

活用する力を育てる算数の学習指導 ～数学的モデリングに焦点を当てて～

名古屋市立名城小学校 神 谷 佳 和

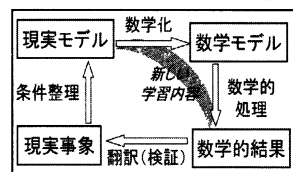
1 主題設定の理由

PISA をはじめとする国際調査や全国学力学習状況調査の結果から、基礎的・基本的な知識・技能は身に付いているが、それを日常生活や発展的な学習等に活用する力が十分に育っていないことが明らかになった。

そこで、清水（2012）は、これらの子どもたちの学習状況を受け、「状況に埋め込まれた場面で問題を解決する際に、習得した知識や技能の中から必要なものを選び、それらを組み合わせで処理し、得られた結果に基づいて判断することができていない」と指摘している。そして、「われわれの判断には、過誤がつきものであり、そのことをわきまえれば、判断について振り返り確認することが適切にできるようにすることも意図的に指導する必要があるだろう」と述べている。すなわち、日常生活で直面する課題に算数などの程度活用できるか検証するような活動を取り上げることで、子どもたちは学習した知識の新たな使い方が分かるようになり、活用する力を育成することにつながるのではないかと考える。

そこで、私は「数学的モデリング」に着目した。「数学的モデリング」とは、現実世界の問題に対して、それと同型な数学モデルを使い、問題解決を考えていくことである。まず、現実事象（現実の問題場面）において条件整理を行い、現実モデルを作る。次に、現実モデルを数学化して数学モデルを作り、数学的処理を行う。そして、得られた数学的結果が、もとの現実事象に合うかどうか翻訳（検証）する。この過程を図式化すると、

「数学的モデリング」の過程



右図のようになる。私は、この「数学的モデリング」は、単元の学習を終えてから行われる発展的なものではなく、数学化や数理的処理をする際に新たな学習内容を位置付けることができ、単元の途中でも取り組ませることができる学習であると考えた。

そこで、私は活用する力を以下のように捉え、「数学的モデリング」に焦点を当てた実践を行っていくことで育成していきたいと考えた。

活用する力＝現実の問題場면을数理的に捉え、自分の知識や技能を活かして解決することができる力

2 研究の仮説

「数学的モデリング」の活動を取り入れた学習過程の工夫をしていくことで、子どもたちの活用する力を育てることができるのではないかと考えた。

3 子どもの実態と反省

本学級（第4学年）の子どもは、先行知識が豊富で計算の技能が高い子どもが多くいる。しかし、自分のもっている知識に依存してしまう傾向があり、日常生活の問題になると、解決するために何が分かればよいのか条件を整理することができず、すぐに解決をあきらめてしまう

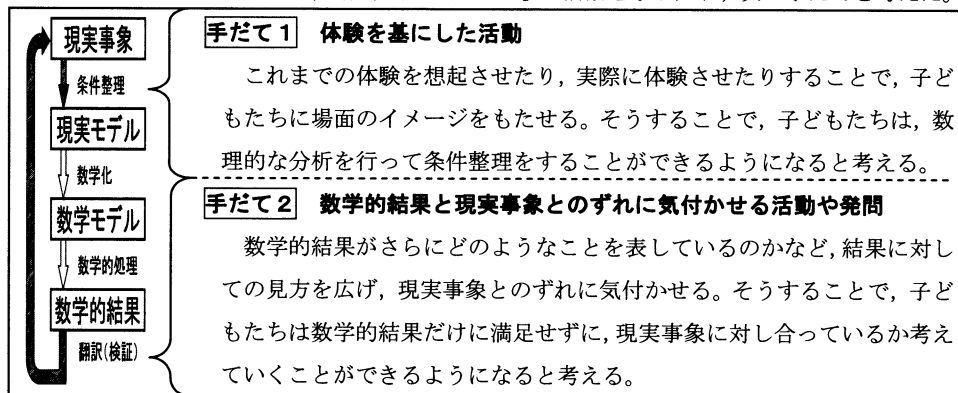
子どもがほとんどである。また、問題を解決し一つの結果が得られると、そこで思考を止めてしまい、本当にその結果は求められていることとして正しいか、問題を振り返ろうとしない。

これには、次のような原因が考えられる。

- 日常生活の問題において、解決に必要な条件を整理するための手だてが不十分であった。
- 解決から得られた結果が、本当にそれでよいか考えさせる手だてが不十分であった。

4 活用する力を育てるための手だて

活用する力を育てるために、「数学的モデリング」の活動を取り入れ、次の手だてを考えた。



5 実践の内容

第1実践 「面積」(4/11)

(1) **本時の目標** 長方形や正方形の面積の公式を m^2 単位になっても活用して、それらの面積を求めることができる。(数学的な考え方)

(2) **取り扱う教材と数学的モデリングの過程**

《現実事象(問題場面)》

クラスみんなでドッジボールをします。外野の横当てはなしにします。コートはどれくらいの広さにしたらよいでしょう。

《現実モデルをつくるための条件》

- 使えるラインカーは赤白1つだけ。
- ラインカー1つで、36mの線が引ける。
- 外周線は白、中央線は赤で引く。

本学級の子どもたちは、休み時間になるとよくドッジボールをしている。そこで、コートをかくことを現実事象として、現実モデルをつくっていくことにした。

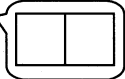
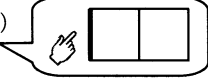
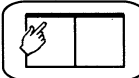

「ラインカー1つで、36mの線が引ける」ということは、長方形のまわりの長さが36mであることを意味している。そのような長方形の面積を求めるために、数学モデルとして面積の単位 m^2 を導入し、面積の公式が使えることを確認する。そして、形と面積の両方を加味し、どの長方形がコートとしてふさわしいかを検証していく。

(3) **手だて**

手だて1 これまでにコートをかいた体験を想起させることで、子どもたちに長方形のまわりの長さや面積についてのイメージをもたせる。そうすることで、子どもたちが、コートの広さを考えるための必要な条件を整理し、現実モデルをつくることができるようにする。

手だて2 数学的結果（面積の数値）だけで考えるのではなく、縦や横の長さにも目を向けて図にかくことで、現実事象とのずれに気付かせる。そうすることで、どの長方形がコートとしてふさわしいか検証していくことができるようにする。

(4) 授業の様子

教師の主な働きかけ	子どもの主な反応・活動																														
<p>《現実事象》 クラスのみんなでドッジボールをします。外野の横当てはなしにします。コートはどれくらいの広さにしたらよいでしょう。</p>																															
<p>T: いつもみなさんがやっているドッジボールのコートは、どんな形をしていますか。</p>	<p>C: (黒板にかく) 長方形で、真ん中に線を引きます。 </p>																														
<p>T: コートはどうやってかきますか。</p>	<p>C: まっすぐな線でかきます。</p>																														
	<p>C: 足でかきます。</p>																														
	<p>C: 踏んで消えないように、木の枝でかきます。</p>																														
	<p>C: ……。</p>																														
<p>T: 今回は、赤白1つずつのラインカーでかきます。長方形のまわりの線は白、中央の線は赤でかきます。コートの広さを考えるときは、どうしたらよいでしょうか。</p>																															
<p>T: 赤線は気にせず、白線からかきましょう。まず、どこからかきますか？</p>	<p>C: (黒板の図を指しながら) 縦からかきます。 </p>																														
<p>T: どれくらいの長さをかきますか。</p>	<p>C: 人数に合わせて、およそで長さを決めます。</p>																														
<p></p>	<p>C: 私は横からかくけれど、同じようにおよそで長さを決めます。</p>																														
	<p>C: この2つをかけばコートの広さは決まります。</p>																														
<p>T: そうですね。ちなみに、ラインカーは1つで36mの線がかけるとしましょう。</p>	<p>C: 長方形のまわりの長さが36mということです。</p>																														
	<p>C: 36mより短くてもいいですか？</p>																														
	<p>C: でも、できるだけ広い方が動きやすいから、とりあえず36m分で考えてみたらどうですか。</p>																														
<p>《現実モデル》 まわりの長さが36mの長方形の形をしたコートをかきます。縦と横の長さを決め、面積を求めましょう。</p>																															
<p>○ ここで、面積の単位m^2について知らせ、面積の公式が使えることを確認した。</p>																															
<p>《数学モデル》  長方形の面積 (m^2) = 縦 (m) × 横 (m)</p>																															
<p>○ 一人一人、縦と横の長さを決めて面積を求めさせ、表にしてまとめた。</p>																															
<p>《数学的結果》</p>	<table border="1"> <tr> <td>縦 (m)</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>横 (m)</td> <td>15</td> <td>14</td> <td>13</td> <td>12</td> <td>11</td> <td>10</td> <td>9</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>面積 (m^2)</td> <td>45</td> <td>56</td> <td>65</td> <td>72</td> <td>77</td> <td>80</td> <td>81</td> <td>80</td> <td>77</td> </tr> </table>	縦 (m)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	横 (m)	15	14	13	12	11	10	9	8	7	面積 (m^2)	45	56	65	72	77	80	81	80	77
縦 (m)	3	4	5	6	7	8	9	10	11																						
横 (m)	15	14	13	12	11	10	9	8	7																						
面積 (m^2)	45	56	65	72	77	80	81	80	77																						

<p>T：なるほど。1辺が9mの正方形の形をしたコートで、ノートにかいてみましょう。</p> <p>T：面積だけでなく、形も考えないといけませんね。意外なことに、この変なコートのときが、一番面積が広いのです。</p>	<p>C：一番広いのは1辺が9mの正方形のときです。</p> <p>C：変なコートになってしまいました。</p> <p>A：でも、計算したら一番広いから……</p> <p>おかしいな。計算を間違えたのかな。</p> <p>A：……。 (不満そう)</p> <p>C：縦6m、横12mの長方形だと、各チームのコートの形が正方形になります。</p> <p>C：一番面積の広いものと比べても、9㎡しか変わらないから、これがよいと思います。</p>
<p>学級活動で、縦6m、横12mのコートで実際にドッジボールをやってみた。子どもたちはいつも横当てが認められているルールで行っていたこともあって、外野にパスをしようと思ってもボールが届かない子どもがいた。そこで、もう一度、数学的結果を検証し直し、縦7m、横13mのコートで行うことを決めた。実際にドッジボールをやってみると、みんなで楽しむことができた。</p>	

(5) 考 察

手だて1 コートの図をかき、「まず、どこからかきますか」と、順を追って体験を想起させていったことで、長方形のまわりの長さに関わる発言を引き出し、現実モデルを作ることができた。しかし、「足でかきます」など、面積には関係のない発言ばかりが真っ先に出てきてしまった。これは、「どうやってかきますか」という発問が、広さを考える上で曖昧であったことが原因であると考えられる。今後は、気付かせたい条件に子どもたちの目が向くような状況を作ったり、発問したりしていく必要があると考えた。

手だて2 数学的結果を図で表してみたり、実際にドッジボールをやってみたりすることで、数学的結果と現実事象のずれを実感し、検証していくことができた。しかし、1辺が9mの正方形のコートを図に表しても、数学的結果に執着して、現実事象に合っているか検証できない子どもがいた。算数の世界からではなく、現実の世界から数学的結果を見る目を養うために、教師が一方的に教え込むのではなく、班で友達と意見を出し合い、練り合っていけるようにしていきたいと考えた。

第2実践 「がい数とその計算」(1/8)

(1) **本時の目標** 四捨五入による概数の表し方を理解し、ゲームの中で活用し、概数の表す範囲を考えていくことができる。(数学的な考え方)

(2) 取り扱う教材と数学的モデリングの過程

<p>《現実事象(問題場面)》</p> <p>概数ゲームをします。みんなで楽しむことができますか?</p> <p>①袋A(4・5)からカードをひき、百の位におく。</p> <p>②袋B(0~9)からカードをひき、十の位か一の位におく。</p> <p>③袋Bからもう一度カードをひき、のこりの位におく。</p>	<p>《現実モデルをつくるための条件》</p> <p>○ 約400チーム 対 約500チーム。</p> <p>○ カードをひいてできた数が約400なら約400チームに、約500なら約500チームに1点が入る。</p> <p>○ 各チーム2回ずつ行い、合計4回分の得点で勝敗を決める。</p>
---	--

ゲームをする場面を現実事象とした。「概数」という算数的な要素が初めから入ってはいるが、ただ取り組ませるだけでは、子どもたちにとってゲーム的な要素の方が強く作用すると考える。そして、ゲームの条件として、勝敗の決め方について考え、現実モデルをつくっていくことにした。

450が出た場合を取り上げて範囲の曖昧さを感じ取らせた後に、数学モデルとして四捨五入による概数の表し方を導入する。そして、数学モデル（四捨五入）を使ってゲームを行い、数学的結果を出す（勝敗を決める）。ただ、このゲームは約500チームの方が有利である。そこで、現実事象を振り返り、どのようにゲームの内容を変更すればみんなが楽しめるのかを考えていく。

(3) 手だて

手だて1 手順をあらかじめ伝えてゲームを体験させ、勝敗の決め方へのみ目が向くような状況をつくることで、子どもたちが範囲の曖昧さに気付くことができるようにする。

手だて2 約500チームばかりが勝っていることに気付かせて、このゲームがみんなで楽しめるか班で考えさせることで、どのようにゲームの内容を変更すればみんなが楽しめるのか、考えていくことができるようにする。

(4) 授業の様子

教師の主な働きかけ	子どもの主な反応・活動
○ およその数のことを概数といい、日常生活でたくさん使っていることを確認した。	
〈現実事象〉 概数ゲームをします。みんなが楽しむことができますか？	
T：ゲームをやってみましょう。	C：どうやって勝敗を決めるのか分かりません。
T：カードをひいて、どんな数ができますか。	C：「四百いくつ」と「五百いくつ」になります。
T：そうですね。このゲームは、約400チームと約500チームに分かれて競います。	C：分かりました！400に近いと約400チームの勝ちで、500に近いと約500チームの勝ちです。
T：なるほど。そうしましょう。勝った方に1点です。それを各チーム2回ずつ行い、合計4回分の得点で勝敗を決めます。	C：先生、はやくゲームをやりたいです！
○ ゲームを始めると、552が出て勝敗を決めるのに困っていた班があったので、それを取り上げた。	C：552が出ました。百の位に5が出たから約500チームに1点だと思ったけれど、でも600に近いという意見もあって……困っています。
T：600に近い場合はどちらも0点にしましょう。	C：600に近いのかな……？真ん中の辺りは分かりにくいです。
〈現実モデル〉 概数ゲームをします。約400と約500の表す範囲はどのように考えたら、みんなが楽しめるでしょうか。	
○ 413と482が400と500のどちらに近いのか、数直線を使って確認した。	C：先生、450はどちらに入りますか？
○ 四捨五入による概数の表し方を説明した。	C：ちょうど真ん中だから分からないよ……。
〈数学モデル〉 四捨五入で、百の位までの概数で表す。	
○ 出た数字を書き、四捨五入をした様子が分かるように書かせた。	
〈数学的結果〉 ある班の結果	
$\begin{array}{l} 5 \cancel{0} 2 \rightarrow 500 \quad 5 \cancel{7} 6 \rightarrow 600 \\ 4 \cancel{0} 9 \rightarrow 400 \quad 4 \cancel{8} 2 \rightarrow 500 \end{array}$	

<p>T：どちらが勝ちましたか？</p> <p>○ 約 500 チームが勝った班が 5 つ、引き分けが 1 つであったことを確認した。</p> <p>T：この結果を基に振り返ってみましょう。みんなで楽しむことができますか？</p> <p>T：グループで話し合ひましょう。</p>	<p>C：私の班は、約 500 チームが勝ちました。</p> <p>C：約 400 チームは、どこの班も勝っていないね。</p> <p>C：約 500 チームの方が強そうなので、楽しめな いかもしれません……。</p> <p>A：でも、チームはジャンケンで決めればいいと 思います。ジャンケンをするときからドキドキ して楽しめます。</p>
<p>＜A 児の班の話し合いの様子＞</p> <p>C：楽しめません。約 400 チームの範囲は、400 から 449 までで、約 500 チームの範囲は 450 から 549 までです。約 500 チームの範囲の方が広いです。</p> <p>A 児：でも、ジャンケンをするときからドキドキして……。</p> <p>C：そうかもしれないけれど、A の袋の 5 を抜いてしまえば、平等にならないですか？</p> <p>A 児：本当だ！範囲の広さが同じになります。だったら、その方が楽しめるかな……。</p>	
<p>T：どちらのチームも平等にするためには、 どうしたらよいでしょう。</p>	<p>C：A の袋を 4 だけにするといいと思います。</p> <p>C：A の袋に 3 を入れるのもいいと思います。</p>

(5) 考 察

手だて 1

手順をあらかじめ伝えてゲームを体験させ、勝敗の決め方へののみ目が向くような状況をつくることで、子どもたちは、勝敗の決め方について、概数に着目して条件を整理し、範囲の曖昧さに気付くことができた。

手だて 2

約 500 チームの勝ちが多いことを伝えて班で話し合ったことで、「チームはジャンケンで決めれば……」と言っていた A 児も、概数の表す範囲の広さを同じにする考えに納得することができた。そして、クラス全体で A の袋のカードをどうすれば平等になるか、考えていくことができた。しかし、ここでも発問の曖昧さが課題となった。「楽しめる」という言葉には、「平等だから楽しめる」「ドキドキするから楽しめる」……など、様々な捉え方がある。今後も、言葉を精選し、子どもの思考が同じ方向に向くような発問を考えていく必要があると考えた。

6 研究のまとめ

私は、「数学的モデリング」の活動を取り入れた学習過程の工夫をしていくことで、子どもたちの活用する力を育てることを目指して、実践を行ってきた。

これまでの体験を想起させたり、実際に体験させたりして、子どもたちに場面のイメージをもたせることで、子どもたちは条件整理をすることができた。また、数学的結果に対しての見方を広げ、現実事象とのずれに気付かせることで、子どもたちは数学的結果に満足せずに現実事象に目を向けることができた。ただ、言葉を精選し、子どもの思考が同じ方向に向くような発問を考えていくことに課題が残った。

今後も、子どもたちの活用する力を育てられるように、実践を積み重ねていきたい。

<p>＜主な参考・引用文献＞</p> <p>清水静香(2012)「算数科の学習指導の改善—学びの質の向上に視点を置いて—」 第9回国立教育研究(福岡)大会 幼稚園・小学校部会講演資料</p> <p>脚本 哲(2011)「数学的モデリング 本場—公立小学校の力—」明治図書</p> <p>中原忠男(2008)「算数科 PISA型学力の教材開発と授業」明治図書 p9-41, 80-81</p>	<p>河上 章・松野昭雄(2011) 「小学校における数学的モデリング指導の新たな可能性—現実世界における課題 場面からの問題設定—」日本教育学会年会論文集 Vol 35 pp111-114</p> <p>福永 敦(2012)「算数を100倍楽しくする！ オープンアプローチ」明治図書</p>
---	--