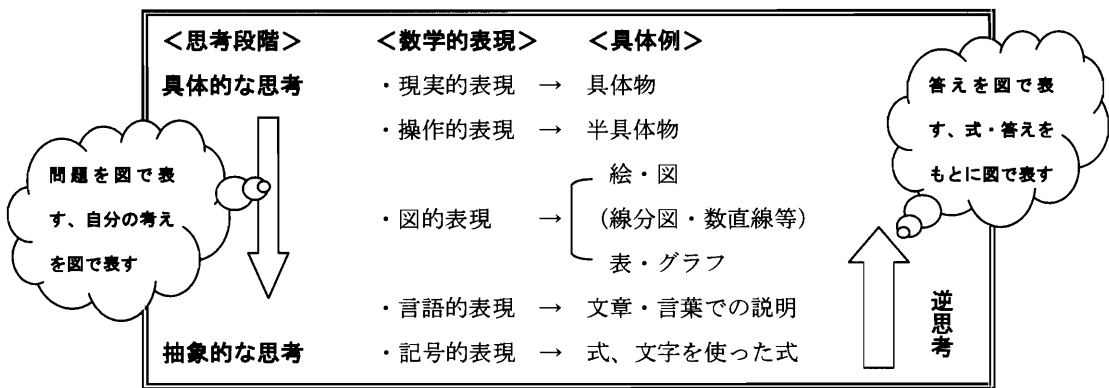


## 数学的表現力を高める指導の工夫

豊川市立西部中学校 伊東 利典

### 1 はじめに

「先生、答えは分かるけど、なんて説明したらいいか分からん」という声をよく耳にする。答えを発表したり、黒板に書いたりすることはできるものの、説明することに自信をもてずにいる生徒は多い。立式ができて、答えは出せても、自分の考え方を相手に分かりやすく伝えるために、どんな言葉で、何を伝えるとよいのか戸惑っている生徒たちに、数学的表現を効果的に使って表現する力を身につけさせたいと考える。一般的な思考の流れは、【具体物→図・言葉→式→答え】であるが、答えが正しいかどうか確信がもてなかったり、形式的な処理に終始してしまったりする生徒たちにとっては、図・言葉・式のつながりが弱いのではないかと感じる。具体物から抽象化・一般化へと簡潔・明瞭に表現していく流れのなかで、あえて【答え・式→図・言葉】といった逆思考の流れを理解させながら、数学的表現力を高めていきたいと考えた。



### 2 研究の構想

#### (1) 研究の仮説

問題解決における思考の交流において、図・言葉・式の3つの表現様式を活用しながら、考えをまとめ、説明する場面を繰り返し設けることによって、自分の考え方を相手に分かりやすく伝える生徒の数学的表現力が高まるだろう。

#### (2) 具体的な手立て

##### ① 自分の考えを、図・言葉・式などで表現できるようにする。

数学的表現力を高めていくために、まずは、念頭でイメージしていることを図・言葉・式など、数学的表現を用いながら記述する必要がある。自分の考えを表現しやすい問題場面を設定する。

② 友だちが考えた式や図を、自分なりに読み取り、数学的表現を用いて表現する場を確保する。

生徒たちの思考の中で、図・言葉・式のつながりを強くしていくためには、思考の交流を通して、新たな表現方法にふれたり、自分とは違う考えを読み取ったりする場面が必要であると考え。図や言葉を式にするだけでなく、式を図や言葉に表す逆思考の流れも考えさせていく。

③ 自分の考えを、図・言葉・式の3つの表現様式によりみ換えられるようにする。

自分の考え方を相手に分かりやすく伝えるためには、表現様式をよみ換える経験を積み重ねていくことが大切であると考え。図による表現、言葉による表現、式による表現を関連させながら、自分の考えをよみ換え、まとめる場面を設けていく。

3 実践

本単元「文字の式」の学習においては、問題場面を把握できない生徒や問題場面を図や表のみで表現している生徒に、思考の流れのなかで図や言葉と式の間を自由に行き来させることが、数学的表現力を高めていくことになるであろう。そこで、3つの手立てをもとに、スモールステップを踏みながら実践をすすめていくこととした。

(1) 自分の考えを、図・言葉・式などで表現できるようにする。

画用紙を、その一部が重なるようにマグネットですとめます。画用紙が10枚のときマグネットは何個必要でしょう。

問題場面を絵や図で表現したことを文字の式へと結びつけられるよう、左記の問題に取り組ませた。

自分の考えを友だちにわかりやすく伝えるため、いろいろな表現方法でまとめさせた。なかなか考えをまとめられない生徒へは、画用紙とマグネットを使って実際に操作したり、簡単に

絵を描いて表したりするところからスタートさせた。下記に示したものは、そのときの生徒の考えをまとめたものである。

図を書くと 22個

資料1 図による表現

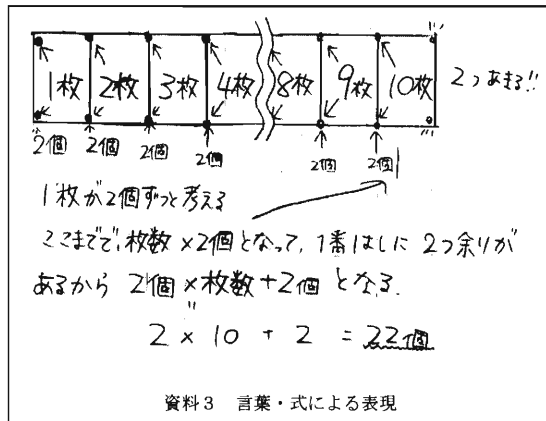
		紙の枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	マグネットの個数		4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

↑2 ↑2 ↑2 ↑2

資料2 表による表現

問題の状況を把握する段階としては、図（資料1）や表（資料2）など様々な表現をすることはよいと考える。また、表現方法の一つに絞り込むのではなく、多様な表現方法でまとめることも認め、取り組ませた。しかし、図のみ、

表のみといった一つの表現様式しか使っていない生徒や、一つ一つの表現を全く別のものとしてとらえている生徒の姿が多く見られた。これらの生徒は、自分の考えた表現様式を他の表現様式に積極的によみ換える経験が十分でないことが考えられる。また、小学校の段階において、「変わり方のきまり」や補助教材「文字を使った式」で類似した問題を学習しているもの



の、定着が不十分であることも要因の一つであると考えられる。

そこで、言葉や式による表現（資料3）をもとに、生徒たちに新しい視点を投げかけながら、自分の考えに自信をもって表現させたいと考えた。

「図に描くとマグネットの数が2個ずつ増えていく」、「表を横に見ると2ずつ数が増えている」、「画用紙が1枚で2個ずつ増えることは、2個×（枚数）で表せる」など、それぞれの表現様式から共通な部分を見つけ出しながら、分かりやすく説明する姿が見られた。生徒たちは、友だちと表現方法は違っても、同じ考えを表すことができると実感していった。

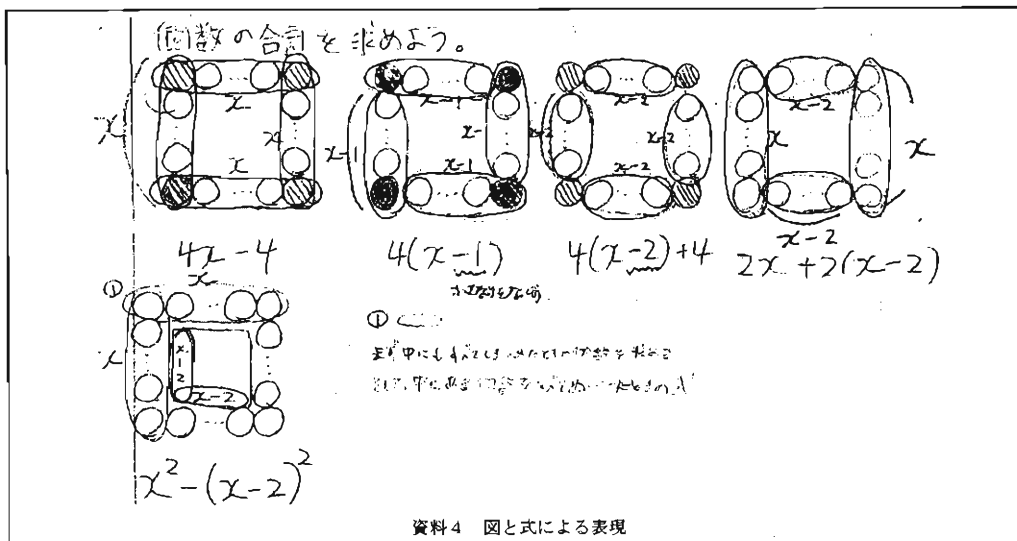
**(2) 友だちが考えた式や図を、自分なりに読み取り、数学的表現を用いて表現する場を確保する。**

1辺に同じ個数の石を並べて、正方形を作ります。

1辺をX個とすると、全部で何個必要でしょう。

自分の考え方を相手に分かりやすく伝えるためには、3つの表現様式をよみ換える経験をさらに積み重ねていく必要があると考えた。そこで、2つ目の段階として、友だちの考えと自分の考えの違いや共通点に着目させながら、友だちが考えた式や図を、自分なりに読み取る場を確保していくこととした。

少しずつではあるが、生徒たちは式と図を合わせて表現できるようになってきた。また、思考の交流の場面では、友だちが考えた式をもとに自分なりに図で表現したり、友だちが考えた図をもとに式で表現したりすることで、様々な視点から問題に迫ることができた（資料4）。文字の式と図が表す意味をつなげて考えようとする生徒も増えてきた。



生徒たちは、数のかたまりや重なりなどを意識しながら、自分の考えを表現することができた。また、生徒の感想（資料5）から、新しい式を意欲的に考えたり、友だちの考えに興味を示したりする姿勢も感じることができた。言葉による表現については、自分の考えを説明しようとするが、言葉が出ないという生徒の姿もあり、図・言葉・式による表現を同時に行わせていきたいと考えた。

・わたしは、2つの式と図を考えました。わたしが思いつかなかったことを説明してくれる子がいて驚きました。でも、いろいろと考えるのは楽しかったです。

・図や式を使って表すのは、とても楽しかったです。言葉で説明するのは難しいなと思いました。

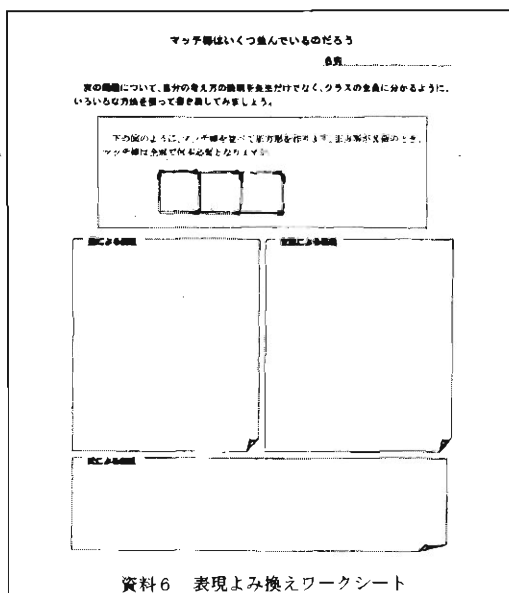
・どの式も計算していくと、 $4x-4$ になるなんて、ビックリしました。

資料5 生徒の感想

### (3) 自分の考えを、図・言葉・式の3つの表現様式によりみ換えられるようにする。

思考の交流の場を通して、友だちとの考えにふれることで、生徒たちは自分の考えとの共通点や違いを認識し、図や式で表現することの良さを実感しはじめた。しかし、これらは、授業の流れの中での交流でもあるため、個人内での思考の結びつきが弱い生徒もいるのではないかと考えられた。

そこで、ワークシート（資料6）を用いて、自分の考えを、図・言葉・式の3つの表現様式によりみ換えることで、わかりやすく表現できる力を伸ばしていきたいと考えた。生徒たちには自分が表現しやすい所からまとめさせることにした。



図による表現、式による表現からまとめている生徒がほとんどであった(資料⑦)。図にまとめた考えを簡潔に表す式によみ換えることや、式に表したことを具体的に図でまとめることには、あまり抵抗を感じなくなってきた。

ワークシートの中には、図が表しているものや式の数量が表しているものを説明する言葉が増えはじめた。図のみ、式のみといった表現が少なくなるとともに、自分が書き込んだ言葉をつなげながら、言葉による表現へとよみ換えることができるようになっていった。簡潔・明瞭に表された式や図を、あえて複雑な言葉の表現によみ換えることは、生徒たちにとって経験が少なく、何をどのように表現してよいのか分

からない姿もあったが、繰り返し表現様式によみ換えをするなかで、図・言葉・式のつながりを意識しながら自分の考えをまとめていった。生徒たちの言葉による説明が、次第に文章への説明へと変わり、表現力の高まりを感じる事ができた。

#### 4 考察

##### (1) 手立て1 (自分の考えを、図・言葉・式などで表現できるようにする) について

念頭でイメージすることを自分なりに表現するなかで、問題場面をより把握させることができた。生徒たちに、自分の考えを図・言葉・式など数学的表現を使って表現させることで、自分の考えが明確となっていった。多様な考え方をひき出した後、言葉の式、文字の式へとつながりをもたせていくためには、今後も繰り返し取り組ませていく必要がある。文字の式の内容は一部、小学校6年生で学習することとなるが、具体物→図・言葉→式→答えのつながりを意識した指導を継続していきたい。


##### (2) 手立て2 (友だちが考えた式や図を、自分なりに読み取り、数学的表現を用いて表現する場を確保する) について

自力解決の後、新たな表現方法にふれたり、自分とは違う考えを読み取ったりする場面を確保するなかで、お互いに意欲的に説明し合ったり、競い合って考えたりする姿を見ることができた。図や式が表す数のまとまりに着目させることで、生徒たちは、友だちの考えを読み取ることができた。今後は、図と式を関連させながら表現するだけでなく、言葉による表現とのつながりによ

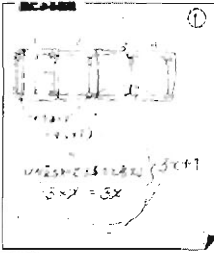
マッチ棒はいくつ置んでいるのだろう

次の問題について、自分の考え方の説明を先生だけでなく、クラスの全員に分かるように、いろいろな方法を使って書き表してみよう。

下の図のように、マッチ棒を動かして正方形を作りなす。正方形が $n$ 個のとき、マッチ棒は全部で何本必要となりますか。



図による説明

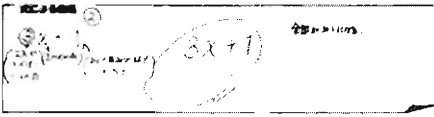


言葉による説明

正方形の数を3個とすると、この最初の正方形は4本、2番目の正方形は3本、3番目の正方形は3本、だから、全部で何本必要か、3x + 1。

$3x + 1$

図による説明



全部で何本。

資料⑦ ワークシートによる表現様式によみ換え

り重点をおきながら指導していきたい。また、友だちの考えを写す、教えてもらうといった思考の交流とならないような手立てを考えていきたい。

### (3) 手立て3 (自分の考えを、図・言葉・式の3つの表現様式により換えられるようにする)

図、言葉、式の3つの表現様式にあえて取り組み合わせることで、数学的表現を用いて表現しようとする生徒の姿を見ることができた。生徒の意識のなかでは、言葉での表現が一番難しいと感じているようであるが、3つの表現様式を独立したものとしてとらえるのではなく、図・言葉・式のつながりをより強めていく指導が必要だと考える。図と言葉、式と言葉、表と言葉というように、どんなときでも言葉による表現へのよみ換えをさせながら自分の考えをまとめさせることが有効であると感じる。数学的表現を使って表現したり、友だちに説明したりする場を確保していくことで、自分の考えを相手に分かりやすく伝えようとするきっかけや自信を与えていきたいと考える。

## 5 今後の課題

生徒たちに、数学的表現を効果的に使いながら自分の考えを表現させていくためには、様々な表現様式で表現したり、よみ換えたりすることに繰り返し取り組ませていく必要がある。計算力を高めるために、繰り返し計算問題に取り組ませることはあっても、表現力を高めるための訓練というものは少ないと考える。生徒たちに、既習事項を使って自分の考えを相手に分かりやすく伝えるという経験を積ませていきたい。3つの表現様式によるよみ換えだけでなく、キーワードを用いての説明や穴埋めをしながらの表現なども、数学的表現力を高めるうえでは有効な手立てになると考える。

また、言語表現活動と評価の関連についても、今後検討していく必要があると考える。評価方法や評価後の生徒へのアプローチなど、数学的表現活動と評価の在り方について研究をすすめていきたい。

## 6 おわりに

数学的に表現する活動や説明する活動を通して、自分の考えを相手に分かりやすく伝える生徒の姿は、ますます追い求めていきたいものである。時間がかかることではあるが、数学的表現を効果的に使って自分の考えを表現すること、また、表現したことをもとに相手に分かりやすく伝えることを生徒たちに繰り返し経験させていく必要がある。生徒たちが、自分の考えを生き生きとした表情で説明する姿を思い浮かべながら、今後も数学的表現力を高めるための有効な手立てを考えていきたい。