

美術教育における数学からの教材展開 —— エッシャーに挑戦

富山祥瑞 (愛知教育大学美術教育講座)

Teaching material development in art education from mathematics

Shouzui TOMIYAMA (Department of design education, Aichi University of Education)

<http://www.tomiya-stationery.com>

要約: 平面の正則分割 (図形をお互いに隣接させながら, 隙間が出ないように平面を埋め尽くす繰り返す模様) について, 数学的な造形思考で制作を進めた授業内容の一端を紹介します。

Keywords: 平面の正則分割, M・C・エッシャー, 正四面体

1. はじめに

本学の教員養成課程の必修科目の一つ「図画工作科教育」で, 筆者が2009年度前期に展開したプログラムの一単元を紹介します。

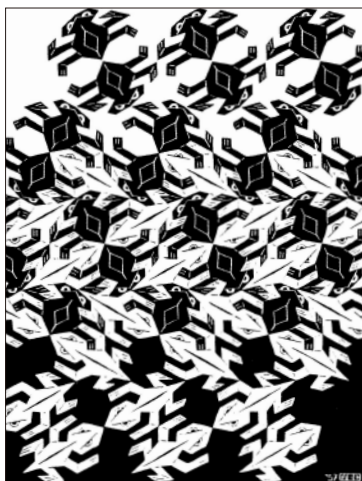
テーマは平面の正則分割です。本来は講義科目であるのを踏まえ, エッシャーの作品DVD鑑賞 (註-1) や彼の思考足跡を紹介しつつ, スポットの行った実習です。受講対象は数学選修・専攻の2年生です (註-2)。「図工・美術」は「算数・数学」とは無縁と思われるがちですが, 数学的な造形思考が在ることを認識してもらうのが狙いです。少し後に, 美術選修・専攻の1年生に対して, 今度は造形に数学的思考が要る実習 (「デザイン基礎」) としても展開しました。

展開に至ったヒントは, NHK教育テレビ『高校講座・数学基礎』です。数学者・秋山 仁氏の「正三角形が4つから成る正四面体は不思議な性質を持つ」事例説明のもと, ゲストの高校生が正四面体の展開図を数珠繋ぎする紹介でした (図-1)。ここでのポイントは「自由な曲線で切った展開図でも…」です。幾何学の世界では基礎的なことですが, 美術教育の分野では私の知る限りほとんど応用されていない定理です。

この教育テレビでの実演内容に加えて, ① [画面全体に敷き詰める] 点と, ② それによって派生する [隣接図形間の彩色計画] を持たせたのが今回のテーマです。



[図-1] 『高校講座・数学基礎』



[図-2] 『平面の正則分割Ⅳ』(1957)



[図-3] 『迷宮への招待 エッシャー展』(2009)

2. 題して「エッシャーに挑戦」

エッシャー (Mauritz Cornelis Escher 1898~1972年) は, 錯視表現の作品で有名な版画家で, 日本では1976年に初の展覧会が開かれて以降, 広く知られるようになりました。その作品群は今でも多くのメディアに登場していますので, エッシャーを知らなくても作品を知っている人は多いと思います。

エッシャー作品の特徴は「平面の正則分割」ですが, 今回の紹介テーマは, その「同じ形をお互いに隣接させながら, 隙間が出ないように平面を埋め尽くす」要素を取り入れた作品づくりです。エッシャーのように図形がトカゲ (図-2) といったような具象形態までには成り得ていませんが, エッシャーが発想の原点としたスペインのアルハンブラ宮殿の色彩タイル (註-3) の造形様式には近づけると考えています。

授業での展開時はタイムリーなことに, 名古屋市内で『エッシャー展』 (図-3) も開催されました。

3. 準備教材と制作手順

平面を埋め尽くすための基本図形の作り方について、ここでは「教材」と「制作手順」の面から解説します。第1章で述べたように「正四面体（正三角形が4つから成る立方体）」を作ることが全ての出発になります。

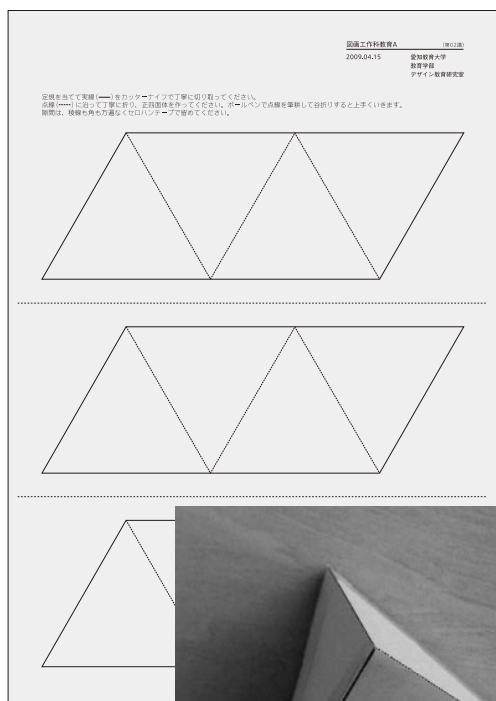
① 正四面体を組み立てる

作業の効率化を図るために、予め正四面体の展開図版を画用紙で準備しました（図-4）。これを定規とカッターナイフを使って丁寧にカットし、セロハンテープで切断線を接合し組立てます（図-5）。

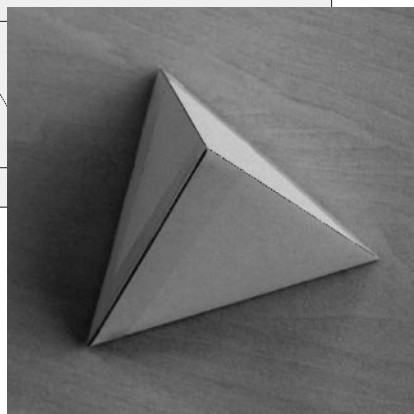
② 正四面体を分解し、テンプレートを作る

ここで幾何学の「正四面体の展開図は平面を隙間なくタイルのように敷き詰めることができる」定理を応用します。つまり➡①で作った「正四面体を自由な曲線で切っても、その展開図は平面を隙間なく敷き詰めることができる」ことになります。

切断線は正四面体の任意の頂点からスタート、ペタンこに平面化させるために4つの頂点全てを貫かれます。また、この時すべての正三角形に切断線が通らないと単調な展開図になってしまいます。



【図-4】
展開図版
プリント(A4判)



【図-5】正四面体

安全に留意すれば、立体裁断にはハサミよりもカッターナイフの方が適するようです（図-6）。

こうして裁断された正四面体をペタンこに展開します（図-7）。これが平面を敷き詰める単位図形（以下、テンプレートと呼ぶ）となります。

③ 台紙にトレース

テンプレートを効果的に配置するために、予め展開図版の正三角形を点線でプリントした台紙を用意しました（註-4）及び（図-7）。この台紙画面の正三角形の点線をガイドラインとして、テンプレートの折り線部を合わせ鉛筆でトレースしていきます。

テンプレートに並進や回転を与えていくことで、あら、不思議！ 台紙の画面を隙間なく規則的に埋め尽くすことができます。下書きの完成です。

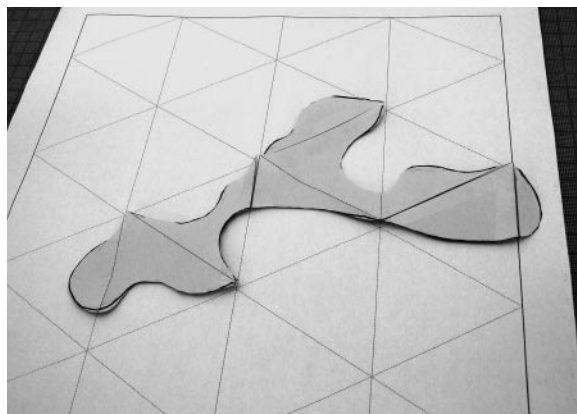
エッシャーの作品や平面の正則分割等の解説を含め、この段階に至るまでに要する時間は、受講生数にもよりますが、大学生で総90～120分が目安です。

④ 配色計画

でき上がった下書きは、ほとんどが2色で画面すべてを塗り分けることができます（後述しますが例外があります）。



【図-6】正四面体を4頂点を通るように立体裁断



【図-7】立体裁断した正四面体を平面に開く

この2色で塗り分けできる画面は、受講生各人の配色計画で3色の構成にする醍醐味があります。これは単純なようで、かなりの思考を要します(図-8)。

今回の実技では、着彩にフェルトペン「三菱ユニボスカ」を用いました(図-9)。これは準備や片付けの時間を短縮化でき、次週に持ち越しのように中断するばあいでも同じ条件で制作を継続できます。ポスターカラーに固執せず、もっと「三菱ユニボスカ」は学校現場で普及してよい画材だと私は考えています。今回のような平面着彩には「中字」が適しているようです。



【図-8】枠外もトレースすることで配色が計画できる

(画面内寸は約25×25cm)はベタ塗り面積としては大き過ぎ、想定外の時間(120分程度)がかかりました。仕上げはA3判より一回り小さいB4判(≒八つ切り)が適切なようです(③で完成したA3判の下面き台紙をB4判に縮小コピーするとよいでしょう。または予め図-4をB5判に、台紙をB4判に縮小)。



【図-10】受講生作品



【図-9】鮮やかな発色の「三菱ユニボスカ」

4. 今後の展望と改善点

このように関連作家の鑑賞教育を前段とし、制作には段階を踏んだ指導を、教員を目指す大学生向けの実技としました(図-10.11)。今テーマは具体的なので、筆者としては中学校美術のレベルとしても成立するのではないかと考えています。大学院で学んでいる現職の中学校教師によると「指導が適切であれば、中学校1年生さらには小学校高学年でも活かせる教材ではないか」という意見が得られました。

初めて試みたテーマだったため、改善すべき箇所も見えてきました。新たな着彩道具(三菱ユニボスカ)の採用で作業の効率化を図ったものの、台紙のA3判



【図-11】受講生作品

第3章④で「ほとんどが2色で画面すべてを塗り分けることができます」と述べました。2色で可能な着彩を3色で塗り分け、画面のリズムを計画することも制作のポイントです。

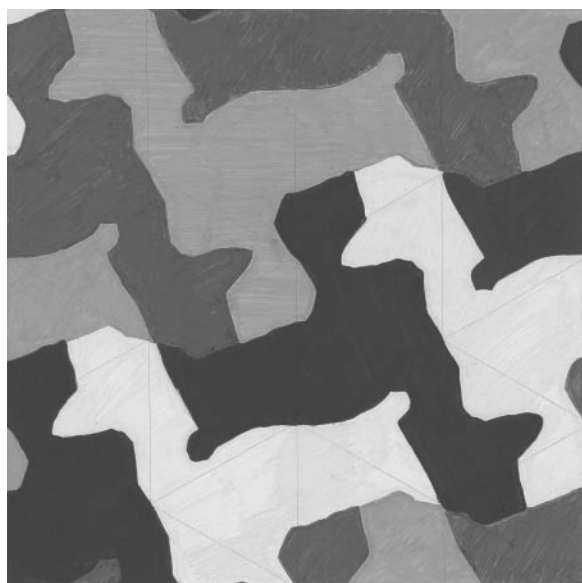
ところが、受講学生の僅かですが何人かは調和のとれた「当初から3色が必要な画面分割」となっていました(図-12)。後に大学院(芸術教育専攻)の学生と共に、

それらの作品の共通点を調べたところ、下記【ケース1】の共通点が発見できました（但し、顕在事例の検証に付き、他のケースも考えられます）。

4つの頂点をA B C Dの各駅とします。

【ケース1】「始発A駅から出発し、本線から途中で分岐したローカル線でB駅までを目指します。本線の方はC駅に途中停車し終着のD駅に到着する」Y字形では3色分割の画面が出現します（図-13-(1)）。頂点や稜線上に分岐点を置くことも【ケース1】のヴァリエーションです。

【ケース2】一方「A駅を出て、B駅その次にC駅に停車し、終着D駅に着く一本線で繋がる」裁断のばあいは2色で塗り分けられる分割となります（図-13-(2)）。



【図-12】受講学生作品

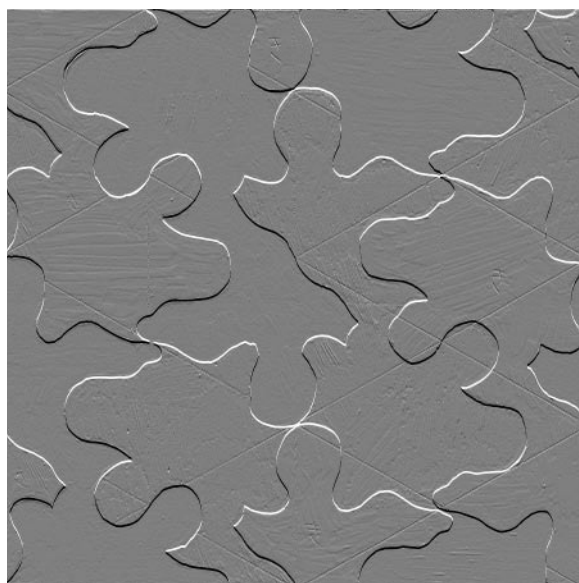
また、両ケースとも切断線が交わってはいけません。展開時に繋がらないで抜け落ちてしまいます。

5. さらなる発展形

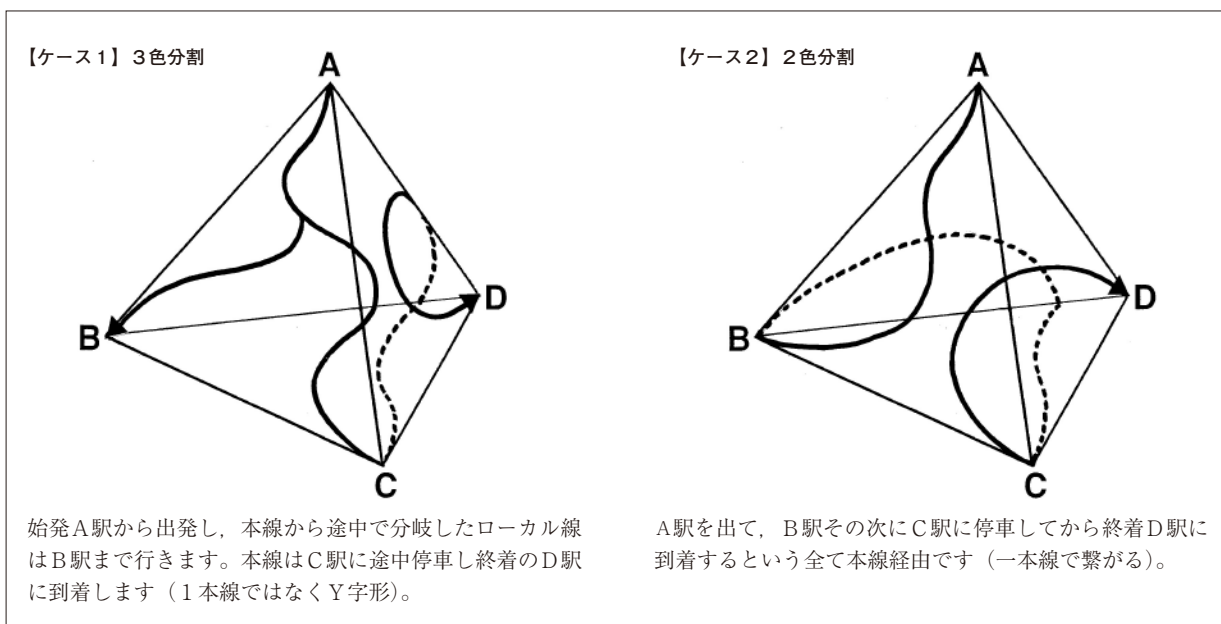
未だ実践展開はしていませんが、考えられる発展形を紹介したいと思います。

① 写真加工ソフトウェアの利用

完成した作品をデジタルカメラで撮影（または環境が許せばA3判が入るスキャナーで読み込み）し、画像データとしてパソコンに取り込みます。データは写真加工ソフトを利用することで、いとも簡単に作品の変容が可能です。



【図-14】図-11からの変容（エンボス仕上げ化）



【図-13】(1)3色分割と、(2)2色分割の正四面体の立体裁断例

例えば、写真加工ソフトの一つ「Photoshop」を用いますと、各種メニューを操作するだけで、新たな別の作品が誕生します。

ここでは受講学生の許諾を得て、作品に変容をかけたものを披露します(図-14)。この紹介事例に用いた変容はテクスチュアとしての「エンボス」仕上げモードです。その他、グリッドの変容としての「球面」化や、何と「色の置き換え」も可能です。表現の可能性が広がります。

②「四色問題」

次に、作画こそ簡単にできますが仕上げは極めて高度な造形について述べます。

複数の基本要素を持つ複雑な平面充填を制作するには、1つのテンプレートを更に分割することで容易に作れます。3分割して3つのテンプレートを用いても、当然、平面を埋め尽くすことができますが、一方で配色計画は超難関となります。

これに「塗り分けるには何色あれば充分か？ ただし、隣り合う領域は別の色でなければならない」条件をかぶせると、これは簡単そうでいて極めて高度な世界へと飛び込みます。正解は4色ですが、多くは途中で塗り進められなくなります。

これは、昔から地図を作る人たちの間では、隣り合う領域を区分するには「4色で充分」と経験則で語られていたものの、長らく数学的に証明するのが難しかった「四色問題」という有名な問題です(註-5)。

6. おわりに

当テーマを実践した中、指導者が想定する以上に様々なアクシデントが続出しました。本稿の記載内容だけでは不明な点が多いと思います。ご質問やご意見等がございましたら下記メールアドレスまで連絡を寄せていただければ幸いです。

tomiyama@aecc.aichi-edu.ac.jp

謝 辞

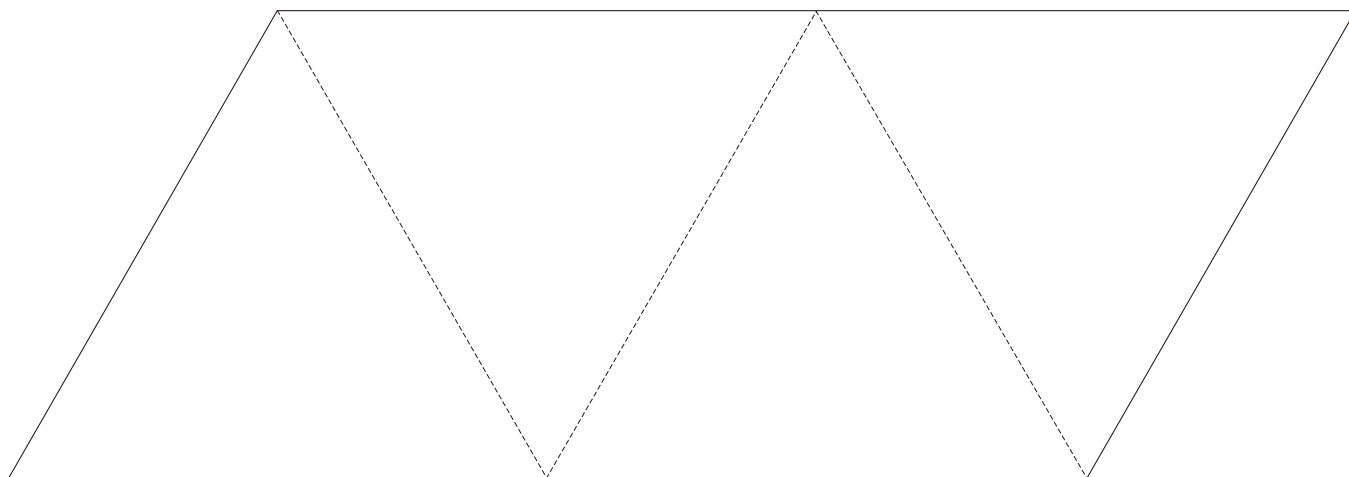
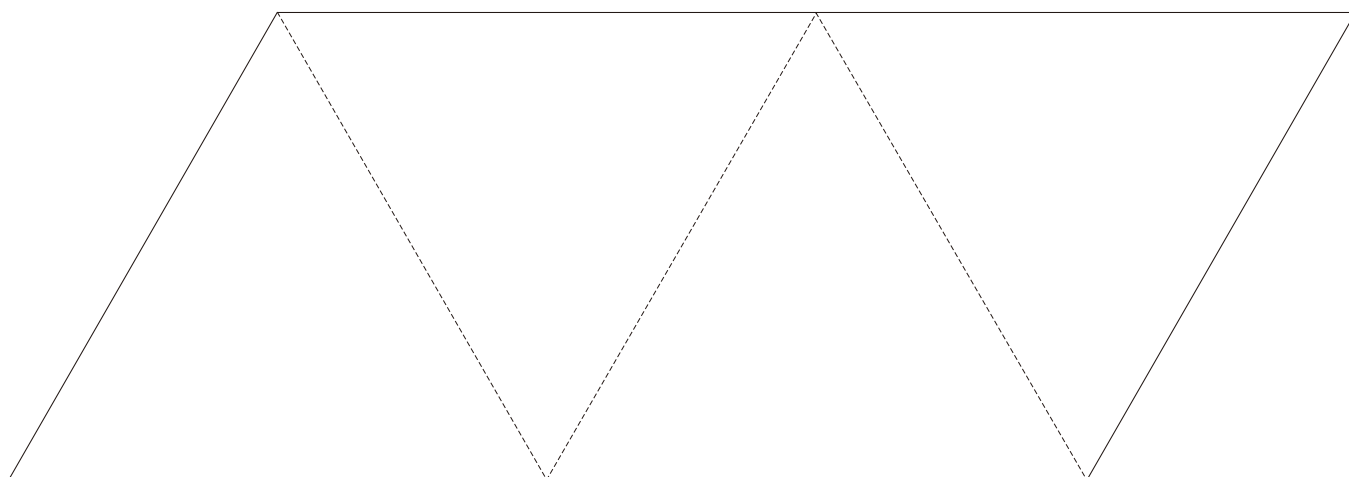
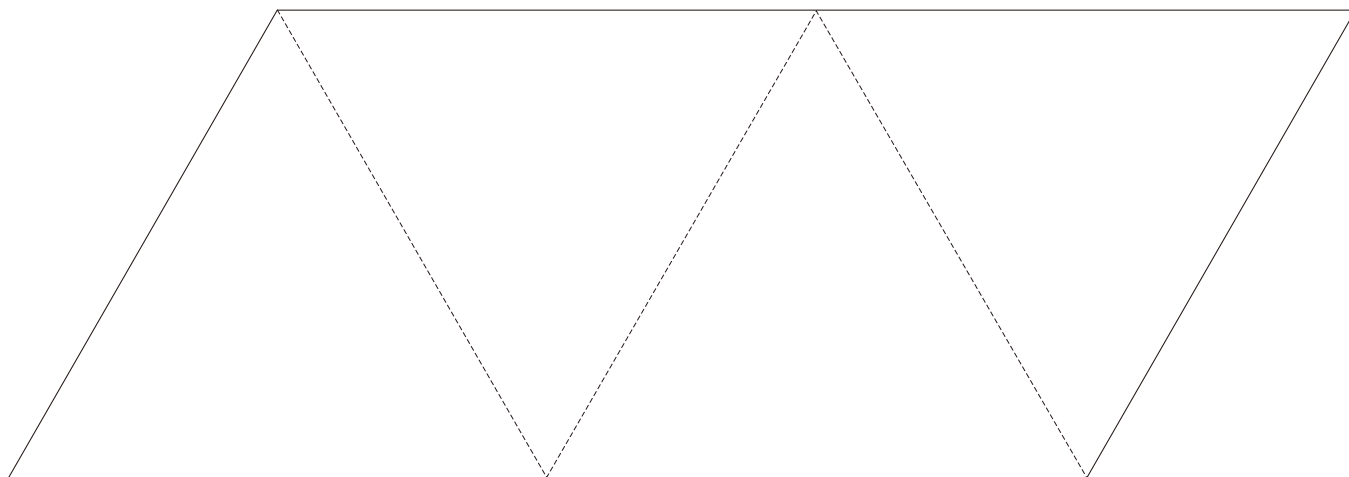
本稿で紹介した造形プロセスの検証に当たって、本学大学院(芸術教育専攻)学生(井上雅夫、北川美鶴、武村和紀、中野真里、吉田泰基、竹田沙矢香)の協力を深謝いたします。

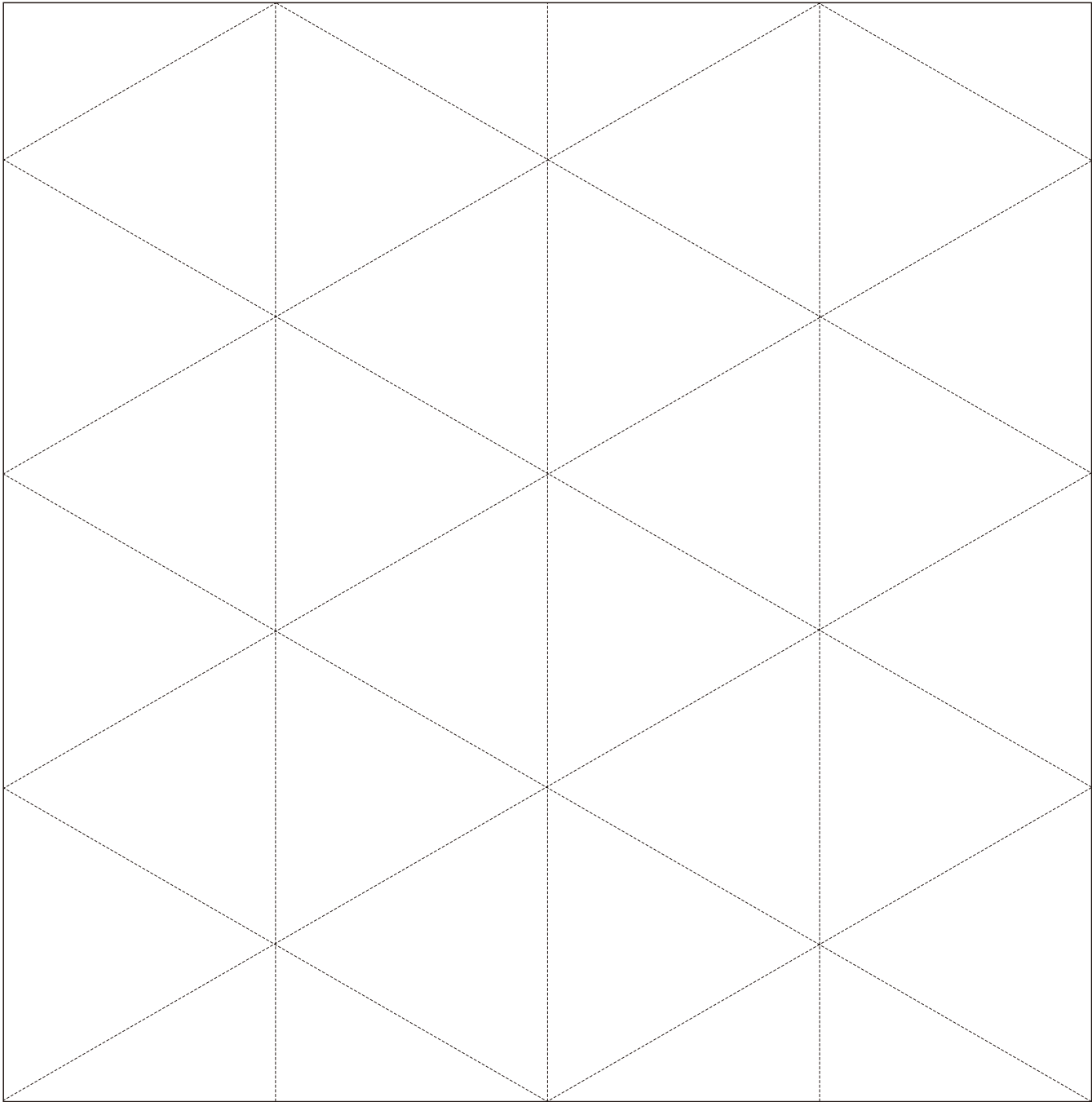
また、本稿に作品を提供してくれた学部学生(三輪綾香、壺井杏里、山本真知子)の方々、ありがとうございます。

資料・出典

- 図-1) NHK教育テレビ『高校講座・数学基礎』(秋山 仁「芸術と数学」2007. 8. 23放送)。例年、定例の單元にもなっているようです。概要はWeb(「高校講座<数学基礎>芸術と数学」で検索可)で見ることができます。
- 図-2) 「平面の正則分割Ⅳ」1958年作。『無限を求めて——エッシャー、自作を語る』(M・C・エッシャー、坂根巖夫/訳、朝日新聞社、1994年) p.163より。当該書籍の内容紹介は、筆者の下記[読書ブログ: No.134 / 2009. 10. 23]に掲載。
<http://blog.tomiyama-stationery.com>
- 図-3) 『迷宮への招待エッシャー展』(松坂屋百貨店、2009. 4. 29~5. 19) チラシより。
- 図-4) 下記URLの「教材開発」からダウンロード可能。
<http://www.tomiyama-stationery.com>
本稿末尾に原寸(A 4判)を添付。
- 註-1) エッシャーの作品紹介として用いたDVDは下記です。『M.C.Escher CONTRAST』(榊キョドセンター、2006年) <http://www.cadcenter.co.jp>
- 註-2) 数学選修・専攻では開設科目の中で「しきつめ君ランド」という単元で、本稿のテーマと同じ平面正則分割の授業があったことを受講学生から聞きました。講師は青山和裕氏(本学・教員)で、その概要はweb(「しきつめ君ランド」で検索可)で見ることができます。
- 註-3) エッシャーの自著(前掲書)の随所で語られています。またエッシャーは日本紋様も文献で研究していたようです(前掲書pp.146-151)。
- 註-4) 本稿末尾に縮小(A 3→A 4判)で添付。ダウンロードのURLは上記[図-4]に同じ。
- 註-5) 四色問題については「『4色で塗り分ける妙味』にはまって」(朝日新聞、2008. 8. 26付)が分かりやすく解説しています。
歴史や解説の読み物としては『四色問題』(ロビン・ウィルソン、茂木健一郎/訳、新潮社、2004年)があります。
- 附 記) 本稿の執筆に当たって、エッシャーの遺したスケッチやメモの様子について下記の雑誌記事から多くの示唆を得ました。
「グラフィックデザイナーとしてのエッシャー」『Design』(月刊ウィンドウズディベロッパーマガジン 2006年12月号増刊、翔泳社) pp.68-85。

定規を当てて実線(—)をカッターナイフで丁寧に切り取ってください。
点線(-----)に沿って丁寧に折り、正四面体を作ってください。ボールペンで点線を筆耕して谷折りすると上手くいきます。
隙間は、稜線も角も万遍なくセロハンテープで留めてください。





- ❶ 当台紙の点線部に、展開図(テンプレート)の折り線を合せてトレースする。
- ❷ テンプレートには隙間や切断ムラがあるので、キチンと当台紙の三角形に合せつつ微調整しながらトレースする。
- ❸ 枠外までトレースしないと、後の配色計画で行き詰まったりミスしたりします。