

算数・数学数学科における言語活動の指導

愛知教育大学 佐々木 徹 郎

1. はじめに

学校教育において、言語活動が重視されている。児童・生徒と教師が言葉を交わし、話し合う中で、指導していくことは理想的である。また、すべての子どもが授業の中で発言できることは重要である。例えば、少人数指導にしても、ただ算数・数学の知識・技能の定着ではなく、すべての子どもがコミュニケーションできる授業を目指すことは意義深い。

このように、言語活動が重視される背景には、現代社会においてコミュニケーション能力が重視されていることがある。さらに、それに加えて「主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努める」ということがある。つまり、言語活動そのものは、特別な活動ではない。子どもは、生まれながらにしてコミュニケーションをしている。だからこそ、授業の中で言語活動を充実する指導をするには、工夫が必要となる。

平成20年3月28日に告示された中学校の学習指導要領の「指導計画の作成等に当たって配慮すべき事項」には、次のように記されている。

「生徒の思考力、判断力、表現力等をはぐくむ観点から、基礎的・基本的な知識及び技能の活用を図る学習活動を重視するとともに、言語に対する関心や理解を深め、言語に関する能力の育成を測る上で必要な言語環境を整え、生徒の言語活動を充実すること」。

これに対応する算数科の目標には、「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」がある。また数学科の目標では、「数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高める」がある。本稿では、このような観点から、算数・数学科における言語活動の指導の在り方について述べる。

2. 言語活動のための学級づくり

算数・数学科において言語活動を充実させるために、まず必要なことは、学級づくりである。児童・生徒が言語活動できる学習環境をつくらなければならない。算数・数学の授業で、次のような指導について、考えてみる。

- ① 指導内容を単純な部分に分割して、スモールステップで指導する。
- ② それぞれの部分で指導するために最善の指導法を使う。
- ③ できる児童・生徒を中心に授業を進める。
- ④ 「教科書を教える」授業である。
- ⑤ ドリル練習。

⑥ 児童・生徒の出来に対して、報賞を与える。

上越教育大学の西川純（2006）によると、このような学級の授業は意外なことに、生産性が低いと述べている。どこに問題があるのだろうか。

① 指導内容を単純な部分に分割して、スモールステップで指導する。

スモールステップは、算数・数学科では重要な学習方法である。しかし、それだけでは、学習者の主体性は育たない。つまり、児童・生徒が、この単位では何を学ぶのかという目標や全体像が分かることが必要である。最近の教科書では、単元の導入やまとめとして、算数・数学的活動が設定されている。この活動は、言語活動の充実に結びつものである。

② それぞれの部分で指導するために最善の指導法を使う。

困難な指導内容に最適な指導法を探り入れることは、最善の指導であるような気がする。しかし、困難を孤立したものとして指導することは、子どもの概念や意味の理解には結びつかないことが多い。例えば、分数の乗法や除法についての指導法を使っても、子どもが分数そのものの概念や乗法や除法の意味を理解しなければ、有効にならない。分数のわり算で、「なぜひっくり返して掛けるのか」という指導法を使っても、分数のわり算の意味は分からない。つまり「分数でわるとは何をすることなのか」という意味が分からないのである。知識のネットワークや単元の構成が重要になってくる。

③ できる児童・生徒を中心に授業を進める。

授業時間の制限があることから、効率的に授業を進めていかなければ、教科書の内容を完了できない。そこで、有能な子どもを中心として、早く結論を出して行くことは、致し方ないところもある。しかし、教科書にない考えや誤った答えが、授業で取り上げられないことになると、児童・生徒の理解は深まらない。そして、言語活動が充実することもない。

④ 「教科書を教える」授業である。

教科書の使用義務はいうまでもない。しかし、「教科書を教える」と「教科書で教える」は異なる、といわれるように、教科書を教材として指導できるかどうかは重要な論点である。教科書の教材の中から、言語活動に結びつく指導を工夫する必要がある。

⑤ ドリル練習。

ドリル練習は、技能の習熟などのための不可欠である。しかし問題は、ドリル練習で、時間の速さを競うだけになることである。そのような単純な作業だけでは、言語活動には結びつかない。算数・数学的活動を通して練習をすることは可能であり、また練習の中で数学的な考え方を育てることも可能である。國本景亀（2009）は、このような練習を「生産的練習」と呼んでいる。また、そのような練習のための教材を開発している。これは、言語活動の充実にもなる。

⑥ 児童・生徒の出来に対して、報賞を与える。

子どもの出来に対して、褒めることは重要なことである。しかし、外発的な動機づけだけで

は、子どもが興味を失っていく。内発的な動機づけをいかに工夫するかが重要になってくる。

これらの①から⑥の特徴を持つ授業スタイルを克服していくような学級づくりがなければ、言語活動には結びつかないのである。

3. ラングとパロール

算数・数学の授業における言語活動とは、数学的に正確な言葉遣いをする事なのか、またはペアの話し合いや意見発表をする事なのか。どちらなのかである。もちろん、この両方である。それでは、それらの関係をどうとらえればいいのか。

フランスの言語学者 ソシュールは、言語の相対性を明らかにしたことで画期的な成果をあげた。また、記号学という学問を創始したことで知られている。言語は、時代によって変わってくる。また、同じ言葉や用語も、文化や地域、個人によってイメージや意味が異なることもある。

ソシュールは、そのような観点から、ラングとパロールを区別した。ラングは、文法書や辞書にあるような言語である。つまり、ラングとは、言語能力の行使を個人に可能にするために社会が採り入れた契約の総体である。また、パロールとは、発話の必要性から口にされるすべてのもの、そして、個別に表現されるすべてのもの、つまり話し言葉である。

またパロールは、ラングという社会契約によって自らの思いを実現する、個人の行為でもある。まずパロールにおいて何度も試みられ、結果として、持続可能になるまで繰り返されたものが、ラングとなるのである。

算数・数学教育において、ラングは、数学の用語、定義、命題、定理を指している。また、パロールは、算数・数学に関わる会話、書き物などであり、生活の中の数学的概念、非形式的数学である。教科書の内容の多くは、ラングである。また、授業での話し合いにはパロールが多い。

これらは、どちらも重要であり、またお互いを補い合っている。

例えば、小学校3年では、「円は丸い形」である。これは、日常でのパロールに近い言葉である。ところが、中学校1年では、「円は、1点から等距離にある点の集まり」であり、高等学校では、 $x^2+y^2=r^2$ となる。これは、まさに数学の世界のラングである。

もちろん、このようなことは、授業の中にもある。既習の内容や生活の中の言葉を、教科書にあるような数学へと高める指導である。児童・生徒の話し合いによって、そのような指導をすることは、「練り上げ」と呼ばれる。

また逆に、教科書にあるような定義や命題を、個人の言葉で理解することは、重要な学習である。算数・数学の授業では、具体物があると、子どもは興味や関心を示す。図形の学習などでは、具体物の活動から生まれる言葉が理解の基盤になっている。もちろん、数や式の学習でも、そのような言語活動によって理解がなされる。

小学校3年の「三角形」では、「二等辺三角形では、2つの角の大きさが同じです」という命題を学ぶ。これは、図1のような二等辺三角形をかいて、角の大きさをくらべることで指導される。

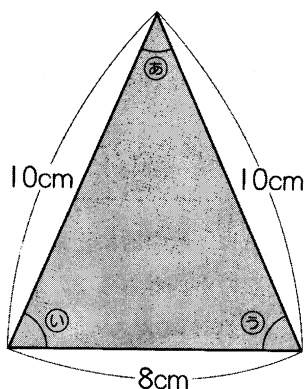


図 1

子どもは、紙を折って重ねるなどの操作をして、次のような意見を発表する。

「∠iの角は、∠aの角より大きい」。「∠uの角は、∠aの角より大きい」。

しかし、これらの意見がとり上げられるような授業は、見たことがない。無視されるのである。とり上げられるのは、「∠iの角と∠uの角の大きさは同じです」という意見だけである。そして、このことから、「二等辺三角形では、2つの角の大きさが同じです」とまとめられるのである。

パロールを大切にすると授業であれば、先の2つの意見を取り上げるべきである。そして、小学校の教室には大抵備えられている、黒板の下にある三角定規のうち、直角二等辺三角形では、どうかと発問するとよい。そうして、二等辺三角形にはさまざまな大きさや形のものがあるが、どの二等辺三角形でも成り立つ性質は、「2つの角の大きさが同じ」ということなのである。

さらに、二等辺三角形の定義は、2つの辺が等しい三角形であって、2つの角が等しいことは含めない。つまり、定義は最小の条件だけにするもので、同値な命題では、一方を除く。これは数学の世界のラングの特徴である。しかし、子どもが、このことを理解するのは容易ではない。子どもに、二等辺三角形とは何かと聞くと、「2つの辺が等しく、2つの角が等しい三角形」と答えるのは、このためである。このように、ラングとパロールの観点から、授業における言語活動を見ると、興味深いことに気がづく。

4. 表現する能力の育成

数学は、パターンの科学であり、パターンを文章に表現したものが、命題や定理である（國本、2009）。このようなパターン認識の対象となるのは、数や図形の現象である。ところが、肝心の数や図形の現象に、児童・生徒が取り組む活動は、意外に少ない。しかし、次のような図式が重要である。

現象 ⇒ パターン認識 ⇒ 文章に表現（命題）

数のパターンによって、この図式を説明する。中学校2年では、次のような問題がある。
「十の位の数が一の位の数より大きい2けたの自然数と、その数の十の位と一の位を入れかえた数の差は、9の倍数である。」

これは、次のような数の現象へのパターン認識である。

$$\begin{array}{llll} 21 - 12 = 9 & 43 - 34 = 9 & 85 - 58 = 27 & 91 - 19 = 72 \\ & = 9 \times 1 & = 9 \times 3 & = 9 \times 8 \end{array}$$

このような現象を見れば、2つの数の差は、9の倍数であるだけでなく、「十の位の数と一の位の数の差の9倍であることがわかる。このことから、 $85 - 58 = 30 - 3 = 3 \times (10 - 1)$ とといった関係が分かる。そうすれば、文字式を使って説明することも容易になる。

さらに、このような数のパターンから3桁では、どうなるかを考える。

$$321 - 123 = 198 = 99 \times 2 = 9 \times (11 \times 2)$$

$$951 - 159 = 792 = 99 \times 8, \quad 921 - 129 = 792 = 99 \times 8$$

$$99(a - c)$$

99の倍数になっている。

4桁では、どうだろう。

$$4321 - 1234 = 3087 = 999 \times 3 + 90$$

となり、999の倍数ではない。

そこで、これでのパターンを反省してみる。

・ 2桁

$$21 - 12 = 9 \times 1$$

・ 3桁

$$321 - 123 = 198 = 99 \times 2 = 9 \times (11 \times 2)$$

・ 4桁

$$4321 - 1234 = 3087 = 999 \times 3 + 90 = 9 \times (111 \times 3 + 10 \times 1)$$

・ 5桁

$$41976 = 9 \times (1111 \times 4 + 110 \times 2)$$

・ 6桁

$$530865 = 9 \times (11111 \times 5 + 1110 \times 3 + 100 \times 1)$$

・ 7桁

$$6419754 = 9 \times (111111 \times 6 + 11110 \times 4 + 1100 \times 2)$$

ここから、パターンを認識することができる。しかし、このパターンを命題として正確に表現することは難しい。表現する能力には、パロールとしてコミュニケーションすることが含まれて

いる。分かりやすい表現が重要である。また、そこにはラングとしての表現も含まれている。数学的に正確に表現するには、言葉だけでなく、数式や図などが使われる。

5. おわりに

数のパターンには「3つの連続する整数の和は、3の倍数である」という命題がある。これは、簡潔にして的確な表現である。ただし、「連続する」というのは、数学的な表現というよりも、数を数えることに基づいたパロールの言葉である。このように、算数・数学の指導では、ラングとパロールを適切に組み合わせながら活用している。

このような中で、数学的表現を活用していくことが、児童・生徒が数学的思考をするということなのである。

引用・参考文献

- ① 西川純 (2006) . 『「勉強しなさい！」を言わない授業 -年間を通して、クラス全員の成績を上げ続けるなんて簡単だ！-』, 東洋館出版社.
- ② 國本景亀 (2009) . 「生命論に立つ数学教育学の方法論 -自由で個性豊かな算数・数学授業を目指して-」, 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 全国数学教育学会, pp. 1 - 15.