

初年次演習 - 2 年目 (市延担当) -

愛知教育大学 数学教育講座 市 延 邦 夫

§ 1 はじめに

昨年度前期に大学 1 年生を対象とした科目「初年次演習」が開講され、今年で 2 回目を終えた。昨年度と同様、その「初年次演習」を自分にとっての備忘録となればと言う思いとともに今回も振り返ってみたい。

「初年次演習」は数学専攻・専修の学生約 80 名を 3 つのクラス A, B, C に分け、3 名の教員が 5 回分の講義を担当する。著者は第 1 週目から 5 週目までは C クラス、第 6 週目から 10 週目までは B クラス、11 週目から 15 週目までは A クラスを担当した。ここで、A, B クラスは初等教育教員養成課程数学専修、すなわち、小学校の先生を目的とする学生たち、C クラスは中等教育教員養成課程数学専攻、すなわち、中学校、高校の先生を目的とする学生たちで構成されている。数学教育講座におけるその初年次演習の概要を紹介する。

初年次演習の概要

- ・ 初年次演習は 1 年前期に開講される必修授業である。
- ・ 授業内容、授業計画・方針等

教育目標：高校での勉強から、大学での自律した学びの姿勢に転換するため、コミュニケーション能力などスチューデントスキルの修得を図りながら、1 年生前期に即応した論理的思考方法や情報検索のあり方をはじめとするスタディスキルの修得を目標とします。

授業目標：この講義は数学の一般的な定理を理解するだけでなく、学習と探求に向かう態度、推測し直観しようとする態度、自分自身の問題として解こうとする態度を身につけることを目標とする。特に、天から与えられた問題を決まった手順で解くといった高校までの「算数ドリル」ではなく、頭の使い方の貯蔵庫としての数学という学問に触れ、その本質を体験することを目的とする。大きく分けて、数学の方法、文化、成り立ちに

ついて学習する。すなわち、数学の基礎となる証明の仕方を学ぶ。高校までの数学と大学数学との違いに触れる。また、数学の定義がいかにして生まれるのかを体験する。

授業計画・方法：3名の教員（A：橋本行洋、B：岸康弘、C：市延邦夫）による各5回、計15回の講義＋1回の図書館ガイダンスが行われる。詳細は1回目の講義のときに説明する。

著者担当の講義では昨年同様、

- ・「調べ学習・プレゼンテーション・グループワーク」の3つの事柄を通して大学での学習姿勢を身につけることに重きを置いている。

- ・毎回、幾つかのトピックを事前に学生に知らせておき、各班（4～5名）が調べてまとめたものを黒板や書画カメラを利用してみんなの前で発表する、という流れで進めていった。

- ・トピックの内容は、パズル問題、数学用語などを取り上げた。また、基本的には先生は口出しをせず、すべて学生に任せるというスタンスをとった。すなわち、必要最低限の指示以外、学生たちや班の自主性に任せる事にした。ただし、以下のことは途中から注意として与えた。

- ・発表は朗読ではない

- ・レポート（調べてきたことをまとめた要旨）とプレゼン用のまとめシートは違うものである。極端に言うと、レポートではしっかり文字を使って説明するので文字だけ。プレゼン用シートには文字は要らない。わかりやすい図のみでOK。足りない部分は口頭で補えばよい。

以下、具体的な事例を紹介し、それに対する学生の反応や感想を述べていく。その前に、著者担当の授業計画を与えておく。

§ 2 授業計画

1回目：ガイダンス、班の名前決め、パズル、今後の問題の提示

2回目：問題1の発表

3回目：問題2の発表

4回目：問題3の発表

5回目：問題4の発表

ここで、

問題1は一般化について。金貨問題(天秤問題)、ハノイの塔、その他の類似問題。

問題2は定義について。「不定積分と原始関数について」、「実数とは?」、「内積の定義」、「地球の緯度」など。

問題3は素朴な疑問について。「有理化って何?」など。

問題4は自由課題。学生が考えた課題タイトルを§3-4で与える。

§3 事例紹介

§3-1 パズル問題

昨年同様最初にパズル問題から始めた。問題の詳細は省略する。

以下の12項目の事実から、誰がどの市に住んでいるか推理せよ。ただし一人が1つの市にするとする。

論理的に考えていくことにより推理が可能な問題である。後は如何にして他人に分かるように説明を与えていくか、である。著者的には新たな発見や関心は見受けられなかった。ただ、今年度もこの手の問題は受けが良く、一心不乱に取り組んでくれる。

第2回目に発表してもらった問題1は金貨問題とハノイの塔である。今回はこれらの問題以外にも類似の問題とその解説を与えることも認めた。それゆえ、Cクラスにおいては以下の問題を考えてきてくれたので列挙する。

「海賊問題」

5人の海賊がいて、彼らは1位から5位までランク分けされている。1位の海賊は100枚の金貨をどのように分けるかというプランの提案権がある。残りの海賊はこのプランに投票する権利をもち、賛成が半分に満たない場合、プランを提案した海賊は殺される。1位の海賊の分け前を最大にして、なおかつ彼が生き残るにはどんなプランにしたら良いか。ただし、海賊は割りと頭がよく、ちゃんと先のことまで考えます。みんな1枚でも多く金貨が欲しいし、みんな生き残りたいとします。また、提案者がその案に賛成しても1人分として数えるものとします。

出典なし

「帽子の色は?」

100人の処刑囚が、階段に一段ずつ、一列に並んでいます。それぞれが、赤か青か黄色の帽子をランダムに被せられますが、それぞれの帽子が何個なのかわかりません。また、自分の帽子は、自分で見ることが出来ません。自分よりも下の段にいる人たちの帽子は、すべて見えます。処刑囚たち

は、上から順番に、自分の帽子の色を言われます。このとき、「赤」、「青」、「黄」の一言しか言えず、イントネーションを変えたり、何かアクションを起こしたりすることはできません。正しい色を言えなかった人は、処刑されてしまいます。処刑囚たちは、事前に相談をし、なるべく多くの人が確実に助かる方法を考えました。さて、何人が確実に助かることが出来るでしょうか？

参考：<http://matome.naver.jp/odai/2133113730422972301>

http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q111690081

この2つの問題はすべての学生にとって初めて聞く問題であった。そのためクラスがこの問題で大いに盛り上がった。

金貨問題は、問題の概要、すなわち、「いくつかの金貨の中に1枚だけ偽金貨が混じっている。天秤を何回か使用することによって偽金貨を見つけよ。」とだけ与え、それ以外の細かい設定やルール等は自分たちで決めても良い、という問題であった。数名の学生にとって、問題の細部を自分たちで設定してよいということに驚いたという感想があった。今まで散々与えられた問題のみを解いてきたことに対する驚きであろう。

§ 3-2 問題2（定義について）

問題2で扱った定義についての問題が好印象であったという感想が多くあった。実数の定義などは学生にとってかなりのハードワークであったであろうが、「数学の奥深さを知ることが出来た」、「このような調べ学習をもっとやりたかった」といった非常に前向きな意見も多くあった。他にも以下のような感想があった。

- ・ちゃんとした定義を確認したら、思っていたのと違ったことが確認出来た。
- ・何気なく使っている用語の本当の意味を知ることが出来た。
- ・当たり前に使っている事柄でも完全に理解していなかった。
- ・自分では理解していたつもりでも説明するとなるとまったく出来なかったり、数学を学んだり考えていくことは難しい。

この問題2は数学が好きな学生にとっては受けが良い反面、あまり得意でない、好きでない学生にとっては苦痛な内容だったみたいである。

§ 3-3 問題3（素朴な疑問）

C, B クラスにおいては「有理化について」を発表してもらった。その結果、有理化とは有理数の集合に $\sqrt{3}$ などを添加した集合が体になることを示すために使われる、というWikipedia等のネットから得た情報を朗読するという発表が多かった。これは昨年度も同様であった。そのため、Aクラスにおいては他の素朴な疑問でもかまわない、とい

うことにしたら、以下の問題を調べてきてくれた。

「なぜ0は偶数なのか?」「宝くじの確率」「数学者について」「 0^0 とは何か?」「平均について」「なぜ隣のレジは早く進むのか」「100回に1度は当たるくじは何回引けばいいのか」「マイナス×マイナスはなぜプラスか?」「なぜ『0』で割れないのか」

なぜ0で割れないのかという小学生に対していずれ説明を与えなければならないであろう疑問については特に盛り上がった。初等の学生にはこのような算数からの素朴な疑問が最も楽しく取り組めるのかもしれない。

§ 3-4 問題4 (自由課題)

ここでは、どのような問題を学生が提示してきたのかを以下列挙する。具体的な中身は省略する。

C クラス

「開平法とその原理」

「割り算についての疑問」(分数の割り算はどうしてひっくり返すの? どうして0で割ってはいけないの?)

「誕生日問題— n 人の中に“自分と”同じ誕生日の人がいる確率」

「フィボナッチ数列」

「行列式」(ラプラス展開)

「カプレカー操作」

B クラス

「自然数について—集合論的考え方と数論的考え方」

「日付から曜日の求め方」(ツェラーの公式)

「カプレカー操作」

「円積問題」

「フィボナッチ数列」

A クラス

「ポケモンの色違いが出る確率について」(ポケモンのカード、、著者は知らない)

「時計の針の角度の一般化」

「曜日を求める」(ツェラーの公式)

「消えた200円」「数字ゲームの必勝法」(雑多な雑学的な問題)

「ちょっと頭を使ってみよう」（雑多な雑学的な問題）

「350年のときをわたる証明」（フェルマーの定理）

Cクラスにおいても算数の疑問は大いに盛り上がった。誕生日問題は普通の感覚の確率と実際計算した確率とに開きがあるという話しゆえ、多くの学生が面白かったという感想を書いている。また、開平法はその言葉は聞いたことがあったが、そのからくりを初めて知ったという感想があった。

Bクラスにおける自然数の話は著者が聞いて大変興味深い内容（数には序数と基数の概念を持ち合わせていること）であった。しかし、ほとんどの学生は早々と聞くことをあきらめてしまったのは残念だった。概要だけでもみんなが、特に小学校の先生を目指している学生には、理解して欲しいと思った。

Aクラスにおいては、先週の素朴な疑問からとても雰囲気良くなり、盛り上がりの最高潮の中で授業が終わった。多くの学生の感想に、後半のような問題をずっとやりたかったとあった。

§ 4 学生の感想

学生の感想を「要望」「班（グループ）」「その他」に分けて以下に与える。

「要望」

- ・初めて見る問題の場合はまず各自に考える時間を与えるべき。
- ・レポートはパソコンで作るべき。
- ・授業内での活動があると良い。
- ・自分たちの発表の振り返りの時間があると良い。
- ・レポートの書き方の指導をして欲しい。
- ・一つの課題に時間をかけられるようにする。
- ・時間が足りない（調べたことが曖昧なまま発表せざるを得ない）。
- ・班ごとに違う課題にして欲しい。

「逆の意見」 同じ課題を調べているが班によってさまざまな意見が見られる。

- ・1グループ1個以上質問すると言うルールにすると聞いている人も発表者も理解が深まる。

「班（グループ）」

- ・グループワークなのに一人がやって発表する。

- ・多くのグループがワンマンの中、グループの中で分担して行っているグループもあった。
- ・仲良くなることも大切だという点から、グループ決めは比較的是じめから喋る機会が多い出席名簿順よりは、くじや他の何かで班を決めるほうが良い。

「その他」

- ・テーマが数学に関するものだったので興味を持てたし、面白かった。
- ・難しかったけど、面白かった。
- ・数学好きの自分たちにとって興味深くまったく眠くならない時間でした。
- ・具体例があると興味を持って聞ける。
- ・学生が主体となって授業が進められる。
- ・本質を理解することの重要性を身にしみて感じた。
- ・今までの出された問題を解く、とは違って、根本からの理解が必要。さらに、理解したことを分かりやすく伝えることも必要。
- ・複数枚にわたるレポートは1/3(班名)のようにどこの班の全体の何枚目か分かるようにすると良い。
- ・3番目のクラスには前にやったクラスのレポートが出回る。

問題2と同様に、問題4である自由課題についての感想も多かった。

- ・もっと自由な課題を増やして欲しい。
- ・身近なものに関わるテーマだったのが興味深かった。
- ・新たな、未知な問題に出会えた。

感想をクラス別に総括してみると

Cクラス： 興味

Bクラス： 批判

Aクラス： 退屈

という学生から見た感想、印象である。

Cクラスは中学校、高校の先生になりたいという学生のクラスであり、より数学に興味を持っている学生が多いという印象である。それゆえ、このクラスでは多くの学生が授業に興味を持って望めたという感想であった。

Bクラスにおいては、他のグループに対する批判的な意見が多かった。グループワークがうまくいっているところとそうでないグループとのギャップが大きかったのである。

う。

Aクラスにおいては、Cクラスとは対照的に問題1の問題を一般化させることや、問題2の数学の定義に関することは苦痛であったようだ。特に、すべての班が同じ問題を考えるので、ほとんどの班がどこかからコピーしてきたレポートの朗読だったゆえ、多くの学生が退屈だ感じていた。それに対して、問題3や4のような自由な課題には問題1, 2を考えていた学生と同じ学生とは思えないほど、とても前向きに一生懸命取り組んでいた。昨年同様、Aクラスにおいては、問題3を「有理化」に限らないで自由に素朴な疑問を扱ってください、と指示したので、Aクラスのみいろんな問題を扱うことになった。

§ 5 改善点等

来年度へ向けて改善点を考えてみたい。特に今回の学生の要望で目に付いたのが、時間が足りない、一つの課題に時間をかけられるようにする、という意見である。それゆえ、来年度の発表回数はせいぜい2回にしようかなと考えなくもない。また、発表後に振り返りをする時間を用意することで、次に生かすようにしたい。さらに、授業時間内に課題をまとめる活動時間を設定することも検討する。

来年度の授業計画案その1（毎週課題は一つだけ）

- 1回目：ガイダンス等、今後のすべての課題の提示
- 2回目：発表1
- 3回目：発表2
- 4回目：発表3
- 5回目：発表4

来年度の授業計画案その2（課題は一つ）

- 1回目：ガイダンス等
- 2回目：各グループにおける課題発表
- 3回目：中間発表、準備
- 4回目：発表（前半グループ）（15分発表+5分質疑応答×3）
- 5回目：発表（後半グループ）

来年度の授業計画案その3（課題は二つ）

- 1回目：ガイダンス等
- 2回目：準備

3 回目：発表 1

4 回目：準備

5 回目：発表 2

§ 6 最後に

基本的に学生に対しては何も言わないように努めている。しかし、多くの学生がこの授業で「調べ方」「発表の仕方」「レポートの書き方」を学んだ、という感想を書いている。こちらから何か指示をせずとも、学生同士の発表を聞きあうことによって、良い発表、悪い発表、また、学生同士のレポートを見ることによって、良いレポート、悪いレポートを自分たちで学んでいてくれる。また、著者は高校までの数学とは違う数学の厳密さを教えることを重要視していたが、そこに重きが置かれているがゆえに逆に、数学が嫌いになってしまう恐れも感じていた。あくまで感想を見る限りは、嫌いになることはなく、むしろ学生自身今までの自分たちを省みているのは嬉しいことである。

著者は今年度後期に一般教養の授業を担当しており、この大学で初めて文系の学生を教えた。彼らの最初の感想から分かることは、数学は苦手です！と心にシャッターを下ろしている学生がいることです。もちろん、そうでなく、久しぶりに数学と触れ合うことを楽しんでいる学生もいる。しかし、シャッターを下ろしている学生には基本的にはどんな言葉を投げかけても一切受け付けてもらえないというイメージが覆っていない。

（――実際は最後の回で覆ったという印象を持つことができた。機会があれば教養授業の話を伝えてみたい――）そのような学生を前に授業をすることの苦痛さを初めて味わった。それに対して、この初年次演習を受けているのは数学が好きな学生が多い。初めから我々教員に対してかたくなに殻に閉じこもるようなことはない。著者は1年生を担当することが多い。長年見ているが間違いなくやる気をもって入学している。そんな数学を専攻する学生たちには大学において数学を楽しんでももらいたいし、数学を楽しみながら卒業して行って欲しいと切に願う。