ、 η_j^0 の分解では二次の既約ブラウア成分は偶数個現れる。

以上から通常既約指標 ρ_i, η_j と集合 \mathcal{A}, \mathcal{B} が 1 対 1 で対応している。これより \mathcal{A}, \mathcal{B} を行列で表す。行列の表し方は集合 \mathcal{A}, \mathcal{B} の成分を縦に並べたものであり、行の入れ替えは同一視する。ただし、横にスライドさせて得られた行列が異なるものであれば、別の行列として考える。そして \mathcal{A} に対応した行列を A で表す。 ${}_i A_j$ は横にスライドさせて得られる異なる行列の個数を表し、 j は 1 がひとつのみである行ベクトルの個数を表す。

$n = 6$ の場合の \mathcal{F}_A について記す。 \mathcal{F}_A の位数は 32 であり、 $\sum_{X \in \mathcal{A}} 2^{|X|} = 62$ 。また次の ${}_6 A_1$ 、そして右にひとつスライドさせた行列に対応する通常既約指標は次の通り。ただし $X_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}, X_2 = \{1, 2, 3, 4\}, X_3 = \{2, 3, 4\}, X_4 = \{3, 4\}, X_5 = \{4\}$ とする。

$$1 \bigoplus_{i=1}^5 \left(\bigotimes_{x \in X_i} A^{\theta^i} \right) = \rho_{32}, \quad 1 \bigoplus_{i=1}^5 \left(\bigotimes_{x \in X_i} A^{\theta^{(i+1)}} \right) = \rho_1$$

${}_{6}A_1$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5																																
1	1	1	1	1	0																																
0	1	1	1	1	0																																
0	0	1	1	1	0																																
0	0	0	1	1	0																																
0	0	0	0	1	0																																

${}_{6}A_3$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	2	3	4	5																																																								
1	1	1	1	0	0																																																								
0	1	1	1	0	1																																																								
0	1	1	1	0	0																																																								
0	0	1	1	0	1																																																								
0	0	1	1	0	0																																																								
0	0	0	1	0	1																																																								
0	0	0	1	0	0																																																								
0	0	0	0	1	0																																																								
0	0	0	0	0	1																																																								

${}_{6}A_3$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	2	3	4	5																																																																				
0	0	0	1	1	0																																																																				
1	1	1	0	1	0																																																																				
0	1	1	0	1	0																																																																				
0	0	1	0	1	0																																																																				
0	0	0	0	1	0																																																																				
0	1	1	0	0	1																																																																				
0	0	1	0	0	1																																																																				
0	0	0	0	0	1																																																																				
1	1	1	0	0	0																																																																				
0	1	1	0	0	0																																																																				
0	0	1	0	0	0																																																																				

${}_{6}A_3$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5																																																																										
1	1	0	1	1	0																																																																										
0	1	0	1	1	0																																																																										
0	0	1	1	1	0																																																																										
0	0	0	1	1	0																																																																										
0	0	0	0	1	0																																																																										
1	1	0	0	1	0																																																																										
0	1	0	0	1	0																																																																										
0	0	0	0	1	0																																																																										
0	1	0	0	0	1																																																																										
0	0	0	0	0	1																																																																										
1	1	0	0	0	0																																																																										
0	1	0	0	0	0																																																																										

${}_{2}A_3$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5																																																																																
0	1	0	1	0	1																																																																																
0	0	1	1	0	1																																																																																
0	0	0	1	0	1																																																																																
1	1	0	1	0	0																																																																																
0	1	0	1	0	0																																																																																
0	0	1	1	0	0																																																																																
0	0	0	1	0	0																																																																																
0	1	0	0	1	1																																																																																
0	0	0	0	1	1																																																																																
0	1	0	0	0	1																																																																																
0	0	0	0	0	1																																																																																
1	1	0	0	0	0																																																																																
0	1	0	0	0	0																																																																																

${}_{6}A_5$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">3</td><td style="border: 1px solid black;">4</td><td style="border: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">0</td><td style="border: 1px solid black;">1</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	2	3	4	5																																																																																												
1	1	0	1	0	0																																																																																												
1	1	0	0	1	0																																																																																												
0	1	0	1	0	1																																																																																												
1	1	0	0	0	0																																																																																												
0	1	0	1	0	0																																																																																												
0	1	0	0	1	0																																																																																												
0	1	0	0	0	1																																																																																												
0	0	1	0	1	0																																																																																												
0	0	1	0	0	1																																																																																												
0	0	0	1	0	1																																																																																												
0	1	0	0	0	0																																																																																												
0	0	1	0	0	0																																																																																												
0	0	0	1	0	0																																																																																												
0	0	0	0	1	0																																																																																												
0	0	0	0	0	1																																																																																												

[参考文献]

[1] Shun'ichi Tanaka : Construction and classification of irreducible representation of special linear group of second order over a finite field, Osaka J.Math. 4(1967), 65-84.

[2] 和田俱幸 : 集中講義 , 2007

他 5 篇.