

ICT を用いた授業

愛知県立西春高等学校 鈴木 雄 大

1 はじめに

黒板を使い授業をしていると、正確な図を書いたり図を移動、変形したりしたいと思うことが多々ある。しかし、図が移動、変形する様子を表現するのは黒板とチョークだけでは難しい。

そこで、GRAPES などの作図ソフトを使い、その図をプロジェクターでスクリーンに投影することにした。本研究では、正確な図を書いたり図を移動、変形したりした方が生徒の理解が深まるとされる分野とその指導展開を考察し、実際に授業で使う図を作成した。

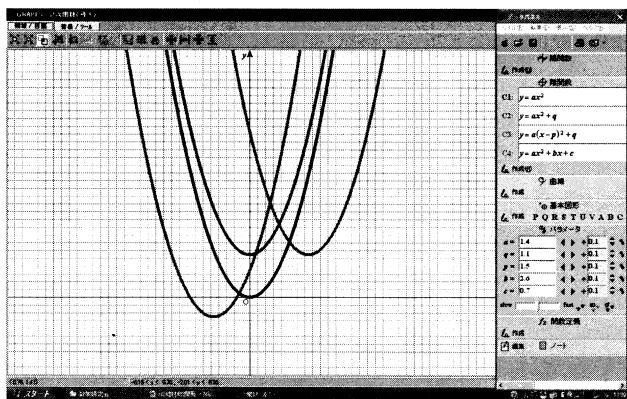
スクリーンではなく黒板に直接投影して、投影した図にチョークで書き込みをすることもあるので、図はなるべくシンプルなものにした。

2 使用単元・指導展開

ア 数学 I 2次関数のグラフ作成 (導入)

$y = ax^2$ のグラフを基本とする。

- ① $y = a(x - p)^2 - q$ について p や q , $y = ax^2 + bx + c$ について、 a, b, c を変動させると、グラフはどうかを生徒に考えさせる。
- ② なぜその考えに至ったかを生徒に説明させる。

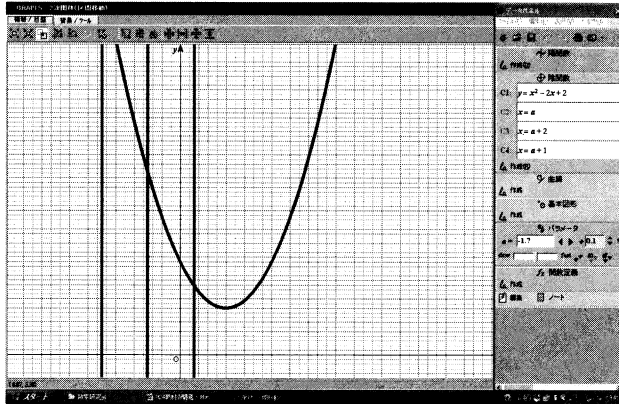


イ 数学 I 2次関数の最大値・最小値 (区間移動)

定義域が $a \leq x \leq a + 2$ の場合、 a について場合分けをして最大値・最小値を求めなければならないが、その場合分けができない生徒が多い。

- ① 2次関数の頂点が区間の外にあるところから始め、 a を変化させながら最大値・最小値がそれぞれどこになるか視覚的に分かるようにする。

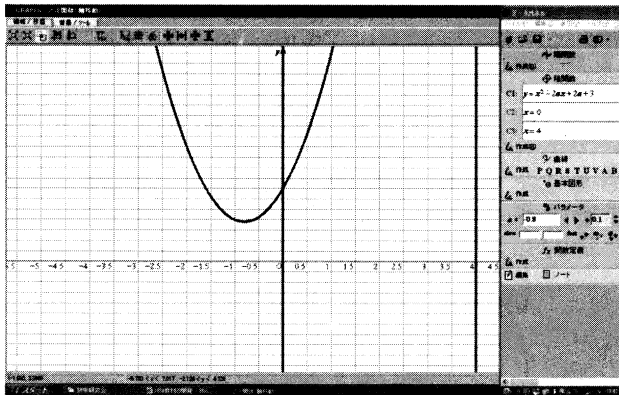
- ② a を変動させるとき、実際に最大値・最小値になるところを生徒に指をささせ、そのときの x の値を確認しながら変動させる。
- ③ 最大値・最小値が変わるとき a の値を考えさせる。特に、最小値を考えるとときに区間の真ん中(この場合 $x=a+1$)が必要であることに気付かせるようにする。



ウ 数学 I 2次関数の最大値・最小値 (軸移動)

イと同じく、a について場合分けができない生徒が多い。

- ① 軸が $x=a$ である2次関数のグラフについて考え、軸が区間の外にあるところから始め、a を変化させながら最大値・最小値がそれぞれどこになるか視覚的に分かるようにする。
- ② a を変動させるとき、実際に最大値・最小値になるところを生徒に指をささせ、そのときの x の値を確認しながら変動させる。
- ③ 最大値・最小値が変わるとき a の値を考えさせる。(この場合、 $a=2$)



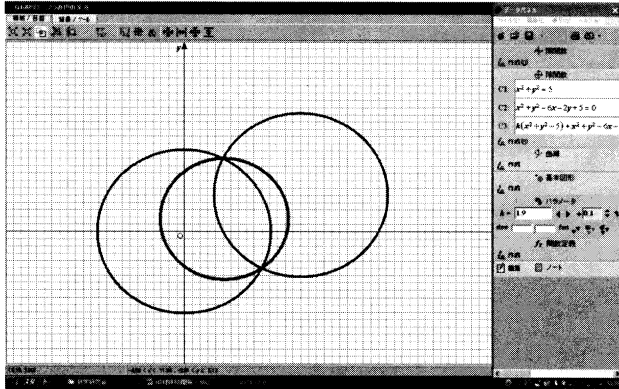
エ 数学 II 2つの円の交点を通る円

2つの円 $x^2 + y^2 = 5$, $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ の交点を通る円の方程式が、

$$k(x^2 + y^2 - 5) + (x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5) = 0$$

で表すことができることは、理屈では理解できても実際にどのような円になるかは想像しづらい。

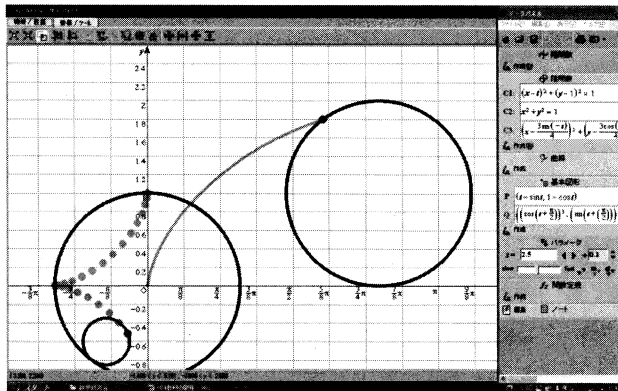
- ① 図を見せながら k の値を変動させて、実際に2つの円の交点を常に通っていることに注目しながら、どのような円になっているかを視覚的に教える。
- ② $k=0, -1$ の値や、 k を限りなく大きく（または小さく）したときに円がどうなるかは考えやすいので、考えさせる。



オ 数学II 軌跡と方程式の導入 (サイクロイド、アステロイド)

軌跡の導入時に、サイクロイド曲線やアステロイド曲線を使用する。ここでは、サイクロイド曲線やアステロイド曲線の理解ではなく、数学に対する興味・関心を高めることを目的とする。

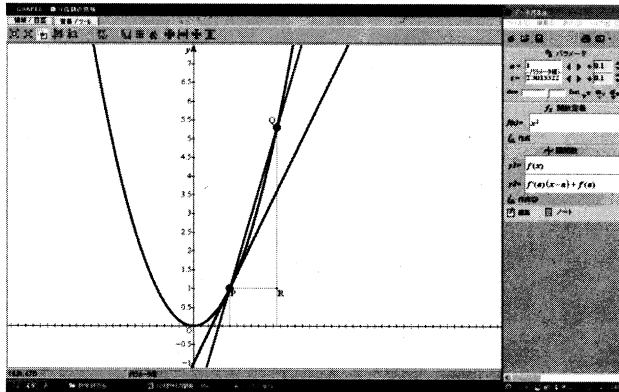
- ① 円が x 軸を滑らずに転がるときの円周上の1点の軌跡を想像させる。
- ② その軌跡がサイクロイド曲線と呼ばれていることを教える。
- ③ その曲線が最速降下曲線であるなど、サイクロイド曲線の特徴を教え、生徒の数学に対する興味・関心が高まることを期待する。
- ④ アステロイド曲線も同様に行う。内側の円の半径を変えてそれぞれの場合どうなるか想像させる。



カ 数学Ⅱ 微分係数の図形的な意味

$f(x)$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ が $y=f(x)$ 上の点 $A(a, f(a))$ における曲線の接線の傾きであることを、視覚的に理解する。

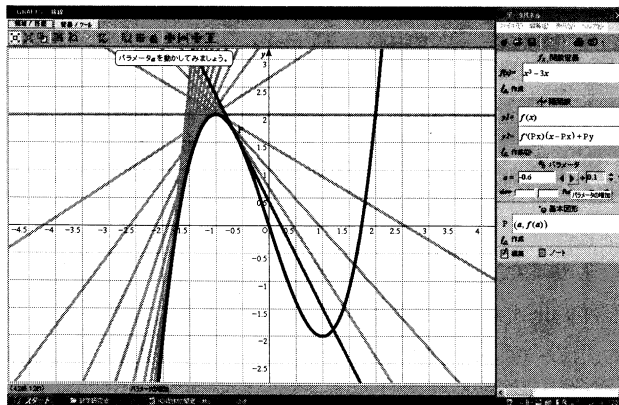
- ① $y = x^2$ 上の 2 点 P, Q を通る直線を引く。
- ② 点 Q を点 P に近づけていく。
- ③ 点 Q が点 P と重なったとき、直線が $y = x^2$ の点 P における接線となることに気付かせる。



キ 数学Ⅱ 関数の増減

y' の符号とグラフの外形の関係性が視覚的に理解できるようにすることを目的とする。

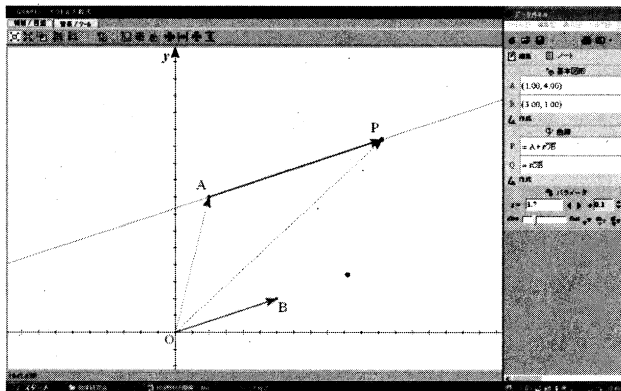
- ① 3次関数($y = x^3 - 3x$)と、そのグラフ上の点($a, a^3 - 3a$)における接線を写す。
- ② a の値を変動させ、グラフの増減と接線の傾きの関係について生徒に考えさせる。
- ③ グラフが増加しているところでは、接線の傾きの符号が正、グラフが減少しているところでは、接線の傾きの符号が負であることを、もう一度 a の値を変動させながら視覚的に確認する。
- ④ 接線の傾きの符号が0で、符号が $+\rightarrow-$ のところではグラフが山(極大)、符号が $-\rightarrow+$ のところではグラフが谷(極小)となっていることを確認する。



ク 直線のベクトル方程式

点 $P(\vec{p})$ の描く軌跡を見ることによって、直線のベクトル方程式について理解を深める。

- ① $\vec{P} = \vec{a} + t\vec{d}$ の t を変動させ、点 $P(\vec{p})$ の描く軌跡が直線になることを視覚的に理解させる。



3 生徒の感想（抜粋）

- (1) ア 数学 I 2次関数のグラフ作成（導入）について
- ・グラフの形が変わる様子が分かりやすくて面白かった。
 - ・ a と c の変化によるグラフの変化は想像できたけど、 b の変化は想像できなかった。何でそんな変化の仕方をするか知りたくなった。
 - ・ b の変化によるグラフの変化に驚いた。頂点の動き方が上に凸の二次関数？
- (2) イ 数学 I 2次関数の最大値・最小値（区間移動）について
- ・最大値、最小値の場所が、図が動くにつれて変わる様子が分かりやすかった。
 - ・理解はできたけど、問題を解くときに自分で場合分けができるか不安。
- (3) ウ 数学 I 2次関数の最大値・最小値（軸移動）について
- ・最大値、最小値の場所が、図が動くにつれて変わる様子が分かりやすかった。
 - ・場合分けするのが楽しかった。
 - ・グラフが上下して見づらかった。先生が後に書いた場合分けのグラフの方が分かりやすかった。（ xy 軸を書かずに、グラフと区間のみを書き、グラフは x 軸方向にのみ平行移動させた）
- (4) エ 数学 II 2つの円の交点を通る円について
- ・予想と全然違う形をしていた。
 - ・今までは k を使って立てた式が、2交点を通る円になるものと割り切って覚えていたけれど、実際に変化の様子が見られて良かった。
 - ・ k を限りなく大きくしたり、小さくしたりしたときに、もう片方の円になっていくことが不思議。

- (5) オ 数学Ⅱ 軌跡と方程式の導入（サイクロイド、アステロイド）について
- ・サイクロイド曲線にとっても興味がわいた。
 - ・サイクロイド曲線が最速降下曲線になる理由が知りたい。
- (6) カ 数学Ⅱ 微分係数の図形的な意味について
- ・微分係数が接線の傾きであることが分かりやすかった。
- (7) キ 数学Ⅱ 関数の増減について
- ・接線の傾きが正だとグラフが増加していて、負だとグラフが減少している。よく考えると当たり前のことだけど、図で見るととても理解しやすかった。
- (8) ク 直線のベクトル方程式について
- ・方向ベクトルの意味がよく分かった。
 - ・ t (媒介変数)の意味が今まで全然分からなかったけれど、点 P が t によって動く様子を見てよく分かった。

4 考察・反省

生徒の大半が、図が変化する様子を見ることによって、理解しやすくなったと感想で述べていた。しかし、ウの感想にあるように、正確に変化するからこそ見難くなってしまいうこともあった。ここは、今後工夫していきたい。理解できるようになったと言っている生徒でも、実際問題を解くときに解けない生徒も少なくない。例えば、ア、イ、ウの授業では、二次関数を下に凸のグラフについて変化させたが、下に凸のグラフの問題の場合分けはできるようになっても、上に凸のグラフの問題では場合分けを間違えてしまう。そうだからと言って、授業で上に凸の場合も見せるのは良い方法とは思わない。問題によって図を自分でイメージして、臨機応変に対応していく対応力をつけさせるのが今後の課題である。

また、何かに疑問をもった感想も見られた。何人かの生徒が感想に書いていたが、実際に疑問が生まれた生徒はもっと多くいると思われる。授業中にその疑問をうまく引き出し、より多くの生徒の興味、関心を高めていけると良かった。その疑問が、今後（数学Ⅲ）で学習することや、高校の数学では習わないことである疑問もあったので、どこまで考えさせるか注意が必要であるが、その疑問を大切にしていきたい。

パソコン、スクリーン、プロジェクターを使って授業をするときに最初は準備にとっても時間がかかり、授業の開始が遅れる問題があった。しかし、「スクリーンを貼る」「プロジェクターの位置補正」「各ケーブルの接続」は生徒でも容易にできることである。それを生徒にやってもらうことによって、5分以内に準備できるようになり、準備時間の問題を解消した。

この他にも、授業中に ICT を使った方が生徒の理解が深まると思う分野が多々あった。三角形の5心、平面図形の接弦定理、ベクトルの存在範囲など ICT を使って授業で実践できなかった分野であるが、今後も研究をかさね、実践できるようにしていきたい。