愛知教育大学教育実践総合センター紀要
創刊号, pp.149～ 153 (March, 1998)

算数科：ヒント包含法による問題提示のあり方の研究

志 水 廣
(数学教室)

A Study of Problem Presentation : a Way of Involving Hint for Problem-Solving on Arithmetic Class

Hiroshi SHIMIZU
(Department of MATHMATECS Education)

1．本研究の目的

本研究の目的は，算数科の授業における問題提示における有効な方法を提案することである。特に，筆者が開発したヒント包含法について言及することにする。

2．問題提示の視点

授業の善し悪しは，導入で決まるといっても過言ではない。導入で子どもがやる気を出さなければ後で挽回しようとしてもなかなか難しい。算数科の場合，導入は問題提示である。問題提示で大切な視点を４つあげよう。

第一に，問題はできるだけ分かりやすいことである。問題の意味がすぐにつかめるということである。

第二に，短時間ですませることである。５分前後にしたい。

第三に，心が動くものでなくてはならない。本当に考えたいという気持ちが生じるようにしたい。その心には４つある。驚き「すごい！」，疑問「おやっ？」，も未知「知らないことだ」，面白さ「おもしろい」，不思ま議「ふしぎだ」の５つである。

この中で私は「未知」という条件が一番大切だと考える。算数の問題は面白いことにこしたことはないのだが，いつもいつも面白いとは限らないのである。例えば，小数のかけ算，加減の筆算などは面白いという場面が作りにくいからである。しかし，「未知」という条件ならどんな問題でもあてはまる。そもそも学習とは，知らないことを知ることである。だから，問題の未知性を自覚させることである。ところが，未知性ばかりだと子どもは難しいと感じてしまって解決への手掛かりが見つけられず，逆にとまどいの原因となる。

そこで，第四の視点である。それは，問題提示の中に既知との接点を見せ，しかもそれが解決のためのヒントとなるように提示することである。

この論文では，第四の視点にスポットをあて，提示の技術の具体例を紹介したい。

3．ヒント包含法の定義

授業は布石の連続である。社会科教育の有田和正氏が好きな言葉である。私もそう思う。問題提示は，単に問題だけを説明するのもよいが，できれば工夫して，つぎの授業の場面の布石となるようにしたい。つまり，問題を解決するときのヒントとなるようにしたいさり気なくヒントを出すといったらよいであろう。言い換えると，解決の見通しを内在した問題提示であるこれをヒント包含法と呼ぶことにする。

4．ヒント包含法の実際例

例をあげよう。

例１． 第２学年 １８＋３

普通，１８＋３の問題をいきなり提示して「どのようにすればいいでしょう」と問い掛けて授業をする。

ところが，「３を２と１に分解して（加数分解）１８と２で２０になる」という考え方を表現するのは子どもにとって難しい。というのは，答えがすぐにでてしまう子どももいるし，またやり方そのものが分からない子どももいるからである。

そこで，第１学年の８＋３の復習から入るのである。

T ８＋３は・・・
C １１
T どうやって１１になったのかな。
C 数えました。
C ３を２と１に分解して，８と２で１０，１０と１で１１。

ここで，もし加数分解がでなければ，これを復習すればいい。

それから，「では，１８＋３はどうなるかな」と問い掛けると「簡単だよ。１８と２で２０だから２０と１で２１」と答えることになる。

つまり，できるだけ既知の考え方をヒント包含法で確認しておくと，本時の問題に素直に効いてくる。

例２．第５学年 小数のかけ算 ４００×２．３

教科書の問題は大体つぎのとおりである。

> 問題①　「1m400円のリボンを2m，3m買ったときの代金はそれぞれいくらでしょう。」
> 問題②　「1m400円のリボンを2．3m買いました。代金は何円でしょう。」

教科書によっては問題②だけの提示もあるし，また①と②でワンセットとしている教科書もある。すっきりと短くという原則から言えば②の方がよい。しかし，解決のヒントを含むようにするには①と②の合体型が望ましい。

その理由を述べる。まず，問題①の提示によって，小数のかけ算の意味の拡張がスムーズになる。つまり，2m，3mの場合を考えることによって，400×□と一般化できる。これは，（1mのねだん）×（長さ）＝（代金）という言葉の式にもつながる。

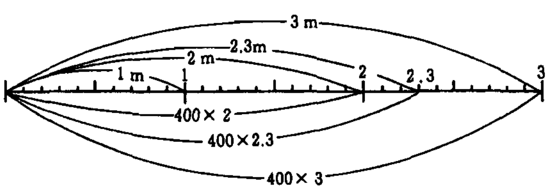
しかも，2mと3mという数値が，2．3mの値段を求めるヒントにもなっているのである。2mの方はヒントになることは自明である。私は3mの方にも注目したい。というのは，0．3mは3mの10分の1だからである。すると，3mの値段が1200円だから，0．3mの値段は，1200÷10＝120円となるからである。

この方法に気づく子どもがいれば素晴らしい。というのは，教科書では，400×2．3＝400×23÷10　という式が登場している。そこで，400×0．3＝400×3÷10　という式と対比させることで上の式がうまく結びつくことになるからである。だから，3mも意義がある。

また，3mの10分の1を気がつかせるためには，数直線と併用すれば効果抜群である。そこで，私の案を示す。お話をしながら問題を提示する。

「1mが400円のリボンがありました。先生の友達のAさんは2m買いました。Bさんは3m買いました。それぞれいくらですか。

先生も買いました。（実際のリボンを見せて，数直線上で0から出発して，1m・・，2m，を越してある地点を示す）」ここで，子どもは「おやっ？2mと3mの間だ」と未知と疑問が発生する。「長さを教えて」という声が生じる。つづけて，「じつは，2．3mでした。先生はいくらはらったでしょう。」と提示する。



こうすれば，小数のかけ算の場面の存在がはっきりする。しかも，数直線によって2mと3mを示しているので，2．3mの長さをどうやって求めたらよいかが分かるのである。

> 例3．第4学年　3を4回つかって数づくり

問題は，下の通りである。

> 3を4つ使って，いろいろな式をつくり，答えが1になるようにしましょう。
> ただし　3÷3＋3－3＝1，
> かず子　3×3÷（3×3）＝1

上の2行だけを見ても何の問題か分からない。ただしとかず子の例が示されているから，問題の意味がつかめる。

導入の改善策1　　実体験と観察法

ただしやかず子の例を示して観察させるという方法がある。そのときでも，私なら全部示さない。3÷3＋3－3＝だけ示し，計算の答えは示さない。すると子どもは計算する。つぎに，3×3÷（3×3）＝を示す。

子どもはどちらも1になることに気づく。そこで，「3□3□3□3＝1，2，3，・・となるように＋，－，×，÷，（　）を入れてみましょう。」と提示したい。

改善策2　解決のための見通しにつながるヒント包含法

上の導入でも，子どもの実態によっては，3を4つ使って式を作ることが困難な場合がある。そのときはつぎのようにするとよい。

「3＋3は」「3－3は」「3×3は」「3÷3は」と質問しながら右のように板書していくのである。

> 3＋3＝6
> 3－3＝0
> 3×3＝9
> 3÷3＝1

それから，改善策1をするとよい。

そうすると，3□3□3□3＝1の□の中の演算を考えるのに，上の板書がヒントとなっている。

つまり，1を作るためには，3－3と3÷3の組み合わせになることに気がつくのである。つぎに，答えが2になるためには，3÷3と3÷3の和になる。答えが3になるためには9と6の差を考えればよい。即ち，3×3と3＋3の差になる。答えが4になるときは（，）を使う必要がある。しかし，答えが5，6，7，8，9になると上の式の和，差になっていることに気がつくだろう。

だから，3と3の二項演算を復習することは単に復習だけにとどまらず，本時の問題である4項演算のヒ

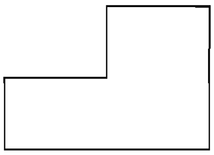
ントになっているのだ。

ここで，普通の問題の提示を考えてみると，３□３□３□３＝１となることを考えようと問い掛けて，難しかったら子どもに，上の二項演算を復習することになる。この方法だと，何を今さら二項演算を考えるのかととてもわざとらしい。ところが，ヒント包含法で導入すると二項演算の発展として本時の問題が提示されるのでとても自然である。だから，良いと考える。

まとめると，問題提示後，問題を考えなさいといっても，考える手掛かりが全くない子どもにはまさにお手上げである。そこに，教師が介在する意義が存在する。ヒント包含法を使って問題提示をしていくことである。そのためには，導入問題と解決のためのヒントとをつながりをつけることを考えるようにするとよいのである。

例４　４年　　Ｌ字型の形の面積

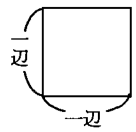
はじめから，右の逆Ｌ字型を提示して「この面積を求めよう」と問題を提示するのもいいが，ヒント包含法だともっと考えやすくなる。

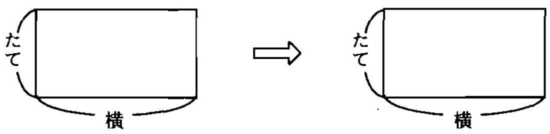


ヒント包含法では，既習事項から復習することである。

長方形を提示して，「この面積の公式は？」と問い，「たて×横」でまとめる。

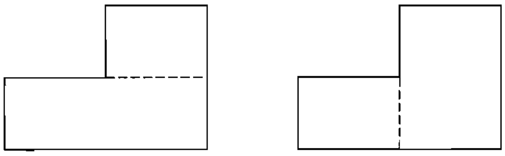
次に，「では，正方形の面積の公式は？」と問うと，「一辺×一辺」と答えてくる。





そして，この瞬間正方形を長方形の上におくのである。それから，本時の問題Ｌ字型の形を提示するのである。

長方形，正方形ともに画用紙がいい。移動できるからである。すると，正方形と長方形が上と下にならんでいると，Ｌ字型の形も二つに分かれることに気がつくのである。また，それでも気がつかないときは，上の正方形を下に動かして長方形にくっつけるようなヒントにすればいい。



左上のように長方形と長方形に分割に気がついたら，「他にも長方形と長方形に分けられないかな」と発問すれば，右上の方法にも気がつく。

例５　３年　　大きな数の大小

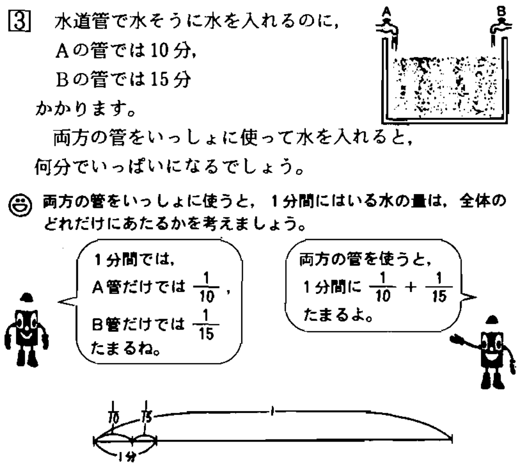
「西小の人数は２３６人，東小学校の人数は２５３人です。どちらが多いでしょう」と発問して，これをくらべる。そこで，２５３人の多いことを確認する。

つぎに，本時の課題，「北球技場の人数２３６００人と南球技場２５３００人ではどちらが多いでしょう」と問う。

すると，大小比べに西小学校と東小学校で比べた方法が活用されてくる。始めの問題が後の問題の解決のためのヒントになっているのである。

例６　６年　　割合を使って

下の縮版に示す割合の問題で考えてみよう。



ヒント包含法を示す前に先ず，解いてみる。そうするとヒント包含法の作り方が分かるからである。

１分間にＡ管だけでは$\frac{1}{10}$，Ｂ管では$\frac{1}{15}$たまるので，両方の管を同時に使うと，$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$たまる。全体が１だから，$1\div\frac{1}{6}=6$，答え６分間でたまることになる。

この問題では，何が難しいかというと，$1\div\frac{1}{6}$の式表示が難しいのである。この部分を取り出してヒント包含法で提示することを考えてみよう。

それには，つぎのようにするとよい。

まず，４年の例２と同様に全く簡単な場合から始め

るのである。

T　C管では３分間でいっぱいになります。１分間ではどれだけ入りますか。

C　$\frac{1}{3}$ です。

T　では，１分間に $\frac{1}{3}$ ずつ入ると何分間でいっぱいになりますか。

C　３分間です。

T　式はどうなりますか。

C　$1 \div \frac{1}{3}$ です。

ここで，もしこの式がでないときは，$\frac{1}{3}$ ずつはいっていくので，包含除の問題だと気づかせてわり算になることを図を見ながら知らせる必要がある。これでも理解が浅いときは，$\frac{1}{4}$ ずつ入れると式はどうなるかを考えさせるとよい。

それから，本時の問題の片側だけを考えてみる。

A管ではいっぱいになるので，$\frac{1}{10}$ ずつ入るので，$1 \div \frac{1}{10}$ で１０分がでることを押さえ，同様に $\frac{1}{15}$ ずつ入る式 $1 \div \frac{1}{15}$ も押さえる。

その後，A管とB管を同時にすればどのようななるかを考えさせるといい。

5．ヒント包含法による実際の授業における検証

ここでは，第４学年の変わり方の授業の記録をもとに，ヒント包含法の有効性を検証することにする。

では，授業の様子を紹介する。筆者が平成６年９月に愛知県足助町の新盛小学校において示範授業をしたものである。そのＶＴＲの記録の再生をもとにここに引用することにする。なお，この授業の全体記録については，文献③を見られたい。

（１）お話から問題へ導く

まず，正方形のカード（１０㎝×１０㎝）１まいを袋から取り出し質問する。

T　これ，何だか分かりますか？

C　四角形，C　正方形，他の子どももうなずいている。

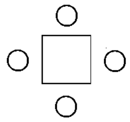
みんなが知っている簡単なかたちを見せて先生のほうに注目させている。

T　そうですね。この正方形を上から見た形とします。

上から見てテーブルと考えます。テーブルと見えますね。

子どもたちはうなずいた。

T　この周りに何人の人がすわれますか？



C　４人です。

T　そうですね。

上のように人と見立てて周りに磁石を４こ貼る。

T　今日は，レストランにテーブルといすを並べる問題です。問題を黒板に書くので目で読んで下さい。

問題

> ４人がけのテーブルがあります。
> これを横にならべていきます。
> テーブルを１０きゃくならべると
> 何人の人がすわれるでしょう。

（２）問題の意味をつかませる

T　パッと考えると何人の人がすわれるか分かりますか？

この発問は，答えの見通しである。私はは単に答えの見通しをしたのではない。子どもがテーブルの並べ方をどのようにイメージしたのかをしりたかったからだ。

C　４０人

予想通りであった。子どもはテーブルをばらばらの状態で考えている。まあ，この方が自然である。本時の問題はテーブルをつなげている。これをまだ説明していないから当然である。

ところが，宇井さんが「けれどさ，（テーブルを）つけるとさ，ちがってくる。」と発言し，また，安藤さんが「つけると（はしは）３人のところ・・」と発言した。これはいい意味での予想外の反応だった。なかなかいい子どもだと直感した。ばらばらかつなげるかは問題理解のポイントだからである。ここで，この発言がつづいていくと問題の考え方にまで突っ込みそうだったので，少しあわてたが，すぐに問題文につなげるように切り換えた。

T　この２人の言っている意味を説明します。このテーブル（正方形の紙）をずうっと横に，このように並べていきます。

T　そうすると４０人かな。

C　ちがうよ。

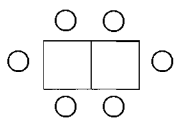
T　プリントに１きゃくの時の図があるね。１きゃくの時何人ですか？

C　４人。

T　４人だね。正方形の周りに人の○印を４つ書いて・・・人数の所に「４人」と書いて下さい。

ここで，きちんと書けたかどうか見回す。

T　２きゃくの時どうなるかな。ちょっと前でやってもらいましょう。宇井さんどうぞ。



宇井さんに上のように磁石を６人置かせて人数を数えさせる。

C　１，２，３，４，５，６です。

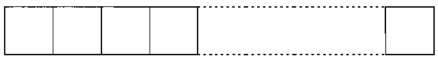
T　みんなも同じかな。はい，いいですね。

T　テーブルが３きゃくだと人数はもう分かるね。書いてごらん。

この時軽く机間指導した。全員子どもが正しい人数を求めていた。このときのつぶやきは「何人ですか？」「いいね，よしよし。」「わあ，この子は人の○をきちんと書いています。」このようにつぶやくと他の子どももつられてするものだ。

T　さて，黒板の問題がこれですね。

下のように１０きゃくのテーブルの図を見せた。



全部を示さないのがこつである。示してしまうと数が見えてしまうからである。

そこで，問題を解くことの指示をした。

T　式でもいいです。絵でも図でもいいです。先生がやめというまで考えていいですよ。

C　絵にかけば簡単だよ。

ここまでが導入である。テーブルの図で１きゃく，２きゃく，３きゃくと考えていくことがヒント包含法になっている。

１０きゃくの人数を考えるにあたって，さしあたりテーブルの絵がかければ問題が解けるという解決の見通しを持たせることができた。

子どもの発言として「絵にかけば簡単」というのがある。まだ一人以外を除いて他の１６人は答えは出ていた。絵だけで解いた。他の子どもは式または絵と式の併用であった。テーブルの絵は立式させるのも役立っている。

たてた式は，下のようである。

式①　１０＋１０＝２０，２０＋２＝２２

②　１０×２＝２０，　２０＋２＝２２

③　８×２＝１６，３×２＝６，１６＋６＝２２

このテーブルの絵だとよく分かる式になっている。

表の指導でもヒント包含法は役にたっている。変わり方の表で数値を記入する場合，テーブルが１きゃくのとき４人，２きゃくのとき６人，３きゃくのとき８人にインプリシットに２ずつ増えいてることを示している。だからこそ，表にかいたときすぐに表を完成することができた。あっという間であった。

テーブルの数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人の数	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

以上のように，この実践例からヒント包含法による問題提示は，第一に解決のための見通しのために，第二に発表の立式の場面で，第三に表の作成の場面で有効であったと言える。

６．研究のまとめと今後の課題

子ども自ら問題に取り組み考えていくためには，解決のための見通しを持たせることを始めとして，その他授業の展開にとって必要な内容を予め問題提示に入れることにより，授業が活性化していく。本研究ではそのようなヒント包含法を提案した。そして，多数の実践例を紹介した。

今後の課題としては，ヒント包含法の導入がどのような教材にむくのか，またヒント包含法を成立させる指導法の基盤は何なのかについて研究していくことである。

ともかく，この論文が算数科の授業において少しでも役立つことを願うものである。

引用・参考文献

① 志水　廣　「子供が考えたくなる問題提示の技術」『算数教育』１９９５年１２月号№477　明治図書

② 志水　廣　「わかる・できる算数授業づくりのコツ」１９９７年８月　明治図書

③ 志水　廣　「続・算数授業づくりのマニュアル」１９９５年９月　明治図書

④ 志水　廣　「算数科／教科書の活用法」１９９８年９月　光文書院

⑤ 「平成８年度用　新訂　算数　６年下」Ｐ６３　啓林館

⑥ 手島勝朗　「算数科楽しい授業の提案」１９８７年７月　明治図書