

# 初年次演習

愛知教育大学 数学教育講座 市 延 邦 夫

## § 1 はじめに

2013年度前期に大学1年生を対象とした新しい科目「初年次演習」が開講された。ここではその「初年次演習」を自分にとっての備忘録となればと言う思いとともに振り返ってみたい。

今年度から開講され初めての試みの中、やってみないと分からない、を大前提と思い「初年次演習」をスタートさせた。数学専攻・専修1年生約80名を3つのグループA, B, Cに分け、3名の教員が5回分の講義を担当する。筆者は、第1週目から第5週目まではCグループ、第6週目から10週目まではBグループ、11週目から15週目までAグループを担当した。市延担当の講義では、

- ・「調べ学習・プレゼンテーション・グループワーク」の3つの事柄を通して大学での学習姿勢を身につけることに重きを置いた。
- ・毎回、幾つかのトピックを事前に学生に知らせておき、各班（4～5名）が調べてまとめたものを黒板や書画カメラを利用してみんなの前で発表する、という流れで進めていった。その発表においては、
- ・出来るだけ多くの班が発表できるように時間に制限をつけた。
- ・トピックの内容は、パズル問題、数学用語の定義などを取り上げた。 また、基本的には
- ・先生は口出しをせず、すべて学生に任せるというスタンスをとった。すなわち、必要最低限の指示以外、学生たちや班の自主性に任せる事にした。

以下、具体的に事例を紹介し、それに対する学生の反応や感想を述べていく。

最初に「調べ学習・プレゼンテーション・グループワーク」の3つの事柄に焦点を絞った理由を簡単に述べておく。

### 「調べ学習」について。

学問において分からないことがあれば、調べる、ということは“当たり前”だという感覚が身に付いて欲しいと言う考えの下、「調べ学習」を取り入れた。ただし、この「調べ学習」は小学生の頃から行って来たことなので、小学生のレベルを超えた「調べ学習」になることを期待している。言い換えると、小学生レベルの「調べ学習」に留まる可能性は想定内である。

### 「プレゼンテーション」について。

プレゼンテーション（以下、プレゼン）、または発表とは教壇に立って、聞いている学生達に『分かりやすく』自分たちが調べまとめたことを伝えることであると（教員養成大学において）

筆者は考えている。そして、多くの学生は将来教員志望である事実を踏まえ、学生にとってプレゼンは必須な能力であると考えた。ここで、『分かりやすく』に鍵括弧がついている理由は、「分かりやすさ」は各個人によって決まることなので、あくまでも発表者が考える「分かりやすさ」のことを意味する。

「グループワーク」について。

このねらいはコミュニケーション能力の向上や協調性にある。社会においては、他者とコミュニケーションを通して何らかのやり取りすることになる。将来的には、他者にあたるものは児童・生徒や同僚が主になるであろう。現時点で大学生活を営んでいくためにも必要であろうが、将来的に必須な能力である。

## § 2 シラバス

シラバスを以下に与える。

- 1回目：ガイダンス、班の名前決め、パズル、今後の問題（1、2、3）の提示
- 2回目：パズル—問題1の発表、問題2、3のヒント
- 3回目：問題2の発表、問題3のヒント
- 4回目：問題3の発表、問題4の提示
- 5回目：問題4の発表

ここで、問題1は金貨問題（天秤問題）、問題2は「不定積分と原始関数について」もしくは、「実数とは？」、問題3は「実数の連続性について」、問題4は「有理化って何？」。具体的な内容は以下で説明していく。

## § 3 事例紹介

### § 3-1 パズル問題

パズル的な問題は、学生は楽しんで一心不乱に取り組んでいた。一生懸命に、かつ、勉強が楽しかった「あの頃」を思い出しているかのように。

初めに、パズル問題について紹介する。まず、問題を提示する。

以下の12項目の事実から、誰がどの市に住んでいるか推理せよ。ただし、一人が1つの市に住むとする。

- 1) もし スカーレット 氏が 名古屋市 に住んでいるなら、ドリュウ 氏は 刈谷市 に住んでいる
- 2) もし キャメロン 氏が 刈谷市 に住んでいるなら、スカーレット 氏は 知立市 に住んでいる
- 3) もし キャメロン 氏が みよし市 に住んでいるなら、スカーレット 氏は 名古屋市 に住んでいる
- 4) もし スカーレット 氏が 刈谷市 に住んでいるなら、ドリュウ 氏は みよし市 に住んでいる
- 5) もし ドリュウ 氏が 名古屋市 に住んでいるなら、キルスティン 氏は 刈谷市 に住んでいる

- 6) もし ドリユー 氏が 刈谷市 に住んでいるなら、キルスティン 氏は 知立市 に住んでいる
- 7) もし キルスティン 氏が 名古屋市 に住んでいるなら、スカーレット 氏は 知立市 に住んでいる
- 8) もし キルスティン 氏が 知立市 に住んでいるなら、スカーレット 氏は みよし市 に住んでいる
- 9) もし キャメロン 氏が 知立市 に住んでいるなら、スカーレット 氏は 刈谷市 に住んでいる
- 10) もし スカーレット 氏が 知立市 に住んでいるなら、ドリユー 氏は 名古屋市 に住んでいる
- 11) もし キャメロン氏が 名古屋市 に住んでいるなら、キルスティン 氏は 刈谷市 に住んでいる
- 12) もし ドリユー 氏が みよし市 に住んでいるなら、キルスティン 氏は 名古屋市 に住んでいる

この問題は論理的に考えていくことで1つの答えにたどり着く。「やれば、できる」問題である。この論理パズルを自分が解ける、で終わりではなく、他人に分かりやすく説明することを学生に要求した。学生のいろんな解答を聞いていて、論理の流れを図にして説明すると分かりやすいということが聞いている側に十分伝わったと思うし、学生の感想にも多かった。あくまで断っておくが「分かりやすい」とは各個人の感覚、すなわち相対的なものであり、絶対的なものではないことを注意しておく。

事前に提示し、次週各班として発表してもらうパズル問題1は次の金貨問題（天秤問題）である。

13枚の金貨がある。この中に偽物が1枚だけ混じっており、偽物は本物の金貨と比べてわずかに重さが異なるが、外見上の区別は無い。天秤を3回使って偽物を見分ける方法は？また、別解は？さらに、天秤を4回使って偽物を見分けるには金貨は何枚までOKか？さらに、5回となると？それらの一般化は？

この問題のねらいはその「一般化」にあった。具体的な数値を与えた金貨問題は、「やれば、できる」問題だからである。残念ながら、この問題の一般化について考察して来た学生は約80名中1名のみであった。他の学生（班）においては、すべて、最初の13枚の金貨から3回天秤を使って偽物を見分ける方法についての考察であった。

また、どのような問題設定にするのか、が別のねらいとしてあった。それゆえ、問題を提示した時に、偽物の金貨は本物と比べて重いんですか？軽いんですか？と言う（良い）質問があったので、その辺のルールは各自、各班で決めて下さい、という指示を与えた。多くの班において、偽物の本物に対する軽重は分かっていないと言うルールの下での解答を与えていた。

その他、川渡りのパズル問題やハノイの塔の一般化についての課題を与えた。ハノイの塔の一般化に関しては、一番最後のAグループのみに与えた問題であるが、すべての班が数列を用いて一般化していた。詳細は省く。

### § 3-2 問題2「不定積分と原始関数について」

この問題は与えられた数学用語について考察し、説明してもらう問題である。この問題で学生に知ってもらいたいことは、教科書によって数学用語の定義が異なる場合があるということである。この事実から数学では定義の大切さを認識して欲しいというねらいがあった。また、ある言葉（単語）を「聞いたことがある、見たことがある」と、「理解している」とは違うということも認識して欲しいねらいもある。このことは先のパズル問題においても、「自らが問題の答えを出せる」ということと「他人に問題の答えを教える（説明する）」ということの違いに似ている。

この問題においては、こちらのねらい通りの感想が多かった。すなわち、今まで使ったことのある言葉でも、実は正確に理解はしていなかったことを知った、と言う感想が多かった。しかし、最初に危惧していた通り、調べて来たことを「朗読する」と言う発表も見受けられた。もちろん、深く追求すると実際はとても難しい問題なのではあるが、そこまでいかないまでも、「朗読」発表に過ぎなかった班もあった。

例えば、

微分方程式  $F'(x) = f(x)$  を満たす解  $F(x)$  のことを  $f(x)$  の原始関数といい、微分方程式の一般解  $F(x)$  のことを  $f(x)$  の不定積分という

これはWikipediaに載っている説明である。この説明を「朗読」する場合、キーワード「微分方程式」「(微分方程式の)解」「(微分方程式の)一般解」とは何かを説明する必要がある。(現時点で1年生は微分方程式を未履修であるため。)ここでは、「みんながわかる言葉で説明を与えるべきである」「みんなが分からない言葉を使うなという訳ではなく、使っても良いが、その場合は必ずその言葉に対する説明をつけるべきである」と指示する。

その他、2つ目のグループ以降、「実数とは?」や「ポーカーの問題」を提示した。この問題2は少し難しいと思ったので、2つ目以降のグループにおいて、「実数とは?」と言う問題を提示した。この問題も問題2と同様に単語は知っているが、「実数」を数学的に理解することはとても難しい。その難しさだけでも知ってもらえれば、と思って出題した。一応、問題2とはほぼ同じ内容である予想通りの感想が多かった。しかし、やはり難しい問題であることはこちらも理解しているので、最後のAグループにおいては、「ポーカーの問題」を提示した。しかし、どの班もやってこなかったため、ここでは問題とともに省略する。

### § 3-3 問題3「実数の連続性について」

実数の連続性とは解析学における公理である。数学的にはとても重要な事柄である。しかし、その内容の困難さのハードルは雲よりはるかに高い。あえて、その問題にチャレンジしてもらった。少なくとも、実数の連続性と言われる命題が複数あり、そのどれを公理に選んでも、互いに同値であることが証明される関係にある、と言う事実を知っておいてもらえればという願望の下

で出題した。

やってみて、先生としては「悪くはない」という感想をもつ。どういう意味かと言うと、やはり、「朗読」の発表がほとんどであった。そう言う意味ではこの問題は失敗であった。しかし、実数の連続性の全体的なつながりを図示した発表や、全体の証明すべてを与えるのではなく、自分たち（の班）が理解できる一部分の証明を与えた発表など、分からない中で、もがきながらも発表と言う形に持ち込んでいる努力が伺えたことはとてもすばらしいと思った。

学生の反応は難しすぎる、理解できない、が多かった。来年度もこの問題はチャレンジさせたいとは思っているところだが、改善点の1つであることは間違いない。

### § 3-4 問題4「有理化って何？」

最後に「有理化って何？」と「有理化って〇〇？」と言うオリジナルの問題を作って、その答えを与えよ、という課題を提示した。最初の「有理化って何？」と言う質問はとても曖昧なので、各班で好きなように解釈して良い、と指示してある。例えば、「有理化は何のために必要なのか？」と言う問題に変えて、その間に答えを与えるなど。

有理化は中学生の時に習うので、素朴に答えてもらえれば良いとこちらは考えていた。しかし、前回、前々回の内容のハードさからか、難しく説明を与えようとしている班が多かった。結果、「朗読」に終わる班があった。そんな中でも独自(!?)の視点からの発表もあったのは良かった。無理数の近似値の計算のため（分母の有理化）、関数、もしくは数列の極限を求めるとききの不定形を回避させるため（分母、もしくは分子の有理化）、など。

2つ目以降のグループにおいては、「数学の『素朴な疑問』について問題提示し、その問題に答えを与えよ」と言う問題も与えた。2つ目のBグループにおいては一人の学生が複数の「素朴な疑問」を提示し、それに対する独自の答えを用意するなどの発表をし、クラスを盛り上げてくれた。この設問は来年度も続けてみようと思った。

## § 4 学生の感想

学生の感想を「発表」「班」に関すること、「その他」に分けて以下に与える。

### 発表に関すること

- ・発表すること、他人に分かりやすく伝えること、の難しさを知った
- ・自分で納得するまで調べ、考えることの大切さが分かった（調べて発表するということは、調べた内容を自分で理解しなければ発表することは出来ない）
- ・他人の発表を聴くことはとても勉強になった（書いて来たレポートを唯読むだけでは分かりやすいことはない）
- ・なぜと思うことを大切に、根本からの理解ができるような勉強をしていきたい
- ・今まで使ってきた言葉だけど、何も考えずに使っていたので、改めて調べてみると知らないこ

とが多くあった（言われないと調べることはないので良かった）

- ・当たり前と思っていたことを論理的に理解し直す良い機会
- ・自分で調べたことを班員に伝え、クラスに発表することは教員になる上で大切なことだと思う
- ・今までずっと答えさえあれば良いと思っていたので、その答えを出すまでの過程を示すのがどう説明していいかわからなかった
- ・自分で解けることと、前にたって説明することはやっぱり違うと思う

### 班に関すること

- ・今まで話したことの無い人とも話せるようになり、生活面でもサポートしてもらったように感じる
- ・仲間とともに考察を深める機会もあり、新しい発見もあり、良かった。楽しかった
- ・グループワークをしているのだが、非協力定な人もいる場合は、意味が見いだせない
- ・みんなとの話し合いが出来ない（話し合う時間が授業中に欲しい）
- ・班でやるので妥協できない
- ・話し合う力、プレゼン力も身に付いた
- ・役割分担をしていた（これによって責任感が生まれる）
- ・グループで意見を出し合いレポートを完成させたり、前に出て発表する機会が（今まで）なかったのが、貴重な授業だった
- ・グループでレポートを考えたり、発表することは将来においても必要なコミュニケーション能力を鍛える良い機会になりました

### 悪いところ

- ・スクリーンに映った映像が見難いときがあった（画面が見難かった）
- ・1つの問題を6つの班で解き、解説するため、内容がかぶり聞き飽きる（発表が躊躇われる）  
（班ごとに違う内容にすれば聞き飽きることはない）  
[逆]：いろんな人の発表が聞け、内容の理解を深めることが出来た。発表者によって雰囲気  
が違う

### その他（この講義に関して）

- ・バランスが取れていた講義だった。頭を使ったゲームをして楽しみつつも、数学的アプローチをしてみたり、なかなかおもしろかった
- ・先生が少しのルールを与えるだけで口出ししないこと（理由：自分たちで考えなくてはならない）
- ・パズルを扱ったので、興味を持って臨めた
- ・「調べる」ことに対する抵抗が減った（調べる力がついた）

### その他（数学的）

- ・黄金比とかはよく聞くけど、他にもどんなものがあるのか調べたい
- ・「素朴な疑問」について深く時間を使って考えたい。良かった
- ・もう少し基礎的な内容であって欲しい（難易度が高い）
- ・難しい問題だとみんなどこかの文献を丸写しで発表していて余り面白くなかったの、最後の授業のように自分が疑問におもうことなどを自分で考えて発表できるようにすると良いと思う

### その他（初年次演習全体を通して）

- ・初年次の授業の目的がバラバラで何だったかよく分からない
- ・初年次演習の講義を通して、楽しんで学ぶという学び方が身に付いたような気がします
- ・この授業が（3つの中で）一番大変だった。なぜなら、毎回問題（宿題）が出されたから

### 最後に面白いと思った感想を与える。

- ・この授業はやって正解だと思う。
- ・微積の授業では、先生は恐くて冷たい先生だと思い、微積の講義が嫌だった。だけど、印象が変わって、初年次演習での先生が優しく温かい先生だと分かった。

## § 5 改善点等

最初のグループでは制限時間を設けた。このことにより、中身の無い、表面的な発表が多い印象を受けたため、二つ目のグループでは制限時間を設けなかった。これにより、中身のある発表に変わったのは良いが、学生の感想に、

- ・制限時間を設けて、もっと多くの人に発表させれば良い
- ・制限時間を設けるべき。限られた時間で調べたことを発表する能力が身に付くから
- ・より多くの人意見が聞けるから

と言う意見が出た。それを受けて最後のグループでは、制限時間は設けないが、長過ぎる発表はこちらの判断で打ち切ることにする、というルールに変えた。

発表は基本的に書画カメラを使用した。聴衆は聞いているだけでは頭に入ってこないため、最後のAグループからは事前に先生のところへ発表原稿を提出し、そのコピーを発表前にみんなに配る事にした。本来は、みんながある程度調べており、ある意味、すべての学生の共通認識の下で、発表が進んでいくことを想定していたが、調べて来ている学生は班の中で数名であるという現実や真剣に聞いている学生のためにも、コピーを配ることにした。コピーを配ること自体は悪いことではなく、むしろ各自のペースで自分たちの班の発表内容と照らし合わせる事が出来る利点がある。

学生からの意見、感想を最初のC、Bグループでは授業の最後15分間を使って書いてもらった。時間が少ないからなのか、表面的な意見が多かったという印象を受けた。よって、最後のA

グループにおいては1週間の時間を与えた。そのためか、しっかり考えられた文章で意見、感想を書いて来てくれた。

## § 6 最後に

最初は純粋に数学をしようと思っていた。具体的には、大学1年次で多くの学生が挫折するイプシロンデルタ論法の意味やそれ自身に慣れてもらおう授業をやろうと思っていた。しかし、何度か初年次演習の委員会に出席して委員会の中で出てくる意見を聞いていると、もっと大学での授業がスムーズに行くようなことをやらないと行けないのかな?と思うようになった。具体的には、今まで1年生の微積を担当し続けてみて学生に足りないと感じることが「レポートの書き方」(証明の書き方)やレポートでの論理的思考力である。

レポートの書き方については、日本語になっていない、主語が無い、述語が無い、などがある。おそらく、書いている本人も何を書いているのか分かっていないのではないかとと思われるレポート等もある。微積の授業では、定理の証明が大部分を占めている。そんな中、おそらく、先生は何をやっているんだろう?と思っている学生が多くいることを実感していた。学生にとって、定理や公式は天から降ってくるものであり、先生が言うことはすべて正しい!というかなり受動的な姿勢に驚愕した。その意味については特に問われない計算方法が与えられ、ただその方法の通りに計算すれば良いという高校数学に慣れており(もちろん、常套手段としての計算方法は重要である)、何かを論理的に考えていくと正しい結論が得られると言うことを経験していないのであろう。

また、理学部数学科でない学生に純粋数学を教えることにどれほどの意味があるのか?という疑問が教えていて沸々と湧いて来ていた。純粋数学をここで教えることに否定的と言う訳ではない。純粋数学を教える以前の問題で、数学的思考力の欠如する学生に対して、他のアプローチがあるのでは?と思っていた。そんな中、今回の初年次演習という授業において、少しいつもとは違った取り組みをしてみたいと考えるようになった。最初に思いついたのは、みんなで楽しく数学が出来るためのグループワークである。これは数学の学生ではほぼ無縁のことであろうゆえに、やってみると面白いと考えた。また、レポート課題において、知っておいてほしい最低限のこととして、調べ学習を取り上げてみた。これら二つの事柄の後、必要となるのはプレゼンであろうことから、これら3つの事柄に重きを置いた取り組みを試みた。

今回の初年次演習で特に注意したことは、彼らの発表に対してこちらが必要最低限以外の意見を言わないように気をつけた。ただでさえ、私は駄目だしをするタイプなので、このルールが一番自分にとって意見を我慢するのが難しかった。また、各班に名前をつけさせた。これが予想外に学生にウケた。各グループの班分けのときに、名前を知らない学生同士が自己紹介した後、その彼らが最初に行う共同作業という意味合いもあり、とても、和やかな雰囲気が進んでいった。さらに、自分たちが付けた名前ということもあり、愛着がわくのであろう。それによって、そのチーム(班)を大切に思ってくれれば尚良いことである。



学生の感想の中にもあったが、「朗読」発表は聞く学生の態度が露骨に悪くなる（眠ったりする）ので、こちらが言わなくても、自分の発表は足り無いところが多かった、と気が付いてくれる。ただ、自分の発表の何処がまずかったのか、何が足りないのかを各自よく吟味してほしい。残念ながら単なる「調べ学習」で終わっている学生がいる。すなわち、Wikipediaなどを写してきて、それを黒板の前でただ、読んでいる。（もちろん、課題の難易度に問題があることが理由であろう）そういう発表がすべての班で行われたこともあり、各班において内容が違う問題にして欲しかった、とか、同じ内容だと発表が躊躇われると言う意見がでたのであろう。

最後に一人の学生の感想を載せておきたい。私が言いたかったこと、もしくは言いきれなかったことを書いてくれているような内容であり、私自身の言葉で表現するより、実際に授業を受けた学生の言葉の方が説得力があると思い、本人の了承を得、ほぼ全文を載せることにした。すべての学生にこちらの意図が伝わったとは思わないが、今回の初年次演習で学んだことや感じたことが将来教師になる時に役立つものになれば幸いである。

「先生が僕たちに出してくる問題や疑問は答えを出すのにとっても苦勞するもので、その分解きがいがありました。自分が発表したのは「不定積分と原始関数の違い」についてだけでしたが、みんなの前に立って、話をするときの緊張感はとてつごいものでした。

自分が教師になったとき、生徒は自分が言ったことが正しいのだと鵜呑みにすると思います。そうなる自分がやるべきなのは今回のように調べるといことと調べたことが本当に正しいのか判断できる力を手にすることだと思います。

今回の授業でおもしろされました。

自分が発表した直後、どこからか「完璧やん」と言う言葉が耳に入りました。たしかに自分が納得し、理解した上で自信を持って発表しましたが、その一言が聞こえた瞬間、一瞬不安になりました。本当は自分に自信がなかったからかもしれません。でも、自分に自信を持って生徒に正しいことを伝えるのが教師の使命だと思います。今回のこの授業は良いことを感じさせてくれるいい授業だったと思います。これを機会に一度自分を見つめ直したいです。』