

米国の教科書における第1学年のたし算の研究

志水 廣・小原美紀
(数学教室)

A study of Addition at first grade
on U. S. Arithmetic Textbook: Mathematics PLUS

Hiroshi SHIMIZU AND Miki OHARA
(Department of Mathematics Education)

1. 研究の目的

本稿の目的は、アメリカにおけるたし算の指導過程を調べることである。そのために、アメリカの算数の教科書の1つである「MATHEMATICS PLUS」第1学年のたし算の単元を調べた。また、日本のたし算の指導との比較も行った。

2. アメリカの教科書「MATHEMATICS PLUS」GRADE 1の概要

本論文では、アメリカの教科書の1つである「MATHEMATICS PLUS」第1学年のたし算の内容について紹介する。この教科書の大きさは、A4サイズよりもひとまわり大きく、厚さは2~3cm、ページ数にして424ページもあるので、日本のものに比べて非常に重い。そのため、内容も細かく、練習問題がとても多くなっている。また、教科書に練習問題などの解答を書き込むスペースが設けられているので、ノートを使わなくても、授業が進められるようになっている。教科書で使われる教具は厚紙で作られており、保管しておくための袋とともに教科書の最後に綴じられている。

この教科書の構成は次の通りである。

- 1, 10までのかず
- 2, 6までのたしざん
- 3, 6までのひきざん
- 4, たしざん
- 5, ひきざん
- 6, かたちともよう
- 7, 100までのかず
- 8, 12までのたしざんとひきざん
- 9, ながさとふんすう
- 10, じかんとおかね
- 11, 2けたのかずのたしざんとひきざん
- 12, 18までのたしざんとひきざん

この構成で、日本と大きく異なるところは、6, 12, 18という数での分け方である。日本では、6まで、12まで、18までという分け方はない。アメリカでは、12

を10と2、とはせずに、twelveとして扱っている。これは、12進法の考えによるものであり、12までについては繰り上がるという概念はないのである。そこで、12の半分である6まで、12までという分け方をした指導が生まれるのだろう。18までの指導については、12進法に基づく考えと見ることがもできるが、1けたと1けたのたし算の指導、 $9+9$ までであると見る方が自然だと思う。

3. たし算指導の流れ

まず、たし算指導の前に、10までの数の読み方と順番についての指導がある。これは、数をたすことの準備として、とても大切なことである。日本では、この他に「いくつといくつ」という合成・分解の指導がある。この合成・分解の指導をたし算の準備とするかしないかが、日本とアメリカの計算方法の大きな違いである。

たし算の方法は、大まかにいって、次の4つからなる。

- ①数えたし (countall, counton)
- ②交換法則
- ③ダブル, ダブル+1, ダブル-1
- ④fact family (因数の家族, 数の合成分解)

これを順を追って説明してみよう。

たし算の指導は、 $2+1$ を1, 2, 3と数えるような、1から順にすべてを数えたしていくという「count all」から始まり、 $2+1$ を2, 3と数えていくような、片方を数えたしていくという「count on」へと進む。6までの和という小さな数の和の段階でありながら、交換法則と0のたし算、そして筆算という指導までもあるのだ。

すなわちアメリカでは、たし算、ひき算は数えることを基本とする数え主義の立場をとっているのである。それに対して日本では、合成・分解の考えから、直感的に答えを出すことを基本とする集合主義の立場をとっている。

10までの和の指導へと進むと数えたしという計算方法の他に「ダブル」という方法の指導がある。「ダブル」

というのは $3 + 3 = 6$, $4 + 4 = 8$, $5 + 5 = 10$ というように、同数の和を求める指導であり、同数の和は数えなくても2倍の概念から直感的にできると考えられているようである。

12までの和の指導になると、この教科書では、たし算とひき算の関係にある3つの数を「fact family」〈図1〉としてたし算・ひき算の計算に役立てようとしている。たし算で出てきた和をひき算で用いることによって3つの数を求めている。この考えは検算として使っていけるのだと思う。

Use cubes. Make a train to show the addition facts.

Break apart the train to show the subtraction facts.



$$5 + 1 = 6$$

$$1 + 5 = 6$$

$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 5 = 1$$

What three numbers are in this fact family? 5, 1, 6

〈図1〉

また「ダブル」の発展として、ダブルよりも1大きいと考える「ダブル+1」(例： $5 + 5 = 10$ だから $5 + 6 = 11$ 〈図2〉) という考えの指導もある。

Use Workmat 2.
Put in 5 counters.
Put in 5 more counters.
Write the addition sentence.

$$5 + 5 = 10$$

Put in 1 more counter.
Write the addition sentence.

$$5 + 6 = 11$$



〈図2〉

その後、2けたのたし算の指導となる。この指導はまず、(何十)+(何十)から入り、2けたと1けたの和、2けたと2けたの和と進んでいく。しかし、この計算にはまだ繰り上がりはない。

最後の18までの和の単元で初めて繰り上がりの指導がでてくる。10のかたまりに目を向け、繰り上がりを考えるという指導である。10のかたまり以外の計算方法としては、数えたしに加え、「ダブル」やその発展である「ダブル+1」と、ダブル+1とは逆にダブルよりも1小さいという「ダブル-1」(例： $8 + 8 = 16$ だから $8 + 7 = 15$) の指導がある。

以上が第1学年のたし算の指導である。

4. 各単元について

1) 6までの和

この単元では、たし算は具体物やカウンター(〈図3〉)のような正方形のカードや丸いカードで、このカウンターは日本のおはじきに相当するものである。)を用いて、1つずつ数えていくことから指導される。

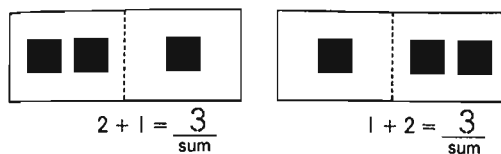
〈図3〉のようなサイコロの目の数を数えさせることも多いのだが、このサイコロの目も丸いカウンターの集まりと考えることができる。このときの加数は1か2であり「count all」を行っている。



カウンター サイコロの目

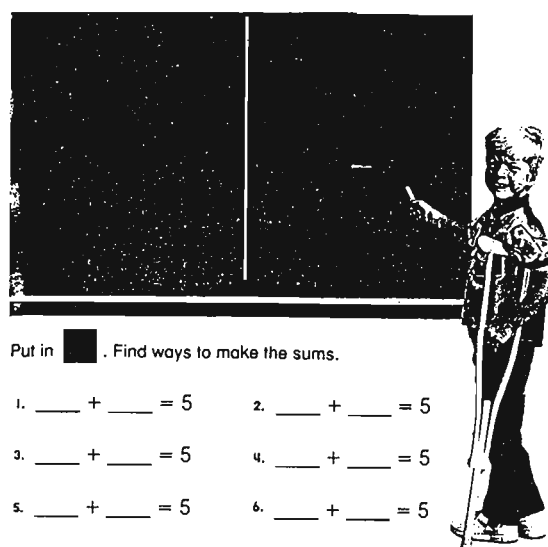
〈図3〉

次に交換法則の指導がある。例えば、 $1 + 2$ は $2 + 1$ としても求められることの説明がある。この単元ではたし算の指導に入ったばかりであり、まだ「count all」の計算方法を用いている段階なのに交換法則〈図4〉を使っているのである。日本ではこの段階で交換法則は使わないので、とても奇妙に感じられる。



〈図4〉

その後、すぐに0のたし算、さらに合成・分解の指導がある。合成・分解については、2から10までの数についての指導を〈図5〉のように扱っているが、計算方法として取り入れることはしていない。



Put in ■. Find ways to make the sums.

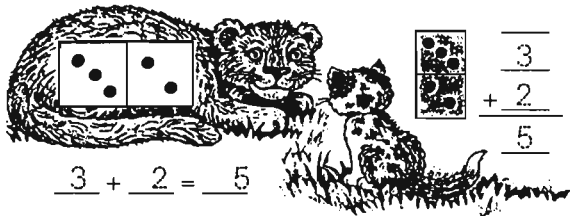
1. + = 5
2. + = 5
3. + = 5
4. + = 5
5. + = 5
6. + = 5

〈図5〉

次に電卓指導があるが、第1学年から電卓が導入されていることに驚いた。日本での電卓指導は第5学年

からであるからだ。本単元で電卓を用いる場面は、 $6 + 1$ と $6 + 2$ の和を求めるときである。本単元は6までの和を求める指導であり、和が7や8になるものは扱わないはずである。しかし、それにもかかわらず $6 + 1$ や $6 + 2$ が電卓の計算として登場している。次単元へのステップとして $6 + 1$ や $6 + 2$ がどうなるのかを考えたとき、答えを推測できても確信することはできない。従って、推測したものが正しいかどうかを確かめる道具として電卓が用いられるのである。

日本よりも早く扱うものとして、先に挙げた交換法則、電卓のほかに、筆算がある。日本では、第2学年において繰り上がりのために筆算が用いられているがこの教科書では、1けたであり、しかも繰り上がりのない6までという和において筆算〈図6〉が登場するのである。しかしこの筆算は、図のようにサイコロの目を横に並べて式を作るか、縦に並べて式を作るかという違いだけであり、単に縦にかかれた式という扱いのようである。



〈図6〉

本単元の指導は、「 $+1$ 、 $+2$ 」の数えたしのみであり、常にカウンターなどの具体物が使われている。和が6までの計算で、 $3 + 3 = 6$ 以外は、交換法則を用いることで「 $+1$ 、 $+2$ 」の数えたしとして可能である。「 $+1$ 、 $+2$ 」の数えたしという計算が可能でない $3 + 3 = 6$ は合成・分解で登場した後に、練習問題が出てきている。

2) たしざん (10までの和)

計算方法で本単元と前単元で大きく異なるところは「count all」から「count on」へと変化しているところである。このように変化していることは、〈図7〉のように被加数をサイコロの目のような具体物で表し数えることができるようにするか、数字で表し、数えることができないようにするかの違いから明らかである。



〈図7〉

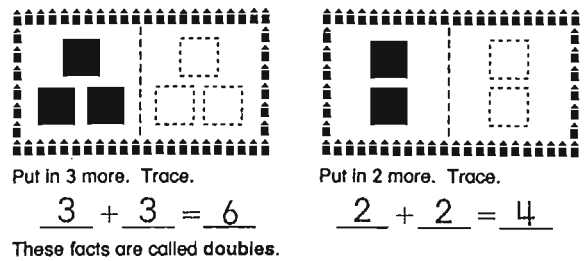
「 $+1$ 、 $+2$ 」の数えたしに加え「 $+3$ 」の数えたし

の指導がある。ここでも式の学習の後、筆算が登場し、筆算での交換法則も行われる。〈図8〉のように形は筆算でも数えたしが用いられるために、上の数を数えるか、下の数を数えるかで交換法則を必要とするのである。

$$\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +7 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$$

〈図8〉

数えたし以外の計算方法としては「ダブル」という考え方があり。〈図9〉のようなカウンターを用いた式で「ダブル」を考えた後、筆算でも「ダブル」の指導がある。



〈図9〉

6までの和では $3 + 3$ という計算がほとんど扱われなかったが、このダブルの考えが登場して、頻繁に出てくるようになる。

その後の数表〈図10〉を作り上げる指導で、初めて「 $+4$ 」が出てくる。

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1		2		4	5	6	7		9
2		3		5		7		9	
3	3	4	5		7		9		
4	4		6		8	9			
5	5	6			9				
6	6			9					
7	7		9						
8	8	9							

〈図10〉

「 $+3$ 」までは例を挙げて練習もしているが「 $+4$ 」についてはこの表以外に例はない。また、練習問題も他の計算に比べ、かなり少なくなっている。この教科書では「 $+3$ 」までができれば、「 $+4$ 」以降もできると考えられているのだろう。

この後、ブロック (図1の教具) を用い、式や筆算

で3つの数の和を求めることが行われる。計算の順序を変えることで、ダブルなどを見つけることができ、計算しやすくなるという指導である。この指導を通して、数えだし、交換法則、「ダブル」の考えが総合的に復習される。

もちろん本単元でも、電卓を用いることが、魔法陣を作るときに許されている。

3) 12までのたしざん

この単元では既にひき算を学習しているため、たし算とひき算の関係にある3つの数を学ぶ。この数を「fact family」と呼んでいる。(直訳すると、因数の家族という意味で、数の合成分解の関係になっている数の仲間ということだろう。)

交換法則を使って計算することが式、筆算の順に行われる。計算方法は数えだしで、数えだす数は3までとなっている。ここでも「+4」の数えだしは出てこない。この後も「4」を数えだして計算することはほとんどない。では、「+4」はどのような計算方法として扱われているのかというと、本単元では「ダブルの計算の指導後、それを基にした「+1」つまり「ダブル+1」という計算方法の指導がある。「+4」はこの「ダブル+1」で扱われることが多い。

ここまででくると、12までの和のうち、 $7+5=12$ 、 $5+7=12$ 以外の計算ができることになる。 $4+6=10$ 、 $6+4=10$ は「ダブル+1」の形ではないが、少し乱暴ではあるものの、前単元の数表より計算は可能になっていると見ることができる。練習量は、この2つの「+5」についても「+4」のときと同様に、数表の登場により初めて出てくるもので、かなり少なくなっている。

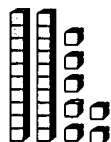
4) 2けたのかずのたしざん

この単元は2けたのたし算の指導ではあるが、2けたの和といっても繰り上がりのないものばかりである。

2けたの和の指導は、まず1けたの和を導入として用いて、(何十)+(何十)の計算指導から始まる。

続いて、(2けた)+(1けた)、(2けた)+(2けた)の指導がされる。(2けた)+(1けた)で、一の位だけに交換法則を用いて計算することはあるが、(1けた)+(2けた)の計算はなく、全体に交換法則を用いて(2けた)+(1けた)に直すようなものはない。

ここで使用される教具は、今までのカウンターや、カウンターを立体的にしたキューブであるが「tens, ones」という名前が変わる。1つのカウンターやキューブは「ones」、10個1列に並べたかたまりは「tens」〈図11〉と呼ばれている。この2つの教具を使うことで、2けたの和は各位ごとの計



〈図11〉

算と見ることができるようになっている。

本単元で注目されることは、計算をする前に見積もりの指導がされていることである。例えば〈図12〉のように「 $30+30=60$ であることから、 $24+25$ は60より大きいでしょうか、小さいでしょうか」という問題があり、見積もりの後で正確な計算が行われる。

$\begin{array}{r} 30 \\ +30 \\ \hline 60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ +25 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ +30 \\ \hline \end{array}$
	more than 60	more than 60
	less than 60	less than 60

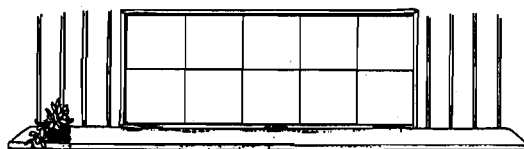
〈図12〉

見積もりを行うのは、答えの妥当性を考えさせるためである。日本でも、最近の教科書では、筆算のときに見積もることが取り入れられてきた。ここでは見積もりをよく取り上げているため、電卓が他の単元に比べて、多く用いられている。正確な答えは電卓を使っても構わないという考えなのである。

5) 18までのたしざん

この単元は、第1学年のたし算指導の最後の単元である。本単元は1けたの和を求める指導であり、ここで初めて繰り上がりが登場する。最初の頃に繰り上がりを指導する日本と比べるとかなり遅い指導である。この繰り上がりの指導は、今までのような式、筆算という順序の指導ではなく、筆算、式という今までとは逆の順序になっている。これは、繰り上がった数を1つ上の十の位に移すという考えを分かりやすくしているためだと思われる。

計算方法としては、まず「ダブル」の指導がある。 $5+5=10$ 、 $6+6=12$ の指導はされてきているが、新たに $7+7=14$ 、 $8+8=16$ 、 $9+9=18$ までの指導がある。このダブルの計算も最初はカウンターを用いてされている。続いて「ダブル+1」の指導があり、さらに「ダブル-1」という新しい考え方の指導をしていく。この後、数えだしや、ダブルの計算方法のほかに、10のかたまりを考える方法が出てくる。 5 マスずつ2列になっている教具「10のマス」〈図13〉を用いて、「10といくつ」を考える様々な繰り上がりの指導がある。tensという教具では10のかたまりを1列で表していたが、この10のマスでは、10のかたまりを2列で表している。



〈図13〉

この段階になると具体物はあまり使わず、式や筆算

だけで計算していくことが多くなる。そして3つの数の和を求めるときには、既習事項をうまく用いていることで計算しやすくなるとされており、3つの数の和は、理解を深めるために行われている。

以上でたし算の指導は終わるのだが、最後に同数ずつの和が考えられており、かけ算やわり算につながっていくと考えられる。

5. 計算問題の練習量

各単元で計算問題の練習量について、多少は述べてきたが、次の表を用いて、もう少し詳しく見ていくことにする。

表は、 $a + b$ の計算問題の量を示すものであり、例題として取り上げられていたものと3つ以上の和、数表の見積り計算は含んでいない。また、2けたの和については繰り上がりがないため、各位ごとのたし算として計算できるので、各位ごとの計算を1けたどうしの計算として表にした。しかし、 $20 + 10$ などの一の位である $0 + 0$ は表には含まないことにする。

表について全体を通して見てみると、単元が進むにつれて、小さい数どうしの和である左上の計算からしだいに、大きい数どうしの和である右下の計算へと移っていることがわかる。これは、「6までの和」であれば6に近い和を「10までの和」なら10に近い和を多く練習させているためだろう。また、ダブルの計算である対角線上はどの単元でも比較的多く練習されている。しかし、交換法則を用いる計算は交換法則を用いない計算に比べ、2分の1から4分の1と少なめになっている。

各単元ごとに見ていくと、「6までの和」では、和が7や8になる $6 + 1$ 、 $6 + 2$ が1度出てきている。これは、前にも述べたが電卓の指導のためである。また、 $+0$ や $+1$ 、 $+2$ の数えたしの指導という単元であるはずなのに $3 + 3 = 6$ の計算が9回も登場していることが気になる。この計算は、6匹の犬が写っている写真を見ながら、黒3匹、白3匹に分かれるという合成・分解の指導後であることや、この単元で数えたしとして指導するのは $+1$ 、 $+2$ のみであることからダブルという言葉の指導はないが、直感的に $3 + 3 = 6$ を出していると考えられる。ダブルという言葉の指導は、次の「10までの和」で行われるのだが、言葉の指導はなくても9回も練習しているので、ダブルの考えは重要視されていると思われる。また、計算できる和の中で、すべて行われているのはこの単元だけである。

「10までの和」では、 $+1$ 、 $+2$ の数えたしに加え、 $+3$ の数えたしも指導するので、 $+3$ までの練習が多い。それに比べ、 $+4$ はかなり少なくなっている。ただし、ダブルである $4 + 4$ は多めである。これは、 $+4$ の指導が数表のみで行われたためだと思う。

6までの和

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	3	1	1	1	2	4
1	1	4	5	3	1	8	
2	5	6	13	6	5		
3	4	10	16	9			
4	5	12	16				
5	4	6					
6	4						

10までの和

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2								1	
1		6			1	1	1	1	1	2
2		2	5	1	2	1	4	3	3	
3		3	5	8	2	7	3	3		
4	1	3	7	7	7	4	2			
5	1	5	12	11	3	8				
6	1	6	10	11	2					
7	1	7	8	8						
8	1	7	10							
9	1	10								

12までの和

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	2								
1		3	2			1	2		2	5
2			5	3		2	4	1	1	9
3			1	9	7	1	2	4	7	4
4			1	3	11	9		1	1	
5			2	5	5	9	6	2		
6		1	3	3	1	3	6			
7		2	6	3	2	2				
8		2	4	13	2					
9	1	6	9	5						

2けたの和

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			1	1						
1		4	4	1		2		2	1	
2	2	2	10	5	2	2	3	3		
3	1	6	7	6	3	4	3			
4	1	4	5	4	5	7				
5		4	3	6						
6		4	4	4						
7	1	2	6							
8	1	4								
9	4									

18までの和

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	3	2								
1	3	7	2					1		
2		4	7	2		2				1
3			4	9	4				1	1
4			1	4	9	3		1		1
5		1	1		4	9	3	2		2
6	1	2	1			6	12	3	2	1
7			1		2	7	6	13	4	3
8				3	4	3	4	3	11	5
9			2	4	2	5	1	4	4	5

この単元で出てきた3つ以上の和を求めるものは、全部で25問あり、その中で交換法則を用いることでダブルが可能となるものが15問あった。

「12までの和」では、「ダブル+1」の指導をするため、ダブルの練習とともに、ダブル+1の練習が出てくる。前の単元で、練習量が少なかった+4についてもこのダブル+1の考えを用いることから、加数が5までのものは練習量が多くなっている。しかし、加数が6以上のものについては、やはり数表で登場するだけであるためか、練習量は少ない。数表に出てくるだけのものは、他に7+5、5+7もあり、この練習も少なくなっている。

「2けたの和」では、各位の和と考えることができ9までの繰り上がりが無い計算であるので、今までの復習ということから+0と交換法則を除き、ほぼ均等に練習されている。

「18までの和」では、ダブル-1と10のかたまりを指導することから、ダブルとその+1、-1である対角線と9や8のたし算に練習が集中している。

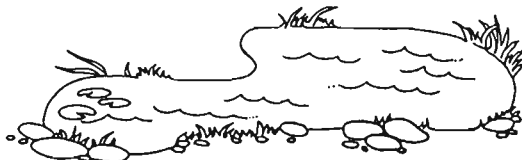
6. 文章題について

ここでいう文章題とは、たし算の場面を文章で表した問題という意味で使うことにする。

文章題は絵を見て物語を作ることから始まり、文章に慣れることをしている。例えば<図14>の絵であると「2匹の犬がいます。1匹の犬がやってきました全部で3匹になりました。」という文章を作るのだと想像がつく。また<図15>のように、式を見ながら、絵を描き、物語を作りあげる場面もある。この物語は初めは増加の場面を想定して作られているが、しだいに合併の物語も作らせるようになっていく。増加の問題に比べ、合併の問題は、2つの異なる集合をあわせるということから、より難しいと考えられているのである。



<図14>






<図15>

自分で物語（文章）を作ることから、与えられた文章を読み取り、その文章に合う式と答えを導き出していくという、文章題を解く指導へと進んでいく。文章の内容は、合併が大部分である。

ひき算の指導の後に、ひき算の文章か、たし算の文章かを問う、求答文選択問題も取り上げられる。例えば「キムさんは鳥を6羽見ました。そのとき1羽飛び去りました。」<図16>という文章では、質問文として「全部で何羽いるでしょうか。何羽残っていますか。」のどちらの文が適切かを選ぶものである。

Ring the correct question.

1. Kim sees 6 .
Then 1  flies away.

How many  are there in all?

How many  are left?

<図16>

10までの和の指導になると、3要素2段階の文章題も登場する。「マリアは6歳です。テッドはマリアより1歳年上です。アンはテッドより2歳年上です。アンは何歳でしょうか。」<図17>といった問題である。

Maria is 6 years old.
Ted is 1 year older than Maria.
Ann is 2 years older than Ted.
How old is Ann? _____ years old

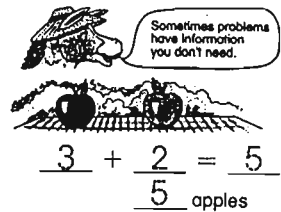


<図17>

この他には、条件過剰問題が出されている。不必要な文章は線を引いて削除し、必要な文章だけで式を立てさせていくのである。例えば「ロージーは赤いりんごを3個持っています。彼女は緑のりんごを2個持っています。彼女はみかんを4個持っています。彼女はりんごを全部で何個持っているでしょうか。」<図18>という問題である。

Draw a line through the sentence you do not need. Then solve.

1. Rosita has 3 red apples.
She has 2 green apples.
~~She has 4 oranges.~~
How many apples does she have in all?

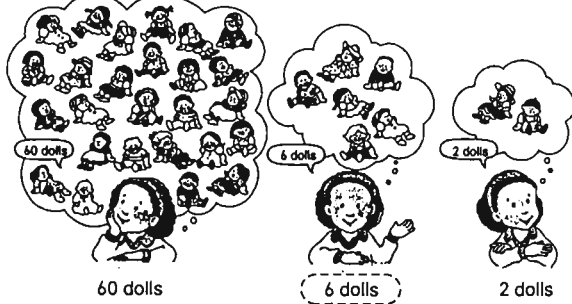


<図18>

2けたのたし算の学習に入ると、文章題はとても少なくなる。その代わりに、見積もりをする問題が出てくる。「メアリーは人形を4つ持っています。彼女はもう2つもらいました。彼女は今、人形をいくつ持っていますか。」の問いに対して、答えを「60個、6個、2個」の中から選択するような、視覚的にわかる大幅な違い<図19>もあれば「ロウは33セントの消しゴムと21セントの鉛筆を買いました。いくらぐらい使ったで

しょうか。」の問いに対して答えを「40セントぐらい、50セントぐらい」の中から選択するような十の位のたし算で、見積もりを行う計算上の違い<図20>もある。この問題については正確な答えとして「 $33+21=54$ 、答え54セント」を求めさせている。

Mary had 4 dolls.
She got 2 more.
How many dolls does she have now?



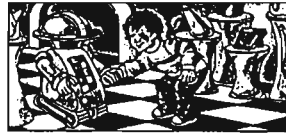
<図19>

Lou buys these things.



About how much money did Lou spend?

Add the tens.
 $3 \text{ tens} + 2 \text{ tens} = 5 \text{ tens}$
 $30 + 20 = 50$



about 40¢
about 50¢

$$33 + 21 = 54$$

Exact answer 54 ¢

<図20>

繰り上がりのあるたし算に入ると、文章題はほとんどなくなる。見積もりを行う問題が少しあるだけである。ただし、かけ算やわり算につながっていくと思われる3つ以上の同数の和を求める文章題はかなり取り上げられている。例えば「9個のりんごがあります。

3人の子どもがいます。子どもはいくつずつりんごをもらうことができるでしょうか」という問いに対しては、<図21>のような写真や具体物の操作により、3個という答えを導き出した後に、 $3+3+3=9$ というたし算の式を立てている。



<図21>

6. 終わりに

日本とアメリカの命数法の違いは、たし算の計算方法において、とても大きな違いを生み出した。

数えたし重視の学習やダブルの計算がそれである。アメリカでは2倍、または2分の1などの考え方が日常生活において頻繁に用いられる。このためにダブル(2倍)というものだけ特別に扱っているのだろう。また、今回は取り上げなかったが、第1学年から分数(2分の1、3分の1、4分の1などの比較的簡単なもの)を学習していくのもこのためである。

<参考・引用文献>

- ・[MATHEMATICS PLUS] GRADE 1 (1992) HBJ by Harcourt Brace Jovanovich, Inc.
- ・平成8年度用『新訂さんすう1ねん』(1995)啓林館
- ・小原美紀「米国の教科書における第1学年のたし算」1997年6月『新しい算数研究』No. 316 P.66~69 東洋館出版社
(平成9年8月1日受理)