愛知教育大学教科教育センター研究報告
第15号，PP. 263～268（March, 1991）

# 算数文章題解法に与える文章表現の影響Ⅱ

愛知教育大学　心理学教室　多　鹿　秀　継
渥美郡渥美町立福江中学校　山　本　克　仁

『思考の本質は，（所与の問題の）構造的特徴，構造的要求を直視し，それらを認識し，これらの要求に合致して進展し，それによって規定され，それによって状況を構造的改善への方向に変化せしめるにある。構造的改善への方向とは………ギャップ，紛糾せる領域，混乱，表面的な諸特徴等々が構造的に見渡され，取り扱われること，内部的な構造的関係が，かかる混乱の中に，所与の状況全体のうちに，またその状況の種々なる部分の間に求められること，構造的群化と分業，中心化等の操作が存在すること。』
（Wertheimer，1945 ；矢田部訳,1952）

## 1．目　的

一般に，算数文章題の解法過程は，文章題を理解する過程と理解した問題を解く過程からなる（石田・多鹿，1988 ；Ishida & Tajika，1990；Kintsch & Greeno，1985 ；Mayer，1987 ；多鹿・石田，1989 ）。

これまで，算数文章題の理解過程は様々な方法を用いて明らかにされてきた。それらは，最近の研究を例に取れば，文章題の記憶と理解を吟味することによって理解過程を見たもの（Mayer，1982; 多鹿・石田，1989 ），文章題の一部ないしは全部を生成させることによって理解過程を吟味したもの（ Ishida & Tajika, 1990)，あるいは問題タイプを分類して問題タイプ別の解法結果と学習者のスキーマとの関連をモデル化することによって理解過程を見たもの（ Riley, Greeno, & Heller，1983），など多岐に亘るものであった。これらの理解研究は，所与の問題の構造的特徴を理解することによって問題解決が可能であるとする冒頭に示したWertheimer (1945)の一文（翻訳書の 248 頁。括弧内は筆者が挿入）を実験可能なレベルで検証したものであった。

本研究の目的は，子どもの算数文章題の解法過程に与える文章表現の影響を吟味することによって，子どもの算数文章題の理解過程を明らかにすることである。

昨年度の愛知教育大学教科教育センター研究報告（多鹿・山本，1990 ）において，われわれは小学校１年生から６年生の子どもを使用して，算数文章題の解法過程に与える文章表現の影響を探索的に吟味した。そこでは，研究に使用する文章題の構造，文章題の問題タイプ，あるいは子どもの知識水準，等を考慮に入れずに，問題を作成した。使用した問題は，教科書に記載されている問題（教科書問題，今年度の本報告では問題集を参考にしたために基本問題と呼ぶ）と，教科書の問題を次の基準に従って修正した問題（自作問題）とであった。自作問題を作成するときの基準は，①教科書の文章題と同一の問題構造を有すること，②子どもの日常生活に結びついた内容を含むこと，および③子どもの日常から容易に類推できる内容であること，の３点であった。

上記の基準に従って作成された各学年の自作問題および基本問題を子どもに解かせたところ，低学年よりも高学年の子どもにおいて，基本問題に対する自作問題の正答率の優位が認められた。５年生と６年生では，全６問の全てにおいて，自作問題の方を良く解いた。

これらの結果は，子どもの日常生活に関わる身近な対象を取り扱うことにより，子どもの既有の知識が活性化され易くなったこと，あるいは問題解決に役立つメンタルモデルを容易に作ることができたこと，などによって説明された。子どもの既有の知識が活性化され易くなったとは，子どもの有する算数文章題に関する様々な概念的知識が容易に利用されることであり，メンタルモデルの形成と深く関連する。

さて，De Corte, Verschaffel, & De Win (1985)は，小学校1年生と2年生を被験児として使用し，基本問題の一部の文章表現を変えた自作問題と基本問題を彼らに与えて解かせたところ，自作問題の正解率の方が高いことを見出した。De Corte et al.(1985)は，基本問題の文章を損なうことなく文章題に含まれる意味関係を文章表現上工夫して明確にすることにより，自作問題を作成した。

De Corte et al.(1985)の結果を含めて，様々な先行研究の結果（Cummins, Kintsch, Reusser, & Weimer, 1988; Mayer, Larkin, & Kadane, 1984; Paige & Simon, 1966; Riley et al., 1983）から，文章題の意味構造を理解することが問題を解くために必須の条件であることが示されている。

このような先行研究を参考にして，本研究においても，子どもが文章題の意味構造を容易に理解できるように，基本問題の文章表現を操作した自作問題を構成した。文章題は全て割合の問題で構成した。それらは，基準量を求める比の第3用法の問題であった。

問題文の意味構造を子どもに容易に理解させるためには，様々な方法によって問題文を変更することが考えられる。本研究において使用された基本問題の文章表現を変更するときの基準は，全体場面を与えたことである。即ち，問題文の意味構造に気づかせるために，所与の問題がおかれている場面の全体状況を記述した文を挿入したことである。問題文の他の変更は，全体場面を挿入することによって文章題の文意の整合性に歪みが生じた場合の変更を除いて，一切なされなかった。また，本研究では，算数の成績の良い上位群とそれほど良くない下位群の子どもの比較を行うことも目的の一つとした。問題文の意味構造に気づくことにより，自作問題を解く下位群の子どもは基本問題を解く子どもよりも文章題を良く解くことができるであろう。

## 2. 方　法

(1) 被験児：実験に参加した被験児は，渥美郡田原町立T小学校の6年生児童118名（男子は54名で，女子は64名）であった。118名の被験児の内，61名は自作問題を解き，57名は基本問題を解いた。また，各問題を解いた被験児の中から，先行テストによる算数の成績に基づいて，成績の良い15名を上位群に15名を成績のそれほど良くない下位群に割り当て，各群毎に得られた解答を分析した。

(2) 実験計画：実験は2（文章題の問題タイプ）×2（被験児の算数成績）の2要因配置で実施した。第1の問題タイプ要因は，自作問題と基本問題であった。第2の被験児の算数成績要因は，予め実施された様々な算数のテスト結果に基づいて分類された上位群と下位群の被験児であった。

(3) 文章題：実験に使用した文章題は2つのタイプで構成された。1つは6年生の算数問題集に掲載されている割合に関する文章題から，問題の難易を考慮して選択した問題からなるものであった。これを基本問題と呼ぶ。表1－1に，本実験で使用した6題の基本問題を示す。また，他の問題は所与の問題のおかれている全体場面を文にして，基本問題に挿入した問題からなるものであった。これを自作問題と呼ぶ。表1－2に本研究において使用した6題の自作問題を示す。自作問題を構成するときの基準として，前述したように，文章題の全体場面を与えたことを挙げることができる。即ち，問題文の意味構造に気づかせるために，問題において表現されている全体場面を明示した文を挿入したことである。そのために，自作問題は基本問題に比べて比較的長い文章になっている。

基本問題と自作問題の共に，4ページからなるB5判の冊子に印刷された。

表1－1　基本問題

| 問題番号 | 問　題　文 |
|---|---|
| 1 | 花だんの面積は6㎡で，これは庭全体の1／5にあたります。庭全体は何㎡でしょう。 |

| | |
|---|---|
| 2 | ある品物を，定価の3／10ひいてもらって，3,150円で買いました。定価は何円だったのでしょう。 |
| 3 | あきら君は1,200円で本を買いました。これはあきら君のもっていたお金の2/5にあたるそうです。あきら君は，はじめいくらもらっていましたか。 |
| 4 | よし子さんは，色紙とはさみを買って540円はらいました。はさみのねだんは，色紙の3.5倍だそうです。色紙とはさみは，それぞれ何円だったでしょう。 |
| 5 | ただし君は，はじめにもっていたお金の1／2で本を買い，つぎに240円でノートを買うと，はじめのお金の3／10だけのこりました。ただし君は，はじめにいくらもっていたのでしょう。 |
| 6 | ひさ子さんとけい子さんの2人がいて，ひさ子さんはけい子さんより多くのお金をもっています。けい子さんのお金はひさ子さんの4／5よりは300円少ないですが，1／2よりは150円多いそうです。2人のもっているお金は，それぞれいくらですか。 |

表1－2　自作問題

| 問題番号 | 問題文 |
|---|---|
| 1 | 庭は花だんとしばふでできています。花だんの面積は6㎡で，これは庭全体の1／5にあたります。庭全体は何㎡でしょう。 |
| 2 | ある品物の定価が高いので，ねびきをしてもらいました。ある品物を，定価の3／10ひいてもらって，3,150円で買いました。定価は何円だったのでしょう。 |
| 3 | あきら君はお金をいくらかもっています。あきら君はそのお金から1,200円で本を買いました。これはあきら君のもっていたお金の2／5にあたるそうです。あきら君は，はじめいくらもっていましたか。 |
| 4 | よし子さんは，色紙とはさみを買って540円はらいました。はさみと色紙の両方で540円です。はさみのねだんは，色紙の3.5倍だそうです。色紙とはさみは，それぞれ何円だったでしょう。 |
| 5 | ただし君ははじめにいくらかのお金をもっていました。ただし君は，はじめにもっていたお金の1／2で本を買い，つぎに240円でノートを買うと，はじめのお金の3／10だけのこりました。ただし君は，はじめにいくらもっていたのでしょう。 |
| 6 | ひさ子さんとけい子さんの2人がいて，ひさ子さんはけい子さんより多くのお金をもっています。けい子さんのもっているお金は，2とおりのいい方ができます。けい子さんのお金はひさ子さんの4／5よりは300円少ないですが，1／2よりは150円多いそうです。また，別のいい方では，ひさ子さんのお金の4／5よりは300円少ないけい子さんのお金と，1／2よりは150円多いお金はいっしょの金額です。2人のもっているお金は，それぞれいくらですか。 |

(4)　手続き：実験はクラス単位で実施した。文章題を記載した冊子を配布し，子ども達に冊子の

中の６個の問題を解くように，また必ず式と答えを書くように教示した。解法に必要な線分図の作成も許可した。解法時間は４０分であった。４０分の経過後に，冊子を回収した。

## 3. 結果と考察

(1)　全体の分析

１１８名の子どもの解いた６問の文章題を，１問１点として，６点満点で採点した。但し，この１点は式と答えが正しい場合にのみ賦与された。表２には，自作問題を解答した６１名および基本問題を解答した５７名の各々の子どもが各問題に正答した割合と，６点満点での平均得点およびその標準偏差（ＳＤ）が示されている。

表２に基づいて，自作問題と基本問題の平均得点の差異を分析したところ，自作問題を解いた子どもの方が基本問題を解いた子どもよりも良い成績であった（$t(116)=2.10$，$p<.05$）。

６問の問題による自作・基本の両問題の正答率の差異を吟味するとき，問題番号５と６の問題において明確な差異が見出された。即ち，自作問題の問題番号５は６２％の子どもが解いているのに対して，基本問題の場合には３９％の子どもが解いているに過ぎなかった。また，自作問題の問題番号６は２６％の子どもが解いたのに対して，基本問題は僅かに１２％であった。

これら６問の問題は，全て基準量を求める比の第３用法の問題であった。比の第３用法のなかでも，問題番号５と６は複雑な問題構造を有する比較的難解な問題として知られているものである。しかしながら，自作問題を解いた子どもは基本問題を解いた子どもに比べ，両問題に1.5～2.0倍以上の正答率を得ていることが明らかになった。この結果は，基本問題に所与の問題がおかれている場面の全体状況を記述した文を挿入して構成された自作問題によって，子どもが基本問題に比べて問題文の意味構造を容易に理解できたことを示すものであるといえる。

(2)　上位群－下位群の比較

次に，実験に先立って得られた算数の資料から，算数成績の良い上位群と成績のそれほど良くない下位群の子どもを特定した。即ち，自作問題および基本問題の各問題タイプ毎に，上位群と下位群の子どもを各々１５名ずつ選択した。これらの条件群の平均得点およびＳＤ，また６問の各問題毎の正解率を表３に示した。

表３の平均得点の結果に基づいて，２（問題タイプ）×２（成績）の分散分析（ＡＮＯＶＡ）を実施した。その結果，問題タイプと成績の主効果が共に有意であった（問題タイプでは，$F(1,56)=$

表２　各問題の正解率と平均得点（ＳＤ）

| 問題タイプ | 問題番号 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 平均得点（ＳＤ） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 自作問題 | .87 | .56 | .87 | .41 | .62 | .26 | 3.59(1.77) |
| 基本問題 | .88 | .47 | .74 | .37 | .39 | .12 | 2.96(1.53) |

表３　各問題の正解率と平均得点（ＳＤ）

| 成績 | 問題タイプ | 問題番号 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 平均得点（ＳＤ） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 上位群 | 自作問題 | 1.00 | .87 | .87 | .87 | .93 | .53 | 5.07( .80) |
| | 基本問題 | 1.00 | .73 | 1.00 | .87 | .67 | .33 | 4.60( .80) |
| 下位群 | 自作問題 | .93 | .47 | .93 | .07 | .53 | .00 | 2.93( .93) |
| | 基本問題 | .93 | .27 | .73 | .00 | .27 | .00 | 2.20( .91) |

7.20，成績では，F(1,56)＝103.00,で共に ps＜ .01)。即ち，自作問題を解いた子どもの方が基本問題を解いた子どもよりも良い成績であった。また，上位群の方が下位群よりも良かった。問題タイプと成績の交互作用は有意でなかった。

表3における各問題の正解率の差異を問題タイプ間で吟味したとき，問題番号5に関して，自作問題を解いた下位群の子どもは，基本問題を解いた上位群の子どもに近い成績を獲得したことが理解できる(自作問題条件では53%の下位群の子どもが解き，基本問題条件では67%の上位群の子どもが問題番号5の問題を解いた)。他方，問題番号6の問題は，下位群の子どもにとって難解な問題であり，たとえ自作問題を与えられたとしても，誰も解くことができなかった。しかしながら，問題番号6の問題は自作問題を解いた上位群にとって基本問題を解いた上位群よりもより容易な問題となり，正解率が高かった。

上記の(1)と(2)の結果を要約すれば，所与の問題がおかれている場面の全体状況を記述した文を基本問題に挿入して自作問題を構成するとき，自作問題は基本問題に比べると子どもにとって解法の容易な文章題となることが明らかにされた。本研究では，割合の基準量を求める比の第3用法からなる文章題を問題に用いた。同じ比の第3用法の文章題の中でも，単純構造からなる問題と複雑構造からなる問題が存在する。両構造の差異は問題を解くときのステップの数の差異である。単純構造からなる問題は1つのステップで問題を解くことができる。複雑構造の問題を解くには，2つ以上のステップを経なければならない。上位群および下位群の共に，複雑構造の自作問題を解く場合に優位を示した。但し，問題番号6のような難解な問題は，たとえ自作問題といえども下位群の子どもには解くことができなかった。

このような結果は仮説を支持するものであり，小学校低学年の子どもを被験児に用いた De Corte et al. (1985)の結果を追認するものであった。自作問題を解く下位群の子どもは基本問題を解く下位群の子どもよりも文章題をよく解くことができた。しかしながら，問題タイプと成績の交互作用が有意でなかったことから，自作問題を解く下位群の成績が基本問題を解く上位群の成績に達することはなかった。この結果は次の2点から考察できるであろう。1つは，自作問題として構成した問題が，その問題文の意味構造を理解するのに容易な問題でなかったかもしれないということである。これは，自作問題の問題番号2と4の2つの問題の成績が下位群で悪いことから派生したものである。たとえば，問題番号2において与えられた全体場面に関する文は「ある品物の定価が高いので，ねびきをしてもらいました」であった。これは基準となる定価が値引き後よりも高いことを明確にしただけの内容である。この一文を下位群の子どもに賦与したときに，子どもが値引き前の値段が定価であり値引き後よりも高いものであるという問題の意味構造を理解したかどうかは疑問である。結果は自作問題も基本問題も類似の結果であった(特に問題番号4)。

他の解釈は，たとえ子どもがその問題文の意味構造を理解できるようになったとしても，複雑構造の問題の解法に見られるようないくつかのステップを経て問題を解く技能が十分に獲得されていないことによるとするものである。この場合には，文章題の理解過程よりも解法過程に考察の重点が移行する。Mayer(1987)は，解法過程をプラン化過程と実行過程に区分して文章題の解法過程を論評している。プラン化過程とは，理解した文章題の内容をどのような式を立てて表現するかに関する過程であり，解法方略の形成・適用過程である。また，実行過程とは立式された文章題の内容を計算する過程である。子どもが十分に獲得していない解法の技能がプラン化の問題であることは他の研究においても指摘されるところである(たとえば，石田・多鹿，1988)。このプラン化の吟味は今後の課題である。

最後に，自作問題を構成することによって，文章題の長さが長くなることによるマイナス面は，6年生を使用した本研究においては見出されなかった。

## 4. 謝 辞

本研究にご協力を頂きました渥美郡田原町立田原中部小学校河合誠校長先生を始めとする諸先生

並びに児童の皆様には心より厚くお礼申し上げます。

（１９９０年１２月１２日受理）

## 5. 引用文献

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. 1988 The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, **20**, 405-438.

DeCorte, E., Verschaffel, L., & DeWin, L. 1985 Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, **77**, 460-470.

石田淳一・多鹿秀継　1988　子どもの算数文章題解法過程の認知論的分析Ⅰ　愛知教育大学教科教育センター報告，**12**，271-282.

Ishida, J., & Tajika, H. 1990 An analysis of children's generating and understanding of arithmetic word problems. *Bulletin of Japanese Curriculum Research and Develpment*, **4**, 95-102.

Kintsch, W., & Greeno, J.G. 1985 Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, **92**, 109-129.

Mayer, R. E. 1982 Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology*, **74**, 199-216.

Mayer, R. E. 1987 *Educational psychology: A cognitive approach*. Boston: Little Brown and Company.

Mayer, R. E., Larkin, J.H., & Kadane, J.B. 1984 A cognitive analysis of mathematical problem-solving ability. In R.J.Sternberg (Ed.), *Advances in psychology of human intelligence*. Vol. 2. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Pp. 231-273.

Paige, J.M., & Simon, H.A. 1966 Cognitive processes in solving algebra word problems. In B.Kleinmuntz(Ed.), *Problem solving: Research, method, and theory*. New York: John Wiley & Sons, Pp. 51-119.

Riley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. 1983 Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P.Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press, Pp. 153-196.

多鹿秀継・石田淳一　1989　子どもにおける算数文章題の理解・記憶　教育心理学研究，**37**，126-134.

多鹿秀継・山本克仁　1990　算数文章題解法に与える文章表現の影響Ⅰ　愛知教育大学教科教育センター報告，**14**，181-188.

Wertheimer, M. 1945 *Productive thinking*. New York: Harper & Row.　（矢田部達郎訳　1952　年産的思考　岩波書店）