

自己説明を利用した算数の割合文章題の 解決支援プログラム

中津 檣男* 多鹿 秀継**

Narao NAKATSU Hidetsugu TAJIKA

*情報教育講座

**学校教育講座

1 はじめに

「100 g が600円の牛肉があります。ぶた肉 100 g のねだんは牛肉 100 g のねだんの0.4倍です。ぶた肉 100 g のねだんはいくらですか」という問題を考えた場合、この問題に現れる数値は600と0.4の2つであり、この2数をかければ $600 \times 0.4 = 240$ となり、この2数を割れば、 $600 \div 0.4 = 1500$ となる。ぶた肉のほうが牛肉より安いことを考えて、 $600 \times 0.4 = 240$ と解答すれば、立式も答も正しいので正答とされる。こうした方法で解を求めた生徒でも、教師の目からみれば、正しく理解している生徒とみなされ、十分な指導を受けずに終わってしまうケースがある。こうした子どもは、正しい理解をしているわけではないので、もっと複雑な問題や他の問題については手も脚も出ないことになる。小学校1～4年で学習する内容は、おはじきが5個、長さが4 cmなどのように、具体的数値を扱うのに対して、5年生で学習する「割合」という概念は、数値の相対的な大きさを意味し、極めて抽象的な値であり、実際の状況を想像することが難しく、多くの生徒がつまづく要因となっている。このため、今回の問題解決ソフトの開発に当たって、小学5年生の割合に関する文章題をその対象とした。

われわれは、メタ認知方略の1つとして知られている自己説明に注目して、算数文章題における自己説明の効果を研究している^[4,6]。ここで言う自己説明とは、算数文章題の解法をいくつかのステップに分けた場合、各ステップが、なぜそのようになるのかを説明する行為をいう。自己説明は、問題解決の手順を説明しながら解を導くため、いわゆる論理的な思考力を要求する。このため、自己説明による問題解決方略を身につけた生徒は、他の文章題(割合以外の)や他の教科の学習においても高いパフォーマンスを達成するであろうことが期待される。

先行研究として、物理や幾何学の分野での自己説明による問題解決の研究が知られている^[1,2]。われわれは、むしろ自己説明の転移効果に重点を置いて研究を進めている^[7]。自己説明上位群(自己説明が上手くて

きる生徒集団)と下位群において、転移テストで有意差が見られることを、これまでの研究で明らかにしてきたが、自己説明能力の訓練は生徒の個別指導が必要で、学校現場で教師が行うには負担が大きすぎる^[4]。そこで、今回は、これまでの研究成果を踏まえ、効果的な指導支援を行うためのコンピュータソフトの開発を行った。このソフトを利用した場合、どの程度の効果が上がるかの実験は後日行う予定である。

2 開発理念

与えられた問題に対して自己説明を行うよう誘導する学習ソフトの開発を行った。このソフトは小学5年生の学習内容である「割合」に関する文章題の学習ソフトであるが、このソフトを利用することで、自己説明のプロセスをたどりながら、問題解決につながるように既存の知識を構成しなおす能力を身につけることができるように期待している。つまりこのソフトの目的は、「割合」に関する文章題を題材にしているが、自己説明という活動を通して他の文章題の解決にも応用できるような知識の構成法を身につけさせる点にある。

一般に学習ソフトでは、問題に対する正答を用意しておき、学習者の回答と比較してその正誤を判定するタイプがほとんどである。ここでは、考え方の訓練を目的にしているため、誤りの判断はできるだけ学習者自らが行えるようにしている(もちろん、その判断を適切に下せるための手がかりを与える)。正誤の判定をコンピュータが行うよりも、学習者自らが、自分の考えの誤りに気づきそれを修正する行為を行うことによって、主体的な学習が促進されるものと思われる。

自己説明は本来、自然語で成されるべきであるが、これまでの実験の経験から、学習者である小学校5、6年生の児童が、自己の考えを自然語で表現することは非常に難しい^[3](アドバイザがいて、意見を引き出すことをしないと回答が得られない)、コンピュータによる自然語理解も容易でないなどの点を考慮して、多肢選択式を用いた。学習者はマウス操作と数値の入力だけの操作でこのソフトウェアを使用できる。こうし

た、多肢選択による自己説明の試みが、どの程度、自己説明能力の訓練になるか、実験を通して明らかにしてゆきたい。

文章題解決は一般に、問題を理解する過程と、解く過程からなると考えられている。本ソフトでは、まず、問題を理解する過程として、求めるものは何かと、文中で与えられている値を質問し、それらがどの問題文からわかるかを問うことにした。これらの質問に誤って解答することは、問題を注意深く読んでいないと考えられるので、生徒が正解するまで何度でも問い直すことにした。これは、こうした値が間違っておれば、これ以後の計算が無駄になるし、小学5年生では、注意さえすればこうした誤りは無くせると考えたからである。

さらに、問題文に現れる割合の値に注目させ、その割合について、「もとにする量」は何で、「比べる量」(その割合に相当する量)は何かを問うことにした。問題文を読んで、どれが「もとにする量」でどれが「比べる量」かを見分けることが困難な子どもが多いと思われるが、この点を間違えると割合の問題は解けない。本ソフトでは、この段階で正答の検査は行わず、もう少し進んだ段階で、線分図を利用して、学習者自らが自分の誤りに気づいて修正させることにした。

割合の文章題は、こうした基礎的な量の把握に加えて、割合の定義式、1) 割合 = 比べる量 ÷ もとにする量、を適用することで解ける場合が多い。基本式1)に加え、2) 比べる量 = もとにする量 × 割合、3) もとにする量 = 比べる量 ÷ 割合 という式を示している教科書も存在する。

学習者は、問題文に割合を発見すると、上記の割合の定義式を思い出し、問題文で与えられている量とわからない量を勘案して、わからない量を求めるための立式を行う。この立式までの過程で、問題文から得られた知識と子どもが持っている知識をうまく構成する(今の場合は割合に関する知識のどれを使えばよいかを考える)力が必要になり、文章題の苦手な子どもは、この段階を苦手としている。いったん立式が終われば、あとは式の計算を行うだけである。

問題文に現れるいくつかの量の相互関係、「もとにする量」と「比べる量」、「求めたい量」の相互関係が理解できれば正しい式をたてることができる。この関係を表すために、線分図がよく利用される。われわれは線分図を生徒に作らせる実験を行い、正しい線分図を描ける子どもと、成績には正の相関があることを確認している^[5]。ここでは、コンピュータが生徒の回答をもとに線分図を自動生成し、生徒の問題理解の正しさを生徒自身に確認させるとともに、式を立てる手がかりとして利用してもらうことにした。

本ソフトでは、学習者がいろいろな部分質問に回答した答を履歴として記憶しておき、それらと、割合に

関する公式を組み合わせで解を求めるように誘導している。そのため、どの公式を用いるかの他に、どの履歴からその公式が適用できるように考えたかを問うことにした。これによって、生徒がどの程度理解して、立式しているかを確認できる。

開発したソフトはブラットホーム(パソコンの機種やOS)に依存しないで実行できるようにJavaアプレットとして作成した。また、さまざまな文章題に対して対処するために、文章題ごとに異なるデータを、パラメータとして与えることにした。

3 ソフトウェアの説明

このプログラムを実行すると、図1に示す、ウィンドウが表示される。ウィンドウの最上部には文章題がこのプログラムを終了するまで常時表示される。その下には、いろいろな部分質問に対する学習者の回答が番号をつけて表示される。新しく回答するたびに、1行づつ情報が追加される。立式を行う場合、どの情報を利用したかが問われるが、その場合はこの番号を回答することになる。その下には部分質問と回答入力欄が表示されるとともに、その回答を行った理由を入力する欄が表示される。理由欄は、与えられた問題の何行目からその回答を導いたか、あるいは、これまで回答した何番目の情報からその回答を導いたかの番号を入力する。最下段に表示される「次へ」のボタンをクリックするまでは、いつでも入力を修正できる。

回答の入力方法は、キーボードから数字を入力する場合と、予め問題毎に決められた項目集合の中から1つを選択する方法の2通りある(図2)。どちらも、小学校5年生にとって無理のない入力法である。

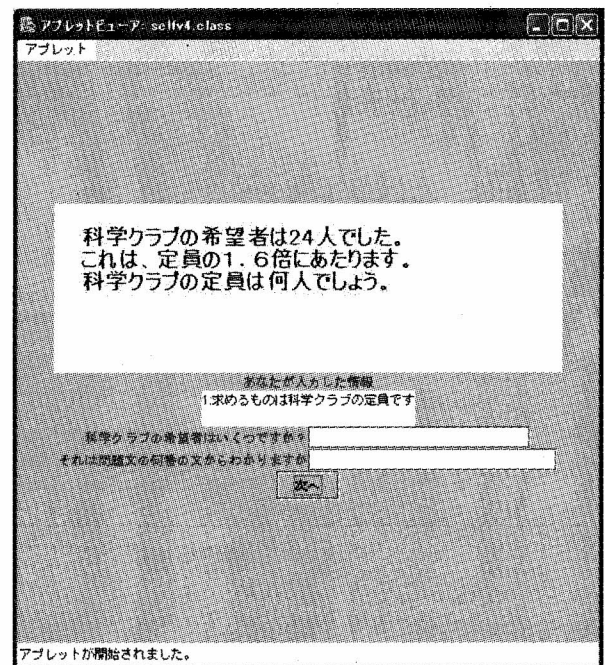


図1 ソフトウェアの実行画面

科学クラブの希望者はいくつですか？

それは問題文の何番の文からわかりますか？

a) 数値の入力

元になる量は、何ですか？ **科学クラブの希望者** ▼

次 **科学クラブの希望者**

科学クラブの定員

b) 項目の選択

図2 回答の入力方法

プログラムの実行の流れは、次の通りである。

- 1) 求めるものを問う。
- 2) 問題の中で、わかっている項目の値を問う。
これらについては、問題を読めばわかる質問であるため、誤答であれば再入力を促す。
- 3) 問題文に現れる割合の値それぞれについて、「もとにする量」と「比べる量」が何であるかを問う。
この場合も、1, 2)と同様に、問題文のどの行からそれが読み取れるかを問う。ただし、誤答である場合でもそのことを知らせずに、誤答のまま以下処理を続ける。
- 4) 簡単な問題の場合は、1)～3)で得られた情報と、割合の公式(3種類の中の1つ)から、未知の量を求めることができる。しかし、難しいとされる問題では、1)～3)で得られた情報だけではどの量も新規に求めることができないので、それ以外に、項目間に成り立つ関係式を利用しなければならない。難しい問題の例と、その場合の関

係式の問い合わせフォームを付録に示す。

- 5) 計算可能な未知の量が見つかった場合は、その量を求める方法を学習者に問う。この場合、項目間の関係を明らかにするため、計算機は線分図を自動的に生成し、線分図で表現される項目間の関係が、問題文と一致しているかどうかの問い合わせを行う。この様子を図3に示す。この線分図をみて、学習者は自分の割合に対する解釈が妥当であったかそうでなかったかを判断することができる。誤った線分図が得られた場合は、学習者は再度3)に戻って、解釈をやり直すことになる。
- 6) 線分図が正しければ、自分の解釈が正しかったと判断できるため、5)で示された未知の量を計算する。線分図を参照すれば、割合の公式を適用するための項目間の関係が一目で理解でき、立式も容易に行えると考えられる。
- 7) 6)で計算した未知の量が「求めるもの」であれば、文章題が解けたことになる。そうでなければ、新しく求めた値を新たな情報として登録し、その後再び4)に戻って、他に計算可能な未知の量を探す。

4)～7)を繰り返すことによって、問題に現れる未知の量を順次求めてゆくうちに「求めるもの」が計算される。割合の公式を適用する場合には、どの情報を使ってその公式が適用できるかを明らかにするため、学習者は、ウィンドウに表示されている情報履歴の中の、どの情報を利用したかを番号で入力するように求められる。

学習を進めてゆく中で、学習者に対する警告や激励のためにコンピュータから注意喚起のウィンドウ(アラート)が表示される場合がある。このアラートは無視

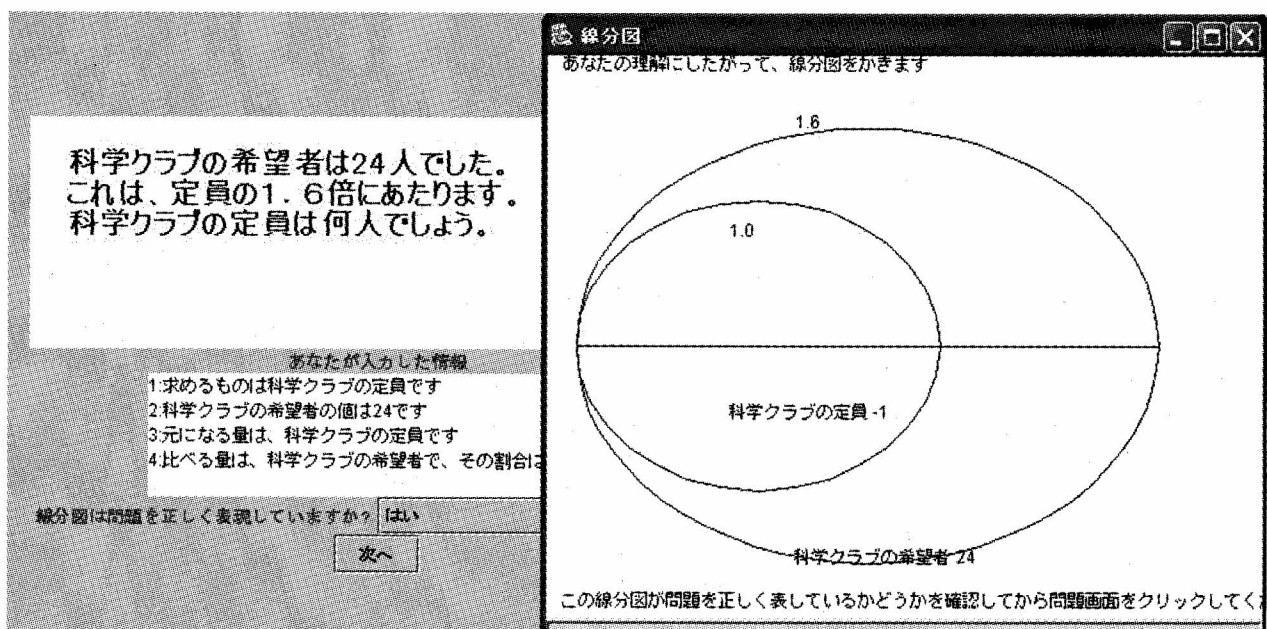


図3 線分図の表示と、その確認画面

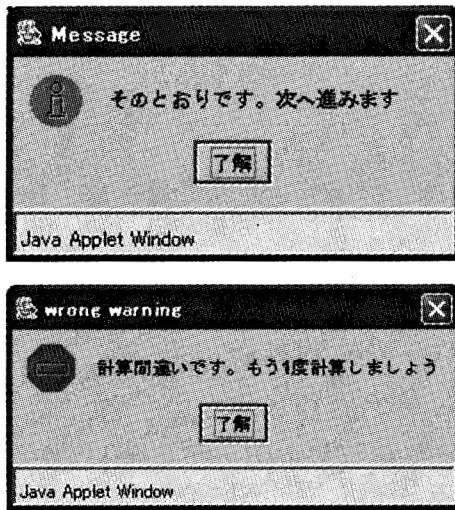


図4 アラートウィンドウ

することができず、その都度確認をしなければ前に進めない。アラートには図4に示すように、学習促進のためのアラートと誤り警告のためのアラートがある。

4. プログラムの利用法

任意の割合文章題にこのプログラムを応用する方法を述べる。このプログラムはJavaアプレットとして作成しているため、Webサーバを通して利用可能である。文章題ごとに当然、部分質問は異なるため、予め、教師側が必要な値をデータとして与える必要がある。こうした値は、アプレットのパラメータとして与える。以下は図5の文章題に対するデータの記述例である。1行目はアプレットプログラムの呼び出しと、ウィンドウサイズの指定である。

```
<APPLET CODE="selfv4.class"
  WIDTH=550 HEIGHT=550>
<param name="image" value="problem11.jpg">
<param name="N" value="3">
<param name="d0" value="国語辞典のねだん">
<param name="d1" value="理科図かんのねだん">
<param name="d2" value="高いぶん">
<param name="v0" value="1500 1">
<param name="v1" value="- 1 3">
<param name="v2" value="- 2 -1">
<param name="rn" value="1">
<param name="rate0" value="0.4">
<param name="ratebase0,0" value="0">
<param name="ratebase0,1" value="2">
<param name="ratesen0" value="2">
</APPLET>
```

3行目は図5の文章題を記述した画像ファイル(problem11.jpg)の指定である。4行目は文章題に現

国語辞典の値段は1500円です。
理科図かんのねだんは、国語辞典よりも0.4倍高いそうです。
理科図かんのねだんはいくらでしょう。

図5 文章題の問題例

れる項目の個数(N)で、5~7行は、それぞれの項目名である。8~10行目は5~7行のそれぞれの項目の値とそれが問題文のどの行からわかるかを書いている。ただし、-1はその値が未知でかつ「もとめるもの」であることを示し、-2は単に未知数であることを示している。値が-2の項目は、問題文のどの行からその値がわからないので、問題文の行も-1にしている。11行目は問題文中に与えられる割合の個数を表す(rn)。そして、12行目が割合の値、13行目が「元になる量」を項目番号で示し、14行目が「比べる量」を項目番号で示している。

最後の行は、そうしたことが問題文の何行目から読み取れるかの行番号を示している。

こうした値を問題毎に与えることによって、任意の文章題に1つのプログラムで対応することができる。

5. 発展的文章題への対応

割合は通常、同じ単位をもつ量の関係をいうが、別の量を使って、間接的に量同士が比較される場合がある。例えば図6の文章題を考える。この問題も割合の文章題の範疇に含まれるが、この場合は、水そうに入った水の量が直接比べられているのではなく、かかった時間という別の量を使って、水そうに入った量が表現されている。このような問題を解く場合には、かかった時間と水そうに入った水の量の関係が分からなければ解けない。こうした知識は日常生活で身につけられる知識(明言されないが誰もが知っていると考えられる知識で常識と呼ぶ)であるが、コンピュータには明示的に指示してやらなければならない。

今回はこうした常識知識を、問題に応じてプログラム中で与えることで対応した。画面上ではこの知識は前提条件という名前で、学習者の入力履歴の最初に表示される。こうした常識知識もまた3節の3)の段階で、計算可能な未知の量を見つけるのに利用される。

文章題の解決においては、本来は、問題に応じて、

水道管のせんを開いて水そうに水を入れるのに、Aのせんを開くと10分、Bのせんを開くと15分でいっぱいになります。両方のせんをいっしょに開いて水を入れると、何分でいっぱいになるでしょう。

図6 常識知識が要求される問題

どのような常識知識を発動するかを選択する必要があるが、ここではそれを、予め与えることにした。常識知識の選択は、知識検索の問題であり、ここで着目している自己説明とは直接関わりがないと考えたからである。

6. 今後の課題

自己説明を行いながら順を踏んで算数の文章題を解いてゆく力は、問題文から読み取った知識と、自分が持っている関連知識（今の場合は割合に関する公式）と常識知識をどういった順に適用してゆくかの能力と考えられる。その思考過程は、いわゆる論理的推論の能力と同一と考えられる。こうした思考過程は、割合の問題に限らず、いかなる文章題に対しても同一の考え方が適用できる。今回は割合の文章題に限定して考えているが、もっと広い範囲の文章題を対象とすることも可能であると考えられる。

一般的に推論システムで用いられている問題解決の方略としては、前提志向と目標志向の2種類がある。前提志向は、与えられた前提から導くことのできる結論を次々と導き、その中で、解に至るものを見つけないという方略である（前向き推論とも呼ばれる）。一方、目標志向の方略では、最終解を得るためには、何がわからなければならないかを考え、次には、それを新たなゴールとして考えるという方略である（後向き推論と呼ばれる）。一般の問題解決では、こうした2つの方略を組み合わせながら解を求めてゆくと考えられる。

小学校の文章題程度では前提志向の考え方だけで十分であるが、中学や高校レベルになれば、問題に関係する知識が多すぎて、どの知識が問題解決に必要なかの判断ができない場合がある。このような場合には、目標志向の方略のほうが有効と考えられる。解を求めるのに必要でない情報が多く盛り込まれている問題の解決にはこうした方略が必要になる。

論理的思考力の養成の必要性が強調されているが、我々が研究している自己説明能力の養成が、論理的思考力の養成に結びつくものと思われる。

本研究の一部は、平成17年度文部科学省科学研究費基盤研究（B）N0.15330141の助成を受けた。

参考文献

- [1] Aleven, V.A.W.M.M. and Koedinger, K.R., "An effective

metacognitive strategy: learning by doing and explaining with a computer-based Cognitive Tutor", Cognitive Science, 26, 147-179, 2002.

- [2] Conati, C. and Vanlehn, K., "Toward Computer- Based Support of Meta-Cognitive Skills: a Computational Framework to Coach Self-explanation", International Journal of Artificial Intelligence in Education, 11, 389-415, 2000.
- [3] Hausmann, R.G.M and Chi, M.T.C., "Can a Computer Interface Support Self-explaining?", <http://www.memo-ryzine.com>, Abstracts, 2002.
- [4] Tajika, H. and Nakatsu, N., "Using a Meta-cognitive Strategy to Solve Mathematical Word Problems", 愛知教育大学研報, 54 輯, 1-9, 2005.
- [5] 多鹿, 中津, 野崎, 伊藤, 「算数割合文章題の理解と解決を支援するコンピュータ操作による線分図方略の開発」, 愛知教育大学教育実践センター紀要, 3, 27-34, 2000.
- [6] 多鹿, 中津, 「知識の構成と学習環境の開発」, 愛知教育大学研報, 52 輯, 101-108, 2003.
- [7] 寺尾, 楠見, 「数学的問題解決における転移を促進する知識の獲得について」, 教育心理学研究, 46, 461-472, 1998.

付録

項目間の関係式を利用しなければ解が求まらない文章題の例

北駅から緑池までの道のりは5 kmで、緑池から南池までの道のりは、北駅から緑池までの1.6倍あります。
北駅から緑池を通過して南駅までの道のりは何kmあるでしょう。

この文章題では、抽出された項目は、「北駅から緑池までの道のり」、「緑池から南池までの道のり」、「北駅から緑池を通過して南駅までの道のり」の3つがあるが、前の2つの量と、最後の量の関係を見つけないと解を求めることができない。このため、これら3つの量の関係を、以下の図のように問い合わせる。

あなたが入力した情報

1 求めるものは北駅から南駅までの道のりです
2 北駅から緑池までの道のりの値は5です
3 元になる量は、北駅から緑池までの道のりです
4 比べる量は、緑池から南駅までの道のりで、その割合は1.6です
5 緑池から南駅までの道のりが求まり、その値は8です

北駅から南駅までの道のりは、どのような式で求まりますか？下の式を完成させなさい

北駅から緑池までの道のり + 緑池から南駅までの道のり = 北駅から南駅までの道のり

数へ

(平成17年9月16日受理)