

数学のよさを実感できる授業づく — 数学的活動に着目して —

< 修士論文要旨 >

愛知教育大学大学院 山 田 賢 司

0. 目次

- 第1節 研究の動機
- 第2節 論文の構成

第1章 数学教育の現状と課題

- 第1節 TIMSS2007年調査の分析
- 第2節 平成21年度全国学力・学習状況調査の分析
- 第3節 今日の数学の授業づくりの課題

第2章 数学のよさについて

- 第1節 数学のよさ
- 第2節 生徒がよさを実感できるとは

第3章 数学のよさを実感できる授業づくり

- 第1節 数学的活動
- 第2節 現実的数学教育論 (Realistic Mathematics Education)
- 第3節 数学のよさを実感できる授業づくり

第4章 授業実践例

- 第1節 指導実践の記録
- 第2節 授業実践の考察
- 第3節 今後の授業実践への示唆

終 章

- 第1節 本研究のまとめ
- 第2節 今後の課題

1. はじめに

今日の数学の授業において、数学の問題のやり方を暗記したり、暗記した公式を利用して問題を解決したりする授業が未だに中心となっている。このような授業においては、数学の問題を解決すること自体に重点が置かれており、数学の考え方自体が持つよさについての議論がなされていないように考えられる。

本研究では、数学の問題を解決する際に必要な数学的な考え方のよさに焦点をあてた、授業づくりをすることによって、数学のよさを実感できる授業を提案できるのではないかと考える。

2. 数学教育の現状と課題

本章では「TIMSS2007」における日本の生徒たちの数学に対する意識調査を国際比較し、「平成21年度全国学力・学習状況調査」における日本の生徒たちの数学に対する意識調査を考察することによって、今日の数学の授業がかかえる問題点を明らかに

していくと以下のような3つの問題点が出てきた。

- (1) 数学の授業を好きな生徒の割合が国際的にみて、かなり少ない。
- (2) 数学の授業で勉強したことを、日常生活の中で生かそうとする生徒の割合が国際的にみて少ない。
- (3) TIMSS2007における、わが国の正答率は国際平均値を10ポイント以上も上回っているにもかかわらず、(1)、(2)のように数学に対する意識が低い。

生徒たちは数学の勉強は大切であると考えているが、数学の授業で学習した内容が具体的に社会のどこでいかされているのか、また数学が日常生活でどのように生かすことができるのかを理解できていないと考えられる。

その要因として「数学のよさ」が実感できていないことが考えられる。

3. 数学のよさについて

本研究では数学のよさを、数学的考え方を中心に考察することにした。片桐(2004)を参考に数学的な考え方について考察する。

数学的な考え方を論じる際に、生徒たち自らがどのように問題にアプローチしようとしたのが重要である。

片桐(2004)によると例えば、「いくつかの事例からきまりをみつけようと努めている」「帰納的に考えようとしている」という状態が考え方である。これに対して、帰納しようとは全く考えていなかったが、「帰納

してみよう」と言われ、そこで帰納ができたというのは、帰納の能力はあったが、自ら帰納的に考えたということではない。

4. 生徒がよさを実感できるとは

清水(1995)では、よさについて少なくとも二つの次元があると述べている。

その一つが算数でとりあげる内容の次元である。すなわち、数量や図形などに関する概念や性質などに関する知識、計算や測定などの技能、数学的なアイデアや考え方など観点別学習状況の評価の観点から見た内容の次元である。

もう一つが算数でとりあげる内容のもつはたらきや有用性、つまり能率のよい処理を可能にしてくれる、肉体的にも精神的にも負担を軽減してくれる、表現を簡潔にし、分かりやすくしてくれるなどの機能的な側面からの次元である。

(清水,1995, p.78)

上述は、算数のよさについて述べられたものであるが、明確に数学と算数を切り離して考えることはできないだろう。つまり、数学のよさにも共通のものが含まれている。

4. 数学的活動

上述したような、数学(数学的な考え方)のよさをどのような方法によって実感させればよいのかを考えていくことにする。

数学的な考え方の使い方として、片桐(2004)では次のように述べている。

数学的考え方は、数学的活動をしていく

とよになされるものである。

(片桐,2004,p.37)

そこで本研究では、数学的な考え方のよさを実感するための方法として数学的活動を取り入れた授業について考えていくことにする。

学習指導要領解説の中で数学的活動は以下のように定義されている。

生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営み

(文部科学省,2008,p.15)

また、数学的活動の主要なものは以下の3つである。

- ①既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動
- ②日常生活で数学を利用する活動
- ③数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

指導案を作る際に授業のどの場面でのどのような考え方のよさを生徒たちに実感させたいのか、またそのためにどのような数学的活動を行うのかを計画しておくこと。また教師側の助言によって生徒たちを導くことは重要であるが、あくまで教師は生徒たちに自力でよさを発見させるようにすべきである。

5. 現実的数学教育論

(Realistic Mathematics Education)

佐々木 (2010) を参考にRMEの理論に

ついて考察していく。

フロイデンタール研究所の「現実的数学教育 (Realistic Mathematics Education)」では、「数学の根源は人間活動である」という思想に基づいて、活動の4つの段階を設定している。

①問題設定の段階

数学的活動における目的意識とは、多くが問題意識でもあるため、生徒が問題を理解しなければならない。この活動は、数学的活動の中でも、最も重要な段階である。

現実の授業では、発問という形で、教師が問題を提示するのが普通である。生徒の問題意識となるために、むしろ「問題づくり」として、教師が工夫をしていくことが大切である。

②モデル化の段階

問題を解決するため、絵や表を含む図的モデル、数式などを含む記号モデルなどにおきかえることである。モデル化によって、問題の構造が明らかとなり、問題が解けることが多い。また、その解き方も多様である。

③一般化の段階

数学においては、特定の問題ではなく、一般的な問題を解くことが、指導の目的となるからである。しかし、生徒が自ら、そのような段階に関わっていくことは難しいので教師の指導が重要となる。

さらに、重要なことは、この段階では問題を解く方法が議論になる点である。つまり、解決の方法が対象になるのである。より一般的な解き方を追求するので、一般化

と呼ぶ。

④形式化の段階

数学的活動の最終段階では、公式や方程式、関数にまとめたり、証明へと仕上げていく。このような活動は、形式化と呼ぼう。この段階では数学的な技能や推論を必要とする。

そのために、わが国の従来の数学指導では、むしろ初めから形式を生徒に教えることが多い。このため生徒の数学的活動として形式化をすることは少ない。例えば、2次方程式の解の公式にまとめる活動は、典型的な形式化である。

6. 数学のよさを実感できる授業づくり
ここまでの内容をふまえて、数学のよさを実感できる授業をつくる際の重要な点をまとめると、次のようになる。

- ① 教師自身が、まず数学的な考え方の「よさ」を知ること。
- ② 指導案の本時の目標に、どんな数学的な考え方のよさを実感させたいのかを明確に示すこと。
- ③ 生徒にとって、現実的な問題場面の設定すること。
- ④ 授業の展開の中の、どのような数学的活動で教師がねらった考え方のよさを生徒たちに実感させるのかを明確に示すこと。
- ⑤ 本時のまとめで「今日の授業のなかでどのように考えたのが良かったのか」をまとめにすること。

これらの重要点をふまえて、中学校第二学年の「確率」の単元で以下のような授業実践を行った。

本時の目標

実験の結果から、ある事象の起こりやすさを帰納的に求めることができる。

問題

4人で、くじ引きを行う。4枚のくじのうち、1枚が当たりくじである。あなたは、何番目にくじを引きたいですか。

7. 授業実践の考察

3クラスでの授業実践を通じて、このような形式で授業を行ったことによる成果について述べていく。

各クラスにおいて、およそ30%の生徒たちが、「普段の授業より楽しかった。」と回答している。また、そのうちのいくつかの回答を見てみると、「実験をしたこと」、「予想をして実験をしたこと」、「理科みたいであったこと」などが挙げられていた。このようなことから、生徒たちは問題に対して予想をたてることや、それを実際の操作によって確かめていく活動自体には楽しさを感じていたと考えられる。また、予想した際にどれかの順番が有利であるという予想をたてた生徒が大半だったこともあり、結果に驚かされたというような意見も多数みられた。

ほかには、日常生活の中でよく出会う「くじ引き」という場面を設定したわけだが、このようなくじ引きと数学が関わっていたこと事態に驚かされた生徒も多数であった。

「くじ引きのことをこんなに調べることもなかなかったから楽しかった」、「初めてこんなことを数学でやってみて、新しい感じがして楽しかった。またしてみたい。」などという生徒も多数みられた。

そして、学年内ではただ一人であったが「確率は計算で求められない」と書いている生徒がいた。今後の指導において確率を求める計算方法を指導していくわけであるが、その際にこの導入部分で計算の必要性を見いだしたことは、価値が大きいといえる。

7. 今後の授業実践への示唆

実践からの反省点として、以下のようなことが挙げられる。

① 教師側からの指示や、働きかけは問題や、発問の説明以外は極力さける。

生徒たちに問題を解決するための方法を出させたり、どのようにすれば問題を解決できるか考えさせたりする時間を十分に与えることが重要である。考え方のよさを見いだす授業の提案であるため、生徒たちが考え自らの意志で問題解決に取り組めるようにすべきである。そのためには、教師側からの働きかけをできるだけ減らし、生徒の自主性を尊重すべきである。

② 計画にこだわりすぎず、生徒たちが納得するまでやらせる。

指導案自体は、上述のような内容に注意しながら授業を組み立てていくことは重要である。しかしながら、授業の中心はあくまでも生徒であり、生徒たち自身が数学の考え方に触れそのよさを実感する必要がある。つまり、長い時間がかかったとしても、

生徒たちが話し合い自分たちの力で数学の考え方を発見させる必要がある。あくまでも、教師の役割はその考え方を発見することを導く役割である必要がある。

③ 理由までしっかり考えさせるべきである。

導入部分で問題に対する予想を書く場合や、結果を書く場合など自分の考えや、結論を導く際に「なぜ」という質問をするようにすること。さらに、結論を導くための根拠を明確にする習慣をつけることが重要である。

④ 何を目的として実験を行っているのかを、しっかり浸透させてから実験を行う。

操作実験などを行う際に、目的を明らかにし、できることならば生徒自身が実験を必要とし、求めた際に実験を行うことが望ましい。また、実験をしたのちにはデータを集計してまとめることによって、結果を導く習慣をつける必要が重要である。

⑤ 無理にまとめずに、納得いかなかった生徒たちと、納得できた生徒たちの意見を互いに発表させて今後の方針を考えさせるべきだった。

③で述べたように、結論を導くための根拠を明確にする習慣をつけることが重要である。

それと同様に、生徒たち自身が自分たちの意見を発表しあいよりよいものを生徒たちみんなで作り上げていくことが重要である。

8. 終わりに

本研究においては、1時間完成の授業の

提案にとどまった。しかし、数学のよさを
実感することは1時間の授業だけでできる
ものではない。また、通常の授業の中で常
に「数学のよさ」を、生徒ひとりひとりが
認識する必要がある。そのためには、意見
を伝え合う活動、既習内容を利用し新たな
数学を発見する活動、日常生活に数学を応
用する活動を、単元における計画もしくは
年間計画の中で、意図的に設けていく必要
がある。そのような長期的な授業構成を考
えた際に本研究で述べてきたような授業づ
くりによって生徒たちの数学のよさに対す
る認識が高まるのかが今後の課題と言える。

7. 参考文献

- [1] 文部科学省(2008).『中学校学習指導要
領解説 数学編』
- [2] 片桐重男著(2004).『数学的な考え方の
具体化と指導』.明治図書.
- [3] 清水静海著(1995).『子供を伸ばす算数
学ぶ意欲と算数のよさ』.小学館
- [4] 佐々木徹郎 (2010.印刷中).『数学教
育の理論と実際〈中学校・高校〉(必修
編)』.第4章.聖文新社