

問題解決の過程を重視する生徒の育成 ～試行錯誤して問題を追究する平方根の授業を通して～

長久手市立長久手中学校（前任校 長久手市立南中学校） 加藤 良

1 主題設定の理由

平成 24 度から全面実施された学習指導要領では、数学的活動が重要視されていることがわかる。それに対し、本校の生徒は既習の内容を活用し数理事象を深く追究するような活動は苦手である。途中の考え方や計算式よりも、答えさえ合っていればよいと考える生徒が多いのを感じる。私自身の授業を振り返ってみると、多様な考え方が出るような問題を扱う時間が短く、計算問題の解き方に重点がおかれていたのではないかと感じる。そこで、教え込めば簡単に要点をおさえられる内容こそ、じっくりと時間をかけて指導する。その意味や概念に触れさせることのできる課題を通し、試行錯誤させたい。このような数学的活動を設定することで、すべての生徒が数学的な見方や考え方を育み、数学を学ぶ喜びを味わうことで、さらに深い理解が得られるのではないかと考える。

2 研究の内容

(1) 目指す生徒像

単に計算問題を解いて正しい答えを求めるだけでなく、その数自身について追究したり、計算方法を自ら導いたりすることに意欲的に取り組み、喜びを感じることできる生徒

(2) 研究仮説

仮説 1 既習の数学を基にして自ら数学的概念を習得できる課題を設定すれば、試行錯誤を重ね、より深く理解することができるであろう。

仮説 2 自力解決させる際に、電卓やパズルなどの教具を与えれば、追究する喜びや粘り強く課題に取り組む力を育むことができるであろう。

(3) 実践単元 3年生「平方根」

(4) 研究の手だて

① 仮説 1 に対応した手だて

実践 I では、あえて最初には平方根の定義をせず、面積が 8 cm^2 の正方形を図示してその 1 辺の長さを詳しく追究する活動を取り入れる。これまでに学習した数の概念では、どれだけ追究しても真実にたどり着くことはない。しかし、正方形の 1 辺の長さという実際に存在する数について試行錯誤を重ねさせる。そうすることで、2 乗して 8 になる数は既習の数字

では表すことができないことを実感させ、理解を深めさせていく。

実践Ⅱでは、あえて最初に根号をふくむ式の和と差の計算方法を示さず、タングラムで正方形をつくらせる。その1辺の長さを様々な表現方法で求める活動を取り入れる。 $\sqrt{\quad}$ や小数、 $\sqrt{\quad}$ の和の形など様々な表現ができるが、同じ正方形の1辺の長さを表しているものはすべて数として等しいことをおさえ、等式をつくらせる。その等式から、根号をふくむ式の和と差の計算方法について考えさせ、より深く計算方法を理解させていく。

② 仮説2に対応した手だて

実践Ⅰでは、新たな数を導入するに当たり、試行錯誤させたい内容は新たな数についてであるため、四則計算そのものにつまずかないように電卓を使用させる。電卓を用いて少しでも計算を省略しながら取り組ませ、2乗して8になる数がどんな数なのかを追究する喜びや粘り強く課題に取り組む力を育てていく。

実践Ⅱでは、タングラムを用いて生徒自身に正方形を作成させる。タングラムのピースを自ら動かし、形を作っていく作業を行うことで、正方形の1辺の長さの表し方に注目させる。それにより、根号をふくむ式の和と差の計算方法について粘り強く考えさせ、追究する喜びを与えていく。

(5) 抽出生徒

今回の研究の仮説を検証するために、以下の3名を抽出生徒とした。

生徒	生徒の様子	教師の願い
A	基礎的な計算力だけでなく数学的な見方や考え方も身につけ始めてきた。挙手・発言が多だけでなくプリントなどの記述も丁寧である。	基本的な内容は確実にこなせるようになってきた。答えに至るまでの過程に重きをおかせ、なぜこうなるのかという視点を常にもたせたい。
B	わからない問題があると、教師や友人に質問して解決しようとすることができる。しかし、理解力や応用力には欠ける部分がある。	単純な計算問題でも誤る場合がある。また、授業ではできていても、後日確認すると覚えていないことがあるため、基礎的な内容を確実に理解させたい。
C	教師の支援がないと、簡単な計算問題もままならない。数学ができるようになりたいという思いは強いものの、集中力は続かない。	教師や友人の支援なくして、問題の解決は難しいが、自分自身の力だけで答えにたどり着いたと思える瞬間を多く味わわせたい。

3 研究の実践

(1) 実践Ⅰ ～電卓を用いて正方形の1辺の長さを求める活動を設定して～

① 授業の内容

本時の課題を「面積が 8 cm^2 の正方形の1辺の長さを求めよう」として提示した。導入として、 8 cm^2 の1辺の長さがおよそ何cmだと思いかを尋ねたところ、資料1のアの解答があった。学級全体で正方形の1辺の長さを追究させたところ、資料1のイの解答があった。どうして、 $2.7 \square \text{ cm}$ や $2.9 \square \text{ cm}$ ではなく、 $2.8 \square \text{ cm}$ だとわかったのかと尋ねたところ、資料2のように、はさみうちの考え方を用いて説明することができた。

	1辺の長さ (cm)	正方形の面積 (cm^2)
ア	2.9	8.41
	2.7	7.29
イ	2.82	7.9524
	2.83	8.0089
	2.828	7.997584
ウ	2.8284271	7.9999998
	2.8284272	8.0000004

【資料1】生徒の発表数値

次に、電卓（√機能のないもの）を渡し、再度、ぴったり 8 cm^2 になる1辺の長さを追究させ、最も詳しく追究したものを発表させたところ、資料1のウの解答があった。その後、どれぐらい詳しく調べたらぴったり 8 cm^2 になると思うかを尋ねたところ以下の意見が出た。

$7.84 < 8 < 8.41$
↓ ↓ ↓
$2.8 < ? < 2.9$

【資料2】生徒の解答

生徒	生徒の意見
C	このまま計算を続けると、もう少しで8になると思う。
A	0以外の数を2乗しても一番末尾の数は0にならない。だから、2や3の整数でぴったり8にならないから、どれだけ調べてもぴったり8にはならない。

抽出生徒Cのように考えていた生徒が数名いたが、抽出生徒Aの意見を聞いた結果、どんなに詳しく調べても8になる数は見つからない、ということを理解したようであった。しかし、正方形の1辺の長さとして、2乗したら8になる数は存在しているので、このような数を√という記号を用いて、 $\sqrt{8}$ と表すことを伝えた。

② 授業を振り返って

上位の生徒は、自分がぴったり8になる数を見つけるという思いを強くもち、いつも以上の集中力で追究していた。中位の生徒も、試行錯誤を重ね、教師の支援を受けながらはさみうちの考え方にたどりつけていた。最も成果があがったのが下位の生徒である。普段は途中であきらめてしまっていた生徒も、ヒントを求める姿が多々見られた。苦労を重ねさせたこ

とで、無限に続く小数を $\sqrt{8}$ という簡単な記号で表せるという数学的価値を体感させることができた。

③ 抽出生徒の様子

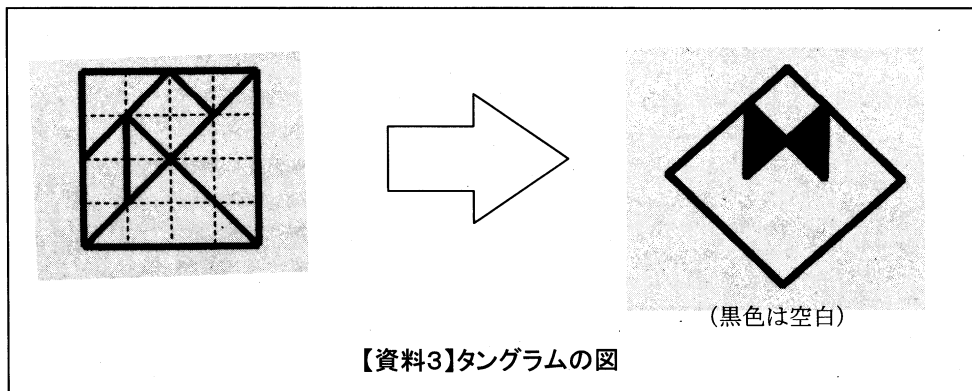
生徒	授業での様子	授業で学んだこと・感想
A	最初の段階から、ぴったり8になる数は存在しないと主張できた。そのため、机間指導にて、できるだけ8に近づく数を追究させた。	<u>2乗して8になる数はやっぱり存在しなかった。</u> そのため、 $\sqrt{\quad}$ を使って表せばよい。今日は久々にちゃんと説明できてよかった。
B	いつもはわからない問題があると周りの友人に頼っていたが、最初から最後まで自力で解決しようと試みることができた。	世の中には一生続く数字がある。 <u>永遠に続く数の計算を考えるというのは、無意味になったけれど、とても楽しかったです。</u>
C	授業の最初の説明では学習課題を理解できなかった。机間指導の際に教師に助けを求め、理解することができた。そこからは夢中に取り組むことができた。	<u>頭使った。</u> $\sqrt{\quad}$ を教えてもらった。

生徒Aは「やっぱり存在しなかった」と、最初の段階から学習課題そのものに疑問をもちながら追究することができた。生徒Bは「考えることが楽しい」と思えた。生徒Cは「頭を使った」と思っており、いつも以上に試行錯誤したことが推測される。

(2) 実践Ⅱ ～タングラムで正方形をつくり、その1辺の長さを様々な表現方法で求める活動を設定して～

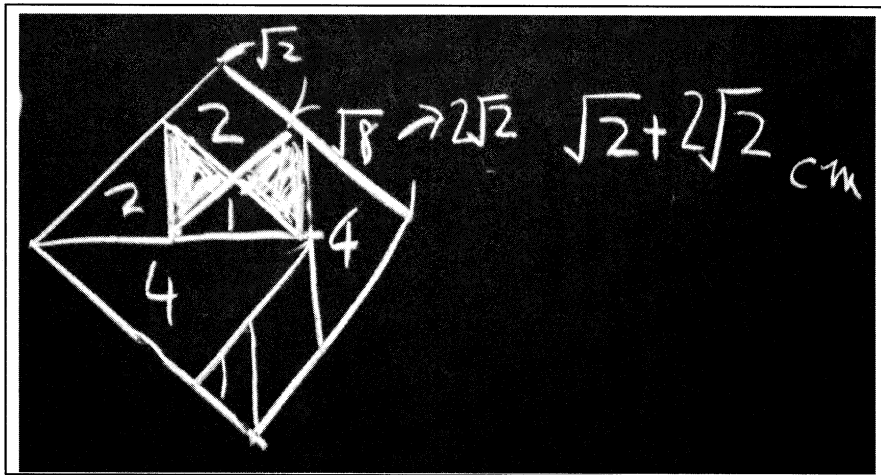
① 授業の内容

導入として、資料3の図を提示し、タングラムでつくらせた。本時の課題を「タングラムでつくった正方形の1辺の長さを色々な表現で表そう」として提示した。実践Ⅰと同様に正



方形の1辺の長さを求めるだけでなく、様々な表現方法で表すことが今日の課題であることを確認した。

半分強の生徒が $\sqrt{18}$ cm、 $3\sqrt{2}$ cm、 $4.2426406\dots$ cmを求めることができた。しかし、この他には出なかったため、足し算を用いた形で表現するように促した。上位の生徒3名が、 $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ cm ($\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ cm) を見つけ出し資料4のように、全体で説明することができた。出てきた5つの数は、どれも同じ正方形の1辺の長さを表しているため、どれも同じ大きさであることをおさえた。 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ や $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ は既習事項のため $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ に注目させた。この等式を元に $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = ?$ を推測させ、 $7\sqrt{2}$ を発表させた。その後、他の $\sqrt{\quad}$ だったらどうなるかと尋ねたところ「 $\sqrt{2}$ だけでなく、 $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ になると思う」と発言していた。



【資料4】生徒の板書

② 授業を振り返って

タングラムで正方形をつくる場面では、非常に興味をもって取り組むことができ、よき導入となった。難易度が高かったが、粘り強く取り組むとともに、図に補助線を書き入れたりタングラムのピースの長さを比べたりするなど、試行錯誤して取り組む姿が見られた。

③ 抽出生徒の様子

生徒	授業での様子	授業で学んだこと・感想
A	タングラムで正方形を完成させることができ、早々と $\sqrt{18}$ cm、 $3\sqrt{2}$ cm、 $4.2426406\dots$ cmを解答できた。 $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ cm ($\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ cm) は自ら見つけられなかったが、発表を聞いて、再度自分で解き直していた。	タングラムは面白い。1つの正方形で、いくつもの表現があるのは意外だった。たし算で表す方法を見つけれられた人はすごい。後から自分でやってみたら、できた。今度は自分で見つけ出したい。

B	<p>最初は自力で解いていたが解決できなかった。周りの友人や教師に支援を求め、答えにたどり着いた。</p> <p>$\sqrt{2} + \sqrt{8}$ cmの発表を聞いてうなずいていた。</p>	<p>難しかった。でも、$\sqrt{18}$ cmのヒントをもらったら、簡単に$3\sqrt{2}$ cm、$4.2426406\dots$cmを見つけ出せた。</p>
C	<p>最初は喜んでタングラムに取り組んでいたが、今日の課題は難しいと判断してしまったようで、集中力が続かなかった。1つも解答できなかった。</p>	むずい

生徒 A は自ら追究する喜びを感じ取ったと思われる。生徒 B は「難しかった」と感じたものの、ヒントを元に試行錯誤し答えにたどり着くことができた。生徒 C はほとんど追究することができなかった。

4 研究の成果

(1) 仮説 1 の検証

平方根の章末問題の場面で $\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ の計算をさせたところ、全員が $3\sqrt{2}$ と答えることができた。また、 $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ の計算は例えばどんな計算をしているのかを尋ねた。ほとんどの生徒が、実践 II のタングラムでつくった正方形の図での説明が書けていた。自ら数学的概念を習得できる課題を設定したことで、生徒は試行錯誤を重ねるとともに、理解力が深まったといえる。

(2) 仮説 2 の検証

実践 I で下位の生徒が夢中になって電卓と格闘している場面がすべてを物語っていた。黒板と教科書のみで授業を進めるだけでなく、様々な教具を用いることで、いつも以上に追究する喜びや粘り強さが随所に見られた。

5 今後の課題

上位の生徒だけが活躍するのではなく、下位の生徒も積極的に数学的活動を行えるような課題や教具を設定することが今後の課題である。今後も、数学が単なる計算問題を解く教科と化すことなく、数学的活動を存分に取り入れ、数学がもつ本来の楽しさや追究する喜びを与えていける授業を目指し、研究を続けていきたい。