

操作活動から算数・数学的活動へ

愛知教育大学 佐々木 徹 郎

1. はじめに

新しい学習指導要領では、算数・数学的活動が目標の冒頭に掲げられ、内容としても扱われている。今年、算数・数学的活動を取り上げた実践研究が多く見られるようになった。もちろん、これは良いことである。今後も重要な研究テーマである。

しかし、それらの実践を拝見して、かなりの誤解があることも分かってきた。そのような誤解は、解いておかなければ、再び過去の轍を踏むことになり、時間がかかる形だけの指導法となる可能性もある。

学習指導要領において算数・数学的活動を前面に出したということは、静かではあっても、大きな改革である。算数や数学を「知識」としてではなく、「活動」として見ることになるからである。実践研究においても、この点を踏まえて、効果的な指導事例を集積していく必要がある。

2. 操作活動

算数・数学的活動で、最もよく見られる誤解は、「操作活動」との混同である。小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）によれば、算数的活動とは「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」である。明らかに操作活動よりも広い活動である。

操作活動という言葉は、昭和55年6月の『小学校算数指導資料 指導計画の作成と低学年の指導』から見られるようになった。その中では、次のように定義されている。

《学習のねらいを達成することを意図した「操作するための材料」を与えて、それを操作することを通して学習させることがある。この種の学習活動がここで考える操作活動である。(p.74)》

また、算数科において操作活動を取り入れる場合として、次のようなものを挙げている。

- ① 概念、原理、法則などの理解の助けとして用いる場合
- ② 判断や説明の根拠として用いる場合
- ③ 問題を把握したり、解決の見通しを立てたりする場合
- ④ 性質や法則などを発見したり、発展的に考察したりする場合
- ⑤ 興味を喚起し、持続しながら知識や技能の習得を図る場合
- ⑥ 操作活動そのものが学習内容になっている場合

平成元年の学習指導要領においても、「第3 指導計画の作成と各学年にわたる内容の取り扱い」では、「具体的な操作や思考実験などの活動ができるように」という文言がある。「思考実験」とい

う言葉が入った背景には、操作活動が形だけの指導になりがちだったことがある。

算数・数学的活動という言葉は、平成10年の学習指導要領において初めて用いられるようになった。平成11年の中学校学習指導要領解説（数学編）では、次のように述べられている。

《数学学習での問題解決の過程をみると、大きくはア）計算処理や図形の具体的操作など客観的に観察が可能な活動、そして、イ）類推したり、振り返って考えたりするなどの内面的な活動に分けてとらえることができる。（p.15）》

つまり、数学的活動には、外的な活動と内的な活動があり、これらの活動は相互的かつ循環的であるとしている。操作活動は、今日の観点からみれば、外的な活動に相当する。算数的活動においても、「表す活動」「説明する活動」「調べる活動」など内的な活動も内容として入っている。むしろ、このような内的な活動をどのように組織して、学習指導するかが今後の問題である。

3. 何のための算数・数学的活動か

どんな授業で、何のために活動をするのか。活動としての算数・数学とは何か。何が変わるのか。これが一番大切なことである。これを分かりやすく説明したい。正木孝昌著『算数の授業で教えるはいけないこと、教えずにはいけないこと』という本が、大変に説得力があった。「教えたことは、教えるな」というのは、教授学の吉本均の名言である。児童・生徒が本当に理解して欲しいことは、直接説明するのではなく、児童・生徒自身が考え出せるように指導を工夫せよということである。

しかし、問題は、どのような内容を教えて、どのような内容を教えないかという判断や評価である。この判断こそ、教師の専門性が関わってくる。かつては、「支援」という用語が流行し、まるで何も教えるはならないと言われたこともある。また、最近では「教えることの復権」などの本が出ている。学力低下論やその対策で、スモールステップによる機械論的な授業が流行したこともある。

例えば、異分母分数の加法の授業である。「ジュースが、⑥のいれものに $\frac{1}{2}$ ℓ、⑦のいれものに $\frac{1}{5}$ ℓはいっていいます。あわせると何ℓですか。」という問題で、まず「式をかいてみましょう。」という発問で、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ をかく。「計算のしかたを考えましょう。」という発問で、児童は「通分して分母を同じにして、計算します。」と答える。教師は、丁寧に通分の仕方を復習して、計算をさせる。そして、授業のまとめをして、計算練習をする。教科書通りに、テンポ良く進む授業である。特に問題のない授業と思われる。しかし、これで本当に児童は、通分の意味や仕方を理解できるだろうか。実際、中学校になると、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 2/5$ といった誤りをする。

やはり、通分するとは、何をすることなのかという意味を児童に理解させたい。そのために算数的活動が必要なのである。分数の加法や通分の意味は、活動を通して、児童が考えていくものなのである。約20年前、操作活動が強調されていた時代には、実際にジュースを入れた容器や、児童が切ったり、貼ったりといった操作をするシートが用意されていた。しかし、残念だったのは、それらの操作活動が、概念や意味の理解に結びつかないことが多かったことである。教師にしてみれば、準備も大変で、時間がかかるだけで、成果が乏しいという思いだったろう。

大切なのは、そのような操作を生かすための「話し合い」だったのだろう。操作が何を意味してい

るのかという反省的活動である。いれものを6等分することに注目するのである。そうすれば、通分の仕方も理解できるはずである。内的な活動が大切なのは、このような理由があるからである。

さらには、操作活動のために、教科書にある計算の仕方を、児童が考えないこともある。例えば、小学校1年の「繰り下がりのある引き算」である。

「かきが13こ なっています。9こ とると、なんこ のこりますか。」という問題から、教師は「しきはどうなりますか。」と発問する。「しき $13-9$ 」が出たところで、教師は、「けいさんの しかたを かんがえましょう。」と発問する。教師は10のかたまりのある「数図ブロック」を用意し、児童が操作して、計算の仕方を考える。このとき、たいていの児童は、3個の方から引いていく「減々法」を、考え出す。ところが、教科書では、「10のほうから9をとる」「減加法」が取り上げられている。教師は、やや強引に減加法を導き出さざるを得なくなる。操作活動が、いわば仇になっている。

これを次のように、パターンから考えさせれば、児童は減加法を考える。

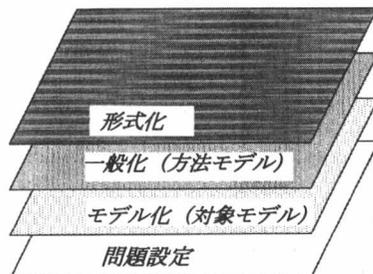
$$10-9=1 \quad 11-9=2 \quad 12-9=3 \quad 13-9=?$$

10の補数に、被減数の1の位を加えればよいことは、すぐに分かる。これも算数的活動である。具体的な操作よりも、数字の操作が本質なのである。

それでは、操作活動を算数的活動として生かすことはできないだろうか。そのポイントは、数図ブロックである。何気なく用意されるが、この教具は10のかたまりを強く意識させるためにある。あえて、ブロックをばらばらに置いて、個数が簡単に分かるにはどうするかを、児童に考えさせるとよい。「10のかたまり」という見方こそ重要である。そうすれば、10の補数をしっかり学んでいることから、減加法を思いつく児童は、少なくないはずである。

これらの例でわかるように、どこで、何のために算数・数学的活動をするかという判断は、きわめて重要である。また、指導の緩急や「めりはり」といった教師の指導能力が求められる。そのためには、粘り強い取り組み以外にないのである。

4. 数学的活動の段階論



算数・数学的活動には4つの段階があり、その点から、実践を反省することは役に立つ。簡単に説明しよう。オランダのフロイデンタール研究所の「現実的数学教育」では、「数学の根源は人間活動である」という思想に基づいて、活動の4つの段階を設定している。(文献④)実際には、4つの段階がこの順序とは限らないものの、児童・生徒の主體的な活動を指導するために参考となる。

(1) 問題設定

問題設定の活動である。算数・数学的活動における目的意識とは、多くが問題意識でもある。理想的には、生徒が問題を設定することである。少なくとも、児童・生徒が問題を理解しなければならない。この活動は、算数・数学的活動の中でも、最も重要な段階である。

(2) モデル化

問題を解決するには、問題状況の中の対象に働きかけなければならない。そのために、対象をモデルに置き換える抽象化が必要となる。そうして、児童・生徒は、思考の手段を手に入れて、問題を解決する。これが、参照的活動である。これは、問題構造やパターンを表現することでもあり、分かりやすくいえば、モデル化である。そのようなモデルを、対象モデルと呼ぶ。

(3) 一般化

算数・数学の指導は、問題解決で終わることはむしろ少ない。問題解決から始まるともいえる。「練り上げ」といわれるものである。特殊な問題ではなく、一般的な問題を解くことが、算数・数学指導の目的となるからである。ただし、児童・生徒が自ら、そのような段階の活動に関わっていくことは難しい場合が多い。教師の指導が重要となる。さらに、重要なことは、この段階では問題を解く方法が議論になる点である。つまり、解決の方法が対象になるのである。「方法の対象化」といわれる活動である。

(4) 形式化

算数・数学的活動の最終段階では、公式や方程式、関数関係にまとめたり、理由や証明へと仕上げていく。このような活動を、形式的な数学的推論の活動という、簡単に形式化と呼ぼう。算数・数学的な技能や推論が必要となるからである。これらの具体的な事例は、他の機会としたい。

引用・参考文献

- ① 文部省(昭和55年6月). *小学校算数指導資料 指導計画の作成と低学年の指導*, 大日本図書株式会社.
- ② 文部省(平成元年6月). *小学校指導書 算数編*, 東洋館出版社.
- ③ 正木孝昌(2009). *算数の授業で教えてはいけないこと, 教えずにはいけないこと*, 黎明書房.
- ④ Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*(pp. 145–169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.