

## かかわり合いを通して、自分の考えを深める生徒を目指して

～ 中学3年 数学科 「関数  $y = ax^2$ 」 の実践を通して ～

幡豆町立幡豆中学校 池田 正広

### 1 主題設定の理由

本校の数学の授業では、学級を2分割して少人数指導を行っている。3年生の数学は、等質に分けた17名で授業を実施し、どの生徒も自分の考えを持つことができるように心がけている。人数が少ない分、生徒一人ひとりにきめ細かな指導が可能ではある。しかし、習熟度別ではなく、等質に分けてあることから、学力の差ははっきりしている。

関数の単元は、生徒たちが最も苦手とする単元の一つであると言える。既習事項である比例・反比例や一次関数を十分に理解していない生徒にとっては、なおさら抵抗を感じる場所である。逆に、関数を得意とする生徒にとっても、表やグラフについて、今まで習った関数とは異なる特徴を持っている関数  $y = ax^2$  には、つまずきが予想される。

少人数であることをもっと生かすことはできないだろうか。もっと一人ひとりの考えを深めるような数学の授業を構築することはできないだろうか。そういった願いと関数  $y = ax^2$  の単元とを照らし合わせた時、教師対生徒という関係だけではなく、生徒と生徒がかかわり合うという関係を今まで以上に築き上げることで、その解決策が見出されるであろうと考えた。

### 2 目指す生徒像

- ・  $x$  の2乗に比例する関数を、表やグラフ、式で表し、活用することができる生徒。
- ・ 互いの考えのよさを認め合う中で、 $x$  の2乗に比例する関数の特徴を、自分なりの言葉で説明することができる生徒。

### 3 仮説と手立て

- ①生徒同士が教え合い、学び合える場を設定することにより、生徒は問題解決に向けて試行錯誤しながらも、自分の考えを深めていくことができる。
- ②グループ学習を取り入れることで、互いにかかわり合う中から、自分の確かな考えを持ち、自信を持って発表できるようになる。

#### 【仮説①に対する手立て】

- (ア) 苦手意識による個人差を少しでも軽減するために、表やグラフの学習には、比例や反比例、一次関数といった既習事項の復習を取り入れる。

(イ) 単元を通して、立ち止まって考える授業場面を意図的に設定する。

【仮説②に対する手立て】

(ア) 自分の考えを素直に表出できるようなグループを意図的に編成する。

(イ) 個人差もあり、自力解決できない場面では、グループによる教え合いの場を随時設定していく。

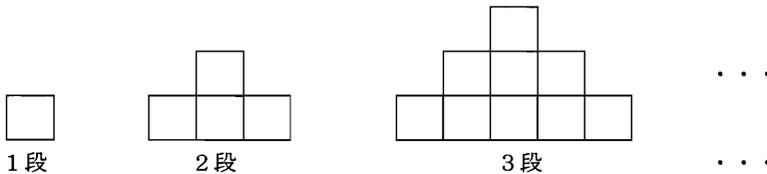
#### 4 実践と考察

(1) 生徒たちが互いの考えをかかわらせ始めた導入の授業場面

関数  $y = ax^2$  の単元の、どの場面で生徒同士をかかわらせていくのかを考えた。最初に浮かんだのは、やはり導入であった。自由落下や坂道での実験データをもとに、関数  $y = ax^2$  の特徴を明らかにしていく授業を想定した。しかし、実験には誤差がつきもので、誤差にこだわるために本筋を逸脱しないかを危惧するアドバイスをいただいた。また、結果を重視する生徒たちの実態を考えると、それらの実験に対して興味を持って活動できるとは思えなかった。

そこで、単元の導入については、誤差のある実験をやめ、代わりにタイル並べの規則性から関数  $y = ax^2$  の特徴を見つけ出す方法を探ることにした。

【課題】 図のように、1辺が1cmの正方形のタイルを使って段数を増やしていく。段数が増えることによって変化するものを書き出してみよう。



一見単純な課題ではあるが、じっくり考えると変化するものが様々見つかってくる。最初は何を書いたらいいか分からなかった生徒も、時間がたつにつれて、他の生徒よりも一つでもたくさん見つけてやろうという意欲を出して課題に取り組んでいた。しかし、しばらくすると、自分の中で限界と決めつけたのか、それ以上変化するものを見つけようとはしなくなった生徒が出てきた。そこで、グループに分かれて個々で発見した変化するものを交換する場を設けた。グループ編成については、あらかじめこちらが指定したものであった。4つのグループはそれぞれ等質になるように、また、普段から仲のいい生徒同士を同じグループにしておいた。すると、さっきまで手を止めていた生徒が、「へえ～、すごいじゃん。」と、友だちの考えを素直に聞いている姿や一生懸命に自分の見つけた変化を説明する姿を目にすることができた。グループごとに変化するものを発表させると、実に10個を超える変化を見出したグループがあった。グループでの意見交換の場を設けたことで、互いの考えを聞き、自分の考えに広がりを持たせることができたと感じた。〈仮説②〉

次に、段数の変化にともなって変わるもののうち、どのグループからも発表された「高さ」、「下段の長さ」、「面積」の3つを取り上げ、変化の様子を調べていくことにした。最初はそれ

## かかわり合いを通して、自分の考えを深める生徒を目指して

ぞれの変化の様子を表にして調べていった。表のよさは、1つ1つの対応する値が一目で分かることと、その変化の様子から規則性を見出しやすいことである。「高さ」については「比例」という言葉がすぐに飛び交った。その言葉を受けて、比例の特徴や一般式、グラフの特徴を押さえることができた。しかし、「下段の長さ」については、多くの生徒が表を完成させ、規則性があるところまでは気づくが、式に表すことはできないでいた。そのような中で、K子は表で出した値を座標としてあてはめていった。「これも規則正しくまっすぐになっている。」とつぶやくK子の隣にいたY男が、「一次関数だ。」と叫んだ。式を立てるヒントを与える結果となったK子の考えにみんなが着目し、その後はグループごとに教え合い、どのグループも一次関数の式を立てることができた。そして、ここでも一次関数の特徴を振り返ることができた。

一人の考えをきっかけに、新たな気づきをもたらした。また、比例や一次関数などの既習事項をあらためて考えることができたことは、関数 $y = ax^2$ を学習していく上での基盤となったはずである。〈仮説①〉

### (2) 研究授業「変域」に至るまでの教師の迷いと試行

#### ①変化をイメージさせるためのグラフ

生徒同士のかかわり合いを持たせるもう一つの間として、「変域」の場面を取り上げることにした。変域については1年生の比例、2年生の一次関数で扱っている。変域の意味を十分に理解していなくても、 $x$ の変域の両端の値を式にあてはめれば容易に $y$ の変域が求められる。ところが、関数 $y = ax^2$ については、 $x$ の増加に伴い、 $y$ は原点を境に減少から増加へと変わる。そのため、単純に $x$ の変域の両端の値をあてはめただけでは、 $y$ の正しい変域を求めることができない場合が出てくる。式による計算だけではなく、表やグラフにおける増減の変化をイメージしていないと解けない。答えを出すまでの過程にあまり目を向けない生徒の実態を考えると、この変域を求める問題は、一旦立ち止まり、互いにかかわり合いながら答えの導き方を模索する上で、十分に適していると考えた。さらに、変化の様子をとらえる上で、表、グラフ、式を単独で扱うのではなく、互いに関連づけて考えることができることから、「変域」を本実践の中心授業とすることに決めた。

変化のイメージを持たせるためにも、関数 $y = ax^2$ のグラフを学習する際には、十分な時間を確保した。最初にグラフは式を満たすすべての点の集まりであることを確認し、表をもとに、一つずつ丁寧に座標を埋めていった。既習の関数とは明らかに異なる様子に驚きを表す生徒が何人もいた。比例定数の異なるグラフをいくつかかいた後に、その特徴を全員で確認し合った。グラフをかき終える頃には、既習の関数と比較して考える生徒もたくさんいた。〈仮説①〉

#### ②本時の授業構想

変域の授業では、まず、どのような課題の与え方が適切であるのかを中心に考えていった。関数 $y = x^2$ の $x$ の変域を、 $○ \leq x \leq □$ とし、 $○$ や $□$ に好きな数値をあてはめ、自分たちで $y$ の変域の求め方やその特徴を発見させようと考えた。しかし、その方法では下位の生徒を混乱させて

しまうこと、また、こちらが押さえない内容から逸脱してしまう恐れがあることが危惧され、変更することにした。

そこで、 $x$ の変域を原点の右、もしくは左に設定して、はじめに $x$ の両端の値を式に代入すれば $y$ の変域が求められる問題を扱い、次に $x$ の変域が原点を挟むことで $y$ の変域に0が含まれる問題までを扱うことにした。ここでは、 $x$ の変域が原点を含む場合に $y$ の最小値が0になることに気づけるか気づけないかが大きなポイントとなり、そこに生徒たちのつまずきや発見が表れる。

問題を一つ解くごとに解説を加え、できるだけ生徒をつまづかせずに進めることも一つの方法と考えた。しかし、問題につまずき、どこが間違っていたのかを考え、自分たちの力で解決していくことに、確かな喜びを感じてくれることを期待した。その手立てとして、グループ学習の場を設け、かかわり合いながら、互いに考えを出し合う場を設定しようと考えた。

### ③他のクラスによる授業実践から得たもの

本時案を作成した後に、他のクラスで実践を試みた。関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  について、最初は $x$ の変域の両端がともに正の問題 ( $2 \leq x \leq 4$ ) を与えると、ほとんどの生徒が正答を出した。そのやり方を問いかけると、やはり $x$ の変域の両端を代入したと答えた。次に $x$ の変域がともに負の問題 ( $-6 \leq x \leq -4$ ) を与えると、半数近くの生徒が「 $9 \leq y \leq 4$ 」という答えを出した。これはまさしく変化を考慮せずに、単に $x$ の変域の両端をあてはめただけのものであった。そして、 $x$ の変域に0を含む問題 ( $-4 \leq x \leq 2$ ) を提示すると、「 $1 \leq y \leq 4$ 」という答えが大多数を占めた。そこで、少数ではあったが、正答を出した生徒に説明させた。グラフを使って丁寧に説明をするが、理解できないでいる生徒も何人かいた。その原因を次の2点と考えた。

1. 変域そのものの意味を理解していない生徒がいること。
2. グラフで、 $x$ の変化を横で見る見方と $y$ の変化を縦で見る見方ができていないこと。

この2点について、次のように確かめた後、本学級での授業を試みることにした。

1. 変域とは変化するもの ( $x$ 、 $y$ ) がとりうる範囲であること。
2. 比例のグラフから、 $x$ 、 $y$ のそれぞれの変域を色分けして確認した。

### (3) 研究授業「変域」の実践と考察

本時の授業では、大半が予想したとおりの展開となった。最初の問題では、ほとんどの生徒が $x$ の変域の両端の値を代入して $y$ の変域を求めることができた。一人だけグラフを利用して求めた生徒もいたので、指名をして発表の場を設けたが、ここではあえて深入りはしなかった。次に、 $x$ の変域の両端が負の問題を与えると、やはり「 $9 \leq y \leq 4$ 」と、数値の大小関係を勘違いする生徒が見受けられた。しかし、K子の説明で納得できたのか、補充問題をもう一問やることで、全員が理解したことを確認できた。

◎ 「 $9 \leq y \leq 4$ 」という答えに対して、  
T・他の答えの人は？  
S 「 $4 \leq y \leq 9$ 」です。  
T 違いを説明できる？  
S ・代入して出た値は同じだけど、4の方が9より小さいから、書き方がさっきの逆になるよ。  
< 授業記録より >

次に、本題の原点を含む問題に取り組ませると、生徒たちの解答は「 $1 \leq y \leq 4$ 」が大多数を

占め、正答の「 $0 \leq y \leq 4$ 」は少数であった。答えが2通りあることに気づいた生徒たちは、徐々にざわざわし始めた。「あれっ、答えが違うぞ。」「えっ、何で。」そんなつぶやきがあちこちで聞こえた。しばらく一人で考えさせる時間をとるつもりであったが、今までの学習では、すぐにグループ活動へ移る経験があったことから、生徒たちは自然に周りの生徒と話し始めた。その様子を見て、すぐにグループ活動に移すことにした。グループに分かれると、満を持していたかのように活発な議論が展開された。4つに分かれたグループからは、説明をする声や質問を投げかける声絶えることなく、活気に満ちていた。友だちのやり方と比較する中で、何人かの生徒はグラフを使ったやり方に注目するようになっていった。計算上では1と4が出るのに、グラフで見るとyの最小値は0を示していた。それでも、納得できないでいる生徒もいた。また、友だちに説明していたのに、混乱して分からなくなってしまう生徒もいた。

そこで、一旦グループ活動を止め、一人ひとりの考えを発表してもらおう場を設定した。K子を始め、大半の生徒が正答に達していたが、T男は納得できない。そんなT男に何とか理解してもらおうと、みんなが必死に説明をし始めた。

◎T男に説明する生徒たち

T男：今まで通り代入すれば、 $1 \leq y \leq 4$ になる。

S1：xの変域が-2から4まで増えるときに、0を通るので、1番小さいのは0だよ。

K子：ここまでがグラフだから、 $y=1$ だと、グラフがなくなっちゃう。

x=0のとき、 $y=0$ だから、1だとグラフがおかしいじゃん。

1から4の変域だとなっちゃう。

T男：(・・・頭を傾げる)

S2：yの変域はyがどこからどこまで変化するかということだから、yが1番小さいのは0のときに1番大きいのは4になるよ。

T男：さっぱり分らない。

M子：yの値の変化を見るには、グラフのどこを見るといいの？

T男：縦・・・あっ、分かった！

<授業記録の一部>



自分なりの言葉で説明するK子



yの変化を縦軸でとらえて説明するM子

T男に必死に教える生徒の様子を見ると、何も言葉はいらなかった。グラフを指さして必死に教えるM子。言葉足らずのところを、別の生徒が説明する。それでも分からなければ、さらに別の生徒が・・・。そのようなやりとりを経て、「分かった。」と叫ぶT男の姿があった。それは、友だちとのかかわりの中から答えを見つけ出した瞬間であった。<仮説①、②>

全員が納得した後、もう一度グループにわけた。そこで、「関数  $y = ax^2$  の変域を求めるときに、みんなが間違えないようにするには、どんなことに気をつけたらいいの？」という発問を投げかけた。同じグループ内のM子と得意気に話をするT男の表情は、自信に満ちあふれていた。そして、どのグループからもあげられた「グラフを使うこと」と「xの変域が負から正になっているときは、yの最小値は0」という2点を、共通のポイントとして確認し合って授業を終えた。

＜授業後の感想＞

- ・今日は代入しても答えが出なくて驚いたけど、グラフのおかげでちゃんと求めることができました。グラフはあらためて大切だと分かりました。(S子)
- ・今までとは違う変域の求め方を知った。(T男)
- ・自分では分かっているけど、それを人に説明することは難しかった。(K子)
- ・途中でパニックになったけど、最後はみんなの説明とかもあってよく分かった。(M子)



得意気に友達に説明をするT男

本単元を通して取り入れてきたグループ学習の感想は、次の通りである。

- ・みんなで話し合うことで、発見したことや疑問を言い合えてよかった。
- ・自分では思いつかないようなことを周りの人が言ってくれて気づくことが多かった。
- ・自分の解き方を人に教えるのがすごく難しかった。
- ・理解している人に教えてもらうことができ、より一層理解することができた。
- ・分からないところを最後まで分かるように説明してくれてうれしかった。

## 5 研究の成果と今後の課題

### (1) 研究の成果

今回の実践を通して、次にあげる2点の成果を確かめることができたと思う。

- ①十分な時間を確保し、じっくりと課題と向かい合わせる場を設定することで、生徒たちは様々な考え方や求め方を見出してくる。その際に、自由に意見交換をする場を設定することにより、友だちの考えをヒントにしたり、自分の考えをさらに深め、広げられることができた。

＜仮説①に対応＞

- ②グループ学習を取り入れることにより、自分にはない考え方を知ることができたり、新しい発見をしたり、さらには、友だちと考え方を確かめ合うことで自信を持って発表できるようになった。 <仮説②に対応＞

### (2) 今後の課題

今回の実践で、反省点として次のことがあげられる。

- ・グループ学習の際に、話し合っている内容がどうしても気になり、教師が出すぎてしまい生徒同士で授業をつくるという場面を逃してしまったことがあった。
- ・つまずきがあることを予想して授業を構成し、その予想通りにつまずいた生徒に対しての十分な支援ができなかった。

これらの反省点に基づき、今後次のような課題に取り組んでいきたい。

- ・教師は発問を含め、生徒に投げかける言葉を選び、必要なこと以外は話さないなど、支援の方法を工夫する。
- ・間違えた生徒が、その授業では活躍できた一人として認め、学習意欲の高まりを持たせる。
- ・形式的にグループ活動の場を設けるのではなく、生徒の学びの状況を見て、必要とするときに取り入れるように工夫する。