愛知教育大学教育実践総合センター紀要
第10号, pp. 61～ 67 (February, 2007)

知識の構成から見た加法の概念と技能の発達

多 鹿 秀 継 (愛知教育大学 学校教育講座 (心理学))

(2006年10月26日受理)

The Development of Addition Concepts and Skills from a Viewpoint of Knowledge Construction

Hidetsugu TAJIKA (Department of Psychology, Aichi University of Education)

要約 本論文の目的は，知識の構成の視点から「加法の概念と技能の発達」に関連する内容を概観し，幼児期から児童期にかけて加法の概念と技能が発達する道筋を明確にするものである。まず，加法の概念と技能の発達に関して，加法の宣言的知識と手続き的知識の統合に加え，メタ認知的知識の利用も関連することを示した。また，加法の概念と技能の発達的関連について，幼児の加法の方略の分析から，加法の宣言的知識と手続き的知識は相互に関連をもって発達するようである。最後に，知識の構成から見た加法の概念と技能の発達には，加法の宣言的知識と手続き的知識の適切な統合に加え，メタ認知的知識の活性化が必要であることを指摘した。

Keywords：加法の宣言的知識（概念）と手続き的知識（技能）の発達，メタ認知的知識，知識の構成

1 はじめに

本論文の目的は，知識の構成の視点から「加法の概念と技能の発達」に関連する内容を概観し，幼児期から児童期にかけて加法の概念と技能が発達する道筋を明確にするものである。知識の構成の観点から加法の概念と技能の発達する道筋を明確にすることにより，今後の算数問題解決の学習指導をどのように改善するかに関して，少なからず科学的な見通しをもった方策を提示することが可能になると考える。

数概念，計数，あるいは数唱の発達など，数理解の発達に関する研究は，これまで乳幼児期の研究を中心として，目覚しい進展が示されている (Geary, 2006)。様々な研究者が，乳児期から幼児期にかけての子どもの数理解の有能さを，工夫を凝らした研究方法を開発・駆使することによって明確にしてきた。ところが，数理解に関して，一方では，そのように有能な就学前の子どもたちが小学校に入学して算数の授業に取り組むと，就学前期の有能さが計算の概念や技能の理解・獲得にスムーズにつながらず，更に小学校で小数や分数の概念が導入されるや，ますます算数のできない子どもが増えていくという現実が報告されている（例えば，De Corte & Verschaffel, 2006)。

本論文では，加法の概念と技能の発達を概観する過程で，知識の構成の観点から，加法を中心とする算数概念の理解には，加法に関する概念的知識と手続き的知識を統合しなければならないことを述べる。また，2つのタイプの知識の統合を促進するには，おそらく上記の2つのタイプの知識と異なる知識であるメタ認知的知識を必要とすること，並びにそれらの知識を適切に統合して，多様な加法問題に対応できる柔軟で適応的な知識の構成が必要であることを指摘する。

＜適応的＞という概念は，波多野・稲垣 (1983) が提唱した「適応的な熟達化」で使用される「適応的」と同一の概念であり，様々な条件や制約の変化に効果的に対処し，十分に柔軟な知識をもつに至ることを意味する。子どもが加法理解に関して適応的な熟達児になるには，就学前までの数に関する子どもの認知発達の筋道を理解することに加えて，知識の適応的な構成に関わるメタ認知的知識も必要とするであろう。

ここでは，まず加法の概念と技能の発達を概観し，加法の発達の基礎となる幼児の数概念の表象を粗描する。次いで，知識の構成から見た加法の概念と技能の発達を吟味しよう。なお，本論文における加法は，主に1けたの加法とする。

2 加法の概念と技能の発達

2－1 加法の概念と技能に関する知識

子どもは，様々な知識を使って加法問題を解く。加法問題を解く過程の基礎となる知識は，加法問題を表象するシンボルのシステムについての知識であり，また数によって表象される集合の量を示す基数性や数の間の順序を示す序数性の概念についての知識である。

加法は，小学校の算数の四則計算の基本となる概念であり技能でもある。加法理解に必要なことは，数を適切に表象することであり，また加法の様々なルールを獲得することである。この加法のルールを獲得することとは，加法の概念と技能と呼ばれる知識を獲得することであり，加法を構成する異なったタイプの知識を獲得することを意味する。

Ryle (1949) は，知識を宣言的知識と手続き的知識の2つのタイプの知識に分類する。Ryle (1949) の知識の分類に従えば，宣言的知識とは，ある領域を支配する原理やある領域の知識相互の関係の理解，あるいは概念的知識であり，出来事や事実，あるいは

概念に関する知識である。また，手続き的知識とは，問題解決のための行為の実行能力であり，技能や問題の解き方等の暗黙知と関連の深い知識である。それ故，加法の概念の獲得とは，加法の宣言的知識を獲得することを意味し，加法の技能の獲得とは，加法の手続き的知識を獲得すること意味するといえる。

なお，ここでは Ryle (1949) に見られるような知識の一般的な区分に従って，概念的知識を宣言的知識と捉え，両者を区別しないでおこう。算数教育では，宣言的知識と概念的知識を区別する場合もある（Byrnes, 2001)。即ち，ある領域に関する事実の知識を宣言的知識とし，概念的知識は数学的事実や手続きの意味といった知識を指しているようである。本論文では，このような宣言的知識と概念的知識の区分が意味をなさない。ここでは，両者をまとめて宣言的知識と呼ぶ。

知識を宣言的知識と手続き的知識の２つのタイプに区分するとき，四則計算の１つとしての加法に必要とされる知識の獲得を吟味するとき，「○＋△＝□」のタイプの加法は，演算技能としての手続き的知識の獲得のみでよいように考えられるであろう。

しかしながら，加法の理解は，手続き的知識のみでは成立しないことは自明である。整数の加法の理解を取り上げた場合，加法の交換の法則や合成・分解のような，計算の決まりとしての宣言的知識の獲得を必要とする。加法の交換の法則とは，加法の順序は無関係であり合計は変わらないことである。このことから，加法の交換の法則は，加法の過程で利用される概念的知識であるといえる。また，同じく加法の過程で，加数や被加数の分解・合成（例えば，「８＋３＝（８＋２）＋１」や「８＋３＝１＋（７＋３)」）の概念も，加法問題を解決する場合に，これらの概念を適切に適用すべき場面に出くわすであろう。それ故，加法の知識の発達は，加法の技能の発達だけでなく，加法の概念の発達も必要とされる。加法の発達は，このように宣言的知識（概念的知識）と手続き的知識（技能の知識）の発達を基礎にして進むと思われる。

ところで，加法に必要な知識として宣言的知識と手続き的知識を取り上げたが，本研究では，知識の構成から見た算数概念と技能の発達を吟味する目的から，Ryle (1949) の知識の分類に加えて，メタ認知的知識を知識の１つとして追加しよう。

メタ認知的知識とは，Flavell (1979) のメタ認知の分類からいえば，通常はメタ認知の１つと考えられ，認知についての認知に関する知識を意味する。認知についての認知とは，記憶したり問題解決をおこなったりする認知の現象をモニターしたりコントロールする自己内対話である。メタ認知的知識とは，それ故，「私は運動は苦手だが，絵を描くのは好きだ」，「この問題よりあの問題のほうが易しい」，あるいは「この憶え方よりあの憶え方の方が忘れない」といったことに関する知識に言及する。

認知のレベルで扱われる上記の宣言的知識・手続き的知識と，メタ認知のレベルで扱うメタ認知的知識とがどのように関連するかは明確ではない。しかしながら，メタ認知的知識は，知識の構成に関わって，算数概念や技能の獲得に密接に関連する。即ち，算数概念の理解や問題の解き方に関して，「本当に分かったのか」「これでよいのか」あるいは「もっと別の解き方があるのでは」といった課題や方略に関する知識を動員して，問題の理解や解決方法を吟味することが多い。このように発動された知識は，加法の既有の知識の組み換えを目指したり活性化を図るものであり，メタ認知的知識を活用した知識といえる。このことは，知識の構成から加法の概念と技能の発達を理解する場合，認知のレベルで扱われる宣言的知識と手続き的知識の発達だけでなく，加法の概念と技能の発達を支えるメタ認知的知識の発達も考慮することが必要である。

２－２　加法の宣言的知識と手続き的知識の発達的関連

それでは，加法の宣言的知識と手続き的知識の発達に関して，どちらの知識の発達が子どもにおいて先行するのであろうか。加法の宣言的知識と手続き的知識の発達的関連について，これまで多くの研究がなされてきている（Baroody, Wilkins, & Tiilikainen, 2003)。これまでの研究から，加法の知識は，①宣言的知識が手続き的知識に先行して発達する，②手続き的知識が宣言的知識に先行して発達する，あるいは③宣言的知識と手続き的知識は相互に関連して発達する，の３種の考え方を支持する結果が得られているようだ。

以下では，１けたの加法の計算である「３＋５＝？」の解決過程を例に挙げることで，加法の概念と技能の発達に関する３つの立場を吟味しよう。

「３＋５＝？」の加法の解決に関して，これまでの諸研究結果をまとめると，就学前の４歳から５歳の多くの子どもは指を１つずつ使って，１から「１，２，・・・６，７，８」と数える計算の仕方をおこなっているようである (Siegler & Jenkins, 1989)。このような計算の仕方を count-all 方略と呼ぶ。また，Groen & Parkman (1972) の命名の仕方に従えば，sum 方略と呼ぶ。

他方，多くの幼稚園児や小学１年生は，最初に３本の指を立て，次に加数の５を加えて，「３，４，５，・・８」と５になるまで指を数えるか（count-on 方略と呼ぶ)，最初に大きいほうの「５」の数の指を５つ立て，加数の３を加える方法（これも count-on 方略と呼ぶ。あるいは，sum 方略に対して，min 方略という。）を使用することが示されている（例えば，Fuson, 1992)。

更に，この年齢の子どもでは，指やブロックのような外的な手段（表象）を使用せずに，記憶から答えを検索する速いスピードで解答することも多い。勿論，一人の子どもは１つの方略に限定されず，様々な方略を

使用して加法の解答を試みる。それ故，たとえ４，５歳児であっても，Siegler & Jenkins (1989) によると，被演算子が５以下の数字であれば，22%の子どもが検索による解答を試みているようである。また，７，８歳児になると，ほとんどすべての子どもは min 方略を発見して使用し，大きな数字から計数を始めるという。

さて，宣言的知識が手続き的知識に先行して発達するとする立場（例えば，Riley, Greeno, & Heller, 1983）は，認知論の色彩の強い立場である。この立場によると，「３＋５＝？」の加法の解決時に，「５」に「３」を加える方略を使用する幼児を認めることができる。このような加法の方略に関して，大きい数字をスタートにして加法を実行する count-on 方略は，加法の交換の法則を理解していなければ適用されることはない。子どもは加法の交換の法則を理解しているが故に，count-on のルールを加法に適用するのである。

手続き的知識が宣言的知識に先行して発達するとする立場は，行動主義心理学的な立場である（例えば，Briars & Siegler, 1984）。ここでは，算数の技能が模倣，練習，あるいは強化による暗記学習によって獲得されるとする。子どもは機械的な暗記に依存した算数の技能学習をおこなうため，技能の獲得は一貫した体系立った構成をなしていない。それ故，様々な課題に獲得した技能を試行錯誤的に適用し，徐々に算数の宣言的知識を獲得していく。count-on 方略も，大人などに教えられることから獲得し，その適用の範囲を拡大していくのである。

宣言的知識と手続き的知識は相互に関連して発達するとする立場では，「３＋５＝？」の加法の概念と技能の知識の発達をどのように捉えるのであろうか。この立場では，算数の宣言的知識と手続き的知識のどちらが先行して発達するのかは結論づけられないとする（例えば，Baroody & Ginsburg, 1986）。

宣言的知識と手続き的知識は相互に関連して発達するとする立場では，宣言的知識は手続き的知識の進展につながり，手続き的知識の適用は宣言的知識の進歩につながるといえる。加法問題として提示された数を１から順番にすべて数える count-all 方略を使う過程で，より高次の方略である count-on 方略の使用に結びつく加法の交換の法則を発見し，かつ加法の交換の法則の理解を促し，count-on 方略を利用できるようになる。宣言的知識と手続き的知識の発達に関して，相互の関連を明確にするのはやや困難である。しかしながら，現在のところ，宣言的知識と手続き的知識は相互に関連して発達するとする立場は，多くの研究結果から最も説得力のある説明であるといえる。

Baroody & Gannon (1984) は，幼稚園児が交換の法則を理解しているか，及び min 方略（大きい数から加法を実行する count-on 方略）を使用するかを，「２＋４」と「４＋２」，あるいは「４＋５」と「１＋５」を提示して，２つの問題が同じか否かを判断させた。ついで，「６＋４」を解答させ，「４＋６」が同じ答えになるかどうかを計算させずに答えさせた。子どもは，これらの課題をうまくやった。

また，Baroody & Gannon (1984) は，「２＋６」のように，被加数に小さい数をもってきて min 方略の知識を測定したところ，交換の法則を理解している子どもはそうでない子どもに比べて，自分の解決方法で min 方略を有意に使用した（交換の法則を理解している子どもの場合は43%で，交換の法則を理解していない子どもは24%）。また，宣言的知識と手続き的知識の正の相関を示した。

Baroody & Gannon (1984) の様々な結果から，min 方略を使用する前に，すでに子どもは交換の法則を理解しており，また，min 方略を使用しなかった子どもでも，半数の子どもは交換の法則の理解に関する課題をうまくやっていることが示された。

更に，Siegler & Crowley (1994) の研究（実験１）では，min 方略を使用しない５歳児に，min 方略，sum 方略，及び正しくない方略を示し，「非常にうまいやり方」「うまいやり方」「うまくないやり方」の３段階でそれらの方略を評価させた。数日後，子どもに加法の問題を解かせ，どんな方略を使ったかを試行ごとに報告させた。その結果，min 方略を使用せずに sum 方略を使用した子どもは，min 方略を「うまいやり方」と評価した。また，正しくない方略よりも min 方略を比較した時，min 方略を使用せずに sum 方略を使用した子どもは min 方略を「うまいやり方」と評価した。更に，min 方略を使った子どもも，上記の子どもと同様の評価を下し，min 方略を「うまいやり方」と評価した。

このようなことから，多くの５歳児は，加法の各数を表象して min 方略を使用する前に，加法の基礎にある概念（例えば，加数の順序の無関連性）を理解し，この理解が更に min 方略の使用を促し，結果として，宣言的知識と手続き的知識が相互に関連をもって発達するといえるであろう。

ところで，就学前の子どもは，体系的な教授を受けることなく，驚くほどの算数・数学的な能力を持っていることはよく知られている（例えば，Fuson, 1988; Wynn, 1992, 1998）。しかしながら，小学校に入学して算数を体系的に学習すると，算数の概念と技能の学習が困難となり，算数の嫌いな子どもが増加してくるようである。算数の概念と技能の発達におけるこのようなずれが生じる背景を理解するには，算数の概念と技能の発達の捉え方を理解する必要があり，また算数の概念や技能の獲得が生まれつき獲得されたものであるか，あるいは経験を通して獲得されたものかの違いをも考慮することが必要である（Rittle-Johnson & Siegler, 1998）。

Rittle-Johnson & Siegler (1998) によれば，算数の概念や技能の獲得は，生まれつき備わったものであると捉える特権領域仮説 (privileged domains hypothesis) (Geary, 1995) と，算数の概念や技能は数との出会いの頻度が高いほど獲得され易いとする頻度仮説 (frequency of exposure hypothesis) (Baroody & Gannon, 1984) に区分できるという。

特権領域仮説 (Geary, 1995) によれば，容易に学習できる認知的制約が，数の領域に関して進化的に備わっているとする。認知的制約とは，ここで述べる数の領域に関する可能な解釈や仮説を排除するルールであり，宣言的知識と考えられる。それ故，特権領域仮説に基づけば，宣言的知識が手続き的知識に先行して発達し，手続き的知識の獲得をガイドすると考える。

他方，算数の概念や技能は数との出会いの頻度が高いほど獲得され易いとする頻度仮説 (Baroody & Gannon, 1984) によれば，観察や模倣をおこなう機会が多くなることにより，数能力が高くなるという。それ故，計数の手続き的技能の獲得が，その基礎の原理である概念的理解に先立って発達するといえる。

このような数の概念と技能の獲得が生得的か後天的かに関する捉え方の違いは，加法の知識の発達と密接に関連する。

3　幼児の数概念の表象

Gelman & Gallistel (1978) によれば，日常生活での数概念の獲得が，小学校入学後の子どもの算数の理解能力にまで影響するという（同様の指摘は，Starkey & Gelman (1982) 及び Wynn (1992) による)。

加法の表象の基礎となる乳幼児期の数概念の理解に関する研究は大変進んでいる。例えば，Gelman & Gallistel (1978) は，２歳半くらいから数を数えるという操作に関する５つの基本原理を獲得するという。それらは，１対１対応，安定した順序，基数性，抽象性，順序無関係である。例えば，順序無関係（どの数字から数えても同じ）では，正しい計数と標識づけは，３歳児で31%，４歳児で69%，５歳児で94%ができるようになり，これは，宣言的知識と手続き的知識の両知識の獲得といえる。

このような数概念の理解（数え方の理解といえる）は，だいたい４，５歳頃には完成することが知られている (Case, 1998)。Case (1998) によると，４歳頃までには数え方のスキーマ（手続き的知識に関わる数概念）と 量の比較に関するスキーマ（集合の大きさの比較に見られる宣言的知識）の獲得が見られる。６歳頃までには中心的概念構造 (central conceptual structure) を使って別々に発達した数え方のスキーマと量の比較に関するスキーマを統合し，数の表象がより高次に発達すると考える。

ところで，乳幼児期の数概念の表象の理解に関しては，小さな数と大きな数は同じ表象の構成の仕方によって理解されているか否かの問題が議論されている。

これまでの研究から，Wynn (1995, 1998) は，小さな数と大きな数はともに単一の表象として形成されると捉えている。数概念を単一の表象として捉える立場では，乳幼児は数を数の大きさに比例した単一の量の変化として考える。そのため，小さな数を除いて，数を正確には表象していないといえる。

他方，Spelke (2000) は，乳幼児が大小の各タイプの数の大きさに対応した別々の表象を形成するという。Spelke (2000) によると，乳幼児は，大きな数と小さな数の各タイプの数に対応した別々の表象を構成しているという。即ち，２つの表象システムとは，１つは大きな数を表象する見積もりシステムであり，他は小さい数を正確に符号化する対象追跡の数システムであるという。数概念の表象の構成の問題は決着を見るものではない。

ここでは，Wynn (1990) の研究を見よう。Wynn (1990) は，基数性の理解に関する実験において，２歳半から４歳の幼児を対象に，２種類の課題を工夫した。基数性とは，あるものの集合を数えたとき，そのものの最後の数がそのものの集合の大きさを示すという原理である。

１つの課題は，「give-a-number」課題と呼ばれる課題であり，ある人形さんに大きな数（例えば６個）のおもちゃをやるように教示する。彼（女）が数を間違わずにおもちゃを与えるとき，その幼児は基数性を理解していると考えた。もし幼児が，計数によって最後の数が数の大きさを決定することを知っているとすれば，正しい数のおもちを与えるときに数えるはずである。他の課題は「how many」課題と呼ばれる課題であり，幼児が数え終わったら「いくつ」をたずねるものである。幼児が最後の数を答えれば，彼（女）は基数性を理解しているとした。

実験の結果，「how many」課題に関しては，３歳半以下の幼児でも，大きな数に対して19%が正しくできた。「give-a-number」課題では，結果は課題のできた幼児とできない幼児で２分された。即ち，平均が３歳半以上の幼児では，大人と同様に，数を数えて正しい数のおもちゃを与える計数方略を使って課題をうまくやった。他方，３歳半以下の幼児では，単に多くのおもちゃをつかむだけであった。幼児は，与える数が大きいときには（６までの数），１つ１つ数えることによって基数と一致した数を作るようなことはしなかった。但し，数が小さいとき（３以下の数）は，幼児は正確に数えることができた。「give-a-number」課題では，幼児は，１つずつ数えた値が記憶した数の値と一致する集合になるまで，１つずつものの集合を

作らなければならない。3歳半以下の幼児たちは，基数性という計数がものの集合の数を決定することをまだ正しく理解していないといえるだろう。

このような結果は，小さな数と大きな数はともに単一の表象を形成しており，幼児は数に比例するただ1つの大きさとして数を表象しているといえる。

4　知識の構成から見た加法の概念と技能の発達

知識は，通常，学習者の内的表象を伴って貯蔵される。知識の内的表象とは，学習者の脳内において，個々の知識がどのような形式で表現されて貯蔵されているかを示すものである。宣言的知識は，「ＳはＰである」という言語命題による表象として貯蔵されるだけでなく，視覚，聴覚，嗅覚，味覚，触覚，運動，空間といったイメージあるいはアナロジーによる表象として貯蔵される。例えば，「イヌ」という知識は，「イヌは四足動物の仲間である」といった命題による表象だけでなく，「ワンワンと鳴くイヌのイメージ」や「ペットのかわいいイメージ」としてイヌに関する知識は貯蔵される。上述したGelman & Gallistel (1978) の抽象性（どのようなものでも数えられる）や順序無関係の原理は，数えるという手続き的な知識に加えて，宣言的知識である順序や数える対象に関わらず数とは何かの定義に関する知識を理解していなければならない。

他方，手続き的知識の表象は，通常コンピュータに模したプロダクションシステムによる表象として理解される。プロダクションシステムは，「if（もし）・・・（ならば)）」「then・・・（しなさい)」の形式を取って，条件ー行為の一連の連鎖を意味する表象からなる。上述したGelman & Gallistel (1978) の1対1対応の原理は，数概念の理解に関する基本的な原理であり，1つのものに1つの数詞を割り当てる手続き的知識を用いればよい。

高学年の多くの児童では，加法課題が与えられたとき，それが1桁の加法であるなら，通常は検索により自動的に答えを取り出すだろう。即ち，「自動的に」解答を取り出す作業は，長期記憶に貯蔵された解答を自動的な活性化に基づいて検索するということにほかならない。このことは，子どもが自分のメンタルモデルを使って，加法問題に解答したといえる。ここで言及するメンタルモデルとは，子どもがこれまでに獲得してきた数の様々な知識を統合し構成した知識の構造である。

このようなメンタルモデルを足場にして，新しい知識を柔軟に統合する知識構成を，波多野・稲垣 (1983) は適応的熟達者 (adaptive expert) という概念を使って説明する。即ち，適応的熟達者とは，外部の課題要求に柔軟に対応し，併せて概念的知識と手続き的知識の統合を図ることのできるヒトを意味する。これに対して，手際のよい熟達者 (routine expert) では，比較的定型化した方法で対応し，手続き的知識の習熟に優れているヒトだという。このように見ると，知識の構成は，波多野・稲垣 (1983) のいう適応的熟達化の概念と一致する概念といえるだろう。

ところで，知識を構成することによって算数問題解決が促進されることは，算数文章題解決で明確にされている（多鹿，1996; Tajika, Nakatsu, & Nozaki, 2006)。算数文章題の解決で使用する知識は，算数文章題の理解過程と解決過程で異なる。算数文章題の理解過程では，「1リットルが10デシリットル」であったり，「太郎君と次郎君は二人で12個のあめをもっています」と表現された意味内容が理解できるという，宣言的知識を必要とする。他方，文章題の解決過程では，理解過程において構成されたメンタルモデルに基づいて，解決のための立式を構成しなければならない。この場合に，式を作るための方略的知識として，宣言的知識を必要とする。また，メンタルモデルに適合した式であるかどうかを吟味するために，メタ認知的知識も使用するかもしれない。構成された式に基づいて，演算を実行するのが最後の課題である。演算の実行では，高学年の子どもにとっては，四則計算の手続き的知識が使用される。知識の構成は，文章題の理解と解決において使用する知識の構成であり，問題解決に適したメンタルモデルの構成といえる。適応的なメンタルモデルを構成することにより，子どもは算数文章題を正しく解決することが可能となる。

このような算数文章題解決の過程で使用される適応的な知識の構成に対して，算数問題解決の基礎をなす加法で使用される知識の構成はどのようなものであろうか。上述したように，加法は四則計算の演算の1つとして位置づけられるが，そこで使用される知識は多種にわたる。例えば，Cowan (2003) は，加法が適切にできるには，計算技能の知識である手続き的知識の理解に加えて，宣言的知識を必要とすると指摘する。「a + b = b + a」のような交換の法則の理解は，加法の原理を理解するとき，加法の方略の理解と使用にとって重要なものである。本論文では，加法の知識として，計算技能としての手続き的知識だけでなく，交換の法則に見られるルールの知識である宣言的知識やメタ認知的知識も必要とされることはこれまでに指摘した通りである。

加法に関する様々な条件や制約の変化に効果的に対処し，十分に柔軟で活用の可能な適応的な知識を構成するには，加法の計算技能に関する知識と，1つ1つの加法のルールや概念に関する宣言的知識を統合して構造化することに加えて，「自分は計算間違いを犯しやすいから，じっくりと計算しよう」「交換の法則を適用すれば簡単だ」「計算した後に，もう一度見直そう」といったメタ認知的知識をフルに活用できる体制

によってサポートすることである。メタ認知的知識の発達が，他の２つのタイプの知識の発達に比べて，時間的には遅くなることはよく知られている。適応的な知識の構成は，加法の宣言的知識と手続き的知識の累加と再構造化を繰り返し，更にメタ認知的知識を最大限に活性化することによって，可能であるといえる。

5 引用文献

Baroody, A.J., & Gannon, K.E. The development of the commutativity principle and economical addition strategies. *Cognition and Instruction, 1984*, 1, 321-339.

Baroody, A.J., & Ginsburg, H.P. The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J.Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp.75-112). Hillsdale, NJ: Erlbaum, *1986.*

Baroody, A.J., Wilkins, J.L.M., & Tiilikainen, S.H. The development of children's understanding of additive commutativity: From protoquantitative concept to general concept. In A.J.Baroody & A.Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp.127-160). Mahwah, NJ: Erlbaum, *2003.*

Briars, D., & Siegler, R.S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology, 20*, 607-618.

Byrnes, J.P. *Minds, brains, and learning: The psychological and educational relevance of neuroscientific research.* New York: Guilford Press, *2003.* (高平小百合・奥田次郎（監訳） 脳と心と教育　玉川大学出版会, 2006.)

Case, R. The development of conceptual structures. In W.Damon (Editor-in-Chief) & D.Kuhn & R.Siegler (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 2. Cognition, perception, and language* (5th ed., pp.745-800). New York: Wiley, *1998.*

Cowan, R. Does it all add up?: Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies, and principles. In A.J.Baroody & A.Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp.35-74). Mahwah, NJ: Erlbaum, *2003.*

De Corte, E., & Verschaffel, L. Mathematical thinking and learning. In W.Damon & R.M.Lerner (Editors-in-Chief) & K.A.Renninger & I.E.Sigel (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 4. Child psychology in practice* (6th ed., pp.103-152). New York: Wiley, *2006.*

Flavell, J.H. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist, 1979, 34*, 906-911. （木下芳子（訳） メタ認知と認知的モニタリング．波多野誼余夫（監訳） 現代児童心理学　３子どもの知的発達 (pp.43-59). 金子書房, *1981.*)

Fuson, K.C. *The child's counting and concepts of number.* New York: Springer-Verlag, *1988.*

Fuson, K.C. Research on whole number addition and subtraction. In D.Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.243-275). New York: Mcmillan, *1992.*

Geary, D.C. Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. *American Psychologist, 1995, 50*, 24-37.

Geary, D.C. Development of mathematical understanding. In W.Damon & R.M.Lerner (Editors-in-Chief) & D.Kuhn & R.Siegler (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 2. Cognition, perception, and language* (6th ed., pp.777-810). New York: Wiley, *2006.*

Gelman, R., & Gallistel, C.R. *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press, *1978.* （小林芳郎・中島実（訳） 数の発達心理学　田研出版, *1989.*)

Groen, J.G., & Parkman, L.M. A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review, 1972, 79*, 329-343.

波多野誼余夫・稲垣佳世子　文化と認知ー知識の伝達と構成をめぐって　八木冕（監）・坂元昴（編）　現代基礎心理学７思考・知能・言語 (pp.191-210). 東京大学出版会, *1983.*

Riley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P.Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.153-196). New York: Academic Press, *1983.*

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R.S. The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C.Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp.75-110). Hove, UK: Psychology Press, *1998.*

Ryle, G. The concept of mind. London: Hutchinson, *1949.* （坂本百大・宮下治子・服部裕幸（訳）　心の概念　みすず書房, *1987.*)

Siegler, R.S., & Crowley, K. Constraints on learning in nonpriviledged domain. *Cognitive Psychology, 1994, 27*, 194-226.

Siegler, R.S., & Jenkins, E. *How children discover new strategies.* Hillsdale, NJ: Erlbaum, *1989.*

Spelke, E.S. Core knowledge. *American Psychologist, 2000,* 55, 1233-1243.

Starkey, P., & Gelman, R. The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T.P.Carpenter, J.M.Moser, & T.A.Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp.99-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum, *1982.*

多鹿秀継 算数問題解決過程の認知心理学的研究 風間書房, *1996.*

Tajika, H., Nakatsu, N., & Nozaki, H. The effect of self-explanation on solving mathematical word problems. *Bulletin of the Curriculum and Research Development Center at the Aichi University of Education, 2006, 9,* 9-16.

Wynn, K. Children's understanding of counting. *Cognition, 1990,* 36, 155-193.

Wynn, K. Addition and subtraction by human infants. *Nature, 1992,* 358, 749-750.

Wynn, K. Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition, 1995,* 1, 35-60.

Wynn, K. Numerical competence in infants. In C.Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp.3-25). Hove, UK: Psychology Press, *1998.*

6 謝辞

本研究は，日本発達心理学会認知発達理論分科会第19回例会（2006 年６月に早稲田大学で開催）で発表した内容の一部をまとめたものである。発表の機会を与えていただいた愛知県立大学加藤義信先生を始め，分科会のメンバーの皆様に謝意を表します。