イプシロン　2000. Vol. 42, 1-8

「分数のわり算」の指導はどのようにすればよいか

愛知教育大学　**志　水　　廣**

Ⅰ．はじめに

とにかく分数のわり算の指導は難しい。その根源の原因は，まず教師が分数のわり算の意味を理解していないということである。

本誌の読者は算数・数学に関心のある教師だから「そんな馬鹿な」と思うかもしれない。でも，これは事実である。筆者は，この場面で多くの教師がつまずくのを見てきた。今から４年前，京都市のある小学校の校内研究会の席上で，そこの校長先生から，「私はもう３月で退職する。大抵の指導内容は分かったが，分数のわり算だけが未だに分からない。説明してください。」と質問を受けた。この校長先生は筆者からみてとても優秀な先生である。それでも，長年の疑問であったのだ。これほど一般の教師にとっては難解な教材なのである。

2000年８月にある算数研究発表会があった。分数のわり算の発表レポートだった。この発表では，いかにも子どもが自ら考えて分数のわり算を考えだしたように報告されていた。

ところが，肝心な１あたり量の意識が殆どみられないのである。その問題では，１あたり量は１時間だったのであるが，その時間の数直線が示されていなかった。どの教科書にもこのあたりは微妙に工夫されて記述されている。それに教師自身が気づいていない。

以前，「分数のわり算」を示範授業してみた。そこでは，子どもに筋道立てて考えさせ，説明的に問答すれば子どもは理解できるのである。逆に言うと，問題解決型の授業で子どもに自由に考えさせるというのではとてもではないが，分数のわり算自体が分からないのである。

1997年５月に豊田市立高嶺小学校，京都府舞鶴市立福井小学校で「分数のわり算」の示範授業をした。また，2000年５月に岡崎市立羽根小学校でも少しではあるが「分数のわり算」のまとめの授業をさせてもらった。約20分間で分数÷整数，分数÷単位分数，分数÷分数を説明することができた。筋道を立てて順序だてた説明をすると共に，問答を繰り返せば分からせることができるのである。もちろん，それまでの担任の指導がよいから筆者が授業をしても理解が整理されたのである。それらの経験から「分数のわり算」の指導のコツを述べてみたい。

Ⅱ．分数のわり算指導のキーポイント

キーポイントは３つである。

第１のポイントは，わり算とは１あたりの量を求めるということである。

つまり，わり算とは「何かの量を等分して<u>小さくなった</u>一つ分という」意味では処理できない。

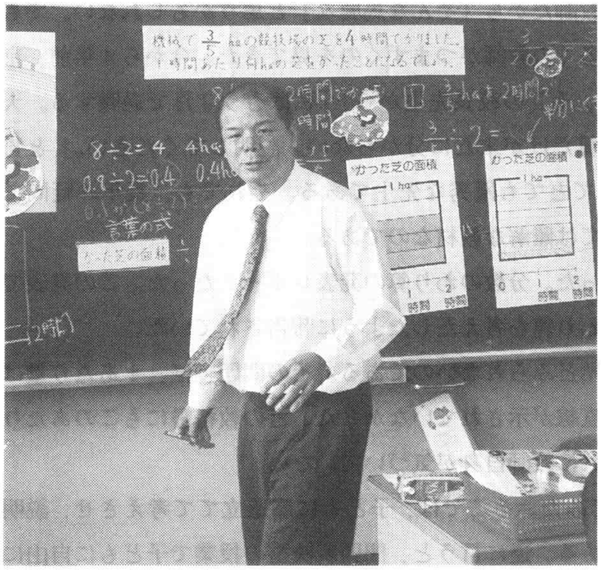
特に，÷小数，÷分数の場合は，１あたりの量を求めるという意味の拡張が意識されないとうまくいかないのである。

逆に言うと，÷整数のときから，「１あたりの量」を意識させるような指導がなされるとよいのである。ここでは，次のページに示す場面，即ち「機械で芝をかるのに何時間かかった。１時間あたりの芝をかる面積を求める」として解説していく。したがって，１あたり量は１時間あたりとして述べていく。

第２のポイントは，面積図の中に時間軸を示すことである。１時間あたりを意識させるためには面積図の中に時間軸の数直線がいつも示されていることである。

第３のポイントは，スモールステップ型の問題解決型授業で行うということである。

「問題解決型」の授業でよく行われるのが問題を出して「分数のわり算の仕方を考えてみよう」という全く子どもまかせの授業がある。これは，子どもがかなり育っていないと難しい。それよりかは，課題提示の後，きめ細やかに分数のわり算を考えさせていく方が，子どもにとっても教師にとっても安心である。



なお，単元構成は，分数のわり算が１時間あたりだということを貫いていこうとすれば，分数÷整数⇨分数÷単位分数⇨分数÷分数という流れがよいと筆者は考える。

というのは，分数×整数と分数÷整数を一つの単元として，その後，分数×分数，分数÷分数を一つの単元とした場合，分数÷整数で１あたりの量を求めるという意識があるのにもかかわらず，分数×分数でその意識が数時間飛ぶことになるからである。÷数が整数であろうが分数であろうが同じ考え方で貫き通せば，子どもにとって迷う必要はないと考えられるからである。

Ⅲ．分数÷整数の指導のコツ：第１時

(1)　問題文，面積図などを示したワークシートを配付する。

導入問題は，下の芝をかる問題であった。

> 機械で0.8haの競技場の芝を２時間でかりました。
> １時間あたり何haの芝をかったことになるでしょう。

この問題を基本として，面積や時間を変化させて，第1時に分数÷整数，第2時に分数÷単位分数を扱うことになる。

競技場の絵と大型の芝刈機を掲示する。

(2) 問題文を読ませ，0.8÷2と立式させる。実際の授業では，この立式さえも困難な子どもが1割はいる。2時間で芝をかるのだから1時間では半分になる操作を見せて，2でわることを理解させた。答えは0.4となる。このとき，面積図の半分はたてに線をかくことが次へのヒントになる。

(3) 言葉の式で次のように表現させる。

〔かった芝の面積〕÷〔時間〕＝〔1時間あたりの面積〕

この時，言葉の式を考えさせるのは難しいので，短冊のカードに〔かった芝の面積〕などと記入して，提示すると式が立てやすい。このあたり，テンポよく授業を進めることである。

(4) 今度は，中型の芝刈機を登場させて，問題文の数値を$\frac{3}{5}$haに変更して式を考えさせる。小数や言葉の式にならって$\frac{3}{5}$÷2と立式させる。

この答えを求めてみることを考えさせる。

「計算のしかたを考えよう」という発問ではなく，「この式の答えを求めてみよう」と発問する。面積図の中で考えさせるのだ。そして，答えの吟味の中から計算の仕方を導き出すようにする。

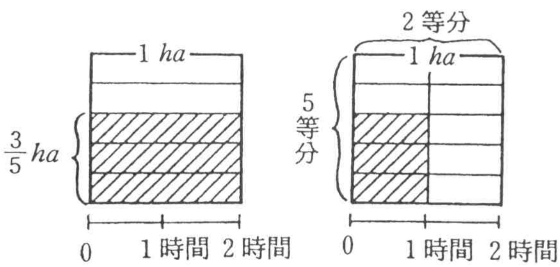
(5) 答えを求めさせるのに，色をぬるという算数的活動を取り入れる。今考えている対象の明確化と考える根拠を与えるためである。

まず面積図の$\frac{3}{5}$haに色をぬらせる。全員の子どもが正しくぬれたがどうかの確認が大切である。その上で1時間の部分の面積を考えさせるのである。1時間の面積をぬるためには，図の中にたてに線をひく必要がある。ここがポイントである。

0.8÷2の面積図が黒板の左端にはってあるのでこれもヒントになる。

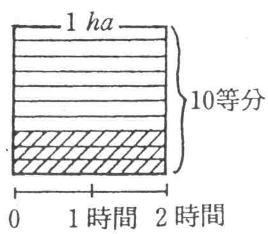
〔本解答〕

図1



〔別解答の図〕

図2



基本的には本解答の図となる。

そこで，この図で1時間あたりの面積は何haになるかを考えさせる。これが案外難しい。色がぬれても面積を分数で表すことは難しい。

机間指導で「1haをいくつに分けたいくつ分になっていますか」と質問した。これで，大部分

の子どもは分かった。読者のあなたが，机間指導で全員を見れないのなら，一斉指導で考えさせるとよい。

(5)　子どもに答えとわけを発表させるとよい。

まず，$\frac{3}{10}$haが答えであることを確認する。次に，「なぜ，$\frac{3}{10}$haになったのか」を質問する。

すると，子どもの反応は「$\frac{1}{10}$が３つあるから」という。「では，なぜ１目もりの面積が$\frac{1}{10}$haになるか」を問う。子どもは「たてに２等分して横に５等分して10分の１になる」という。

本当は，５等分の方が先なので「５等分して２等分すると５×２等分することになる」ことに気づかせる。

この後，÷３についても同様に考えさせた。(第１時は以下略)

とにかく，この発表の場面では答えとわけを面積図に結びつけて１時間の面積についてスモールステップで考えさせるのである。

もう一度，わり算は１時間のところを求めたことを確認して終わる。

Ⅳ　分数÷単位分数の指導（第２時）

(1)　基本的には第１時と同じ流れである。

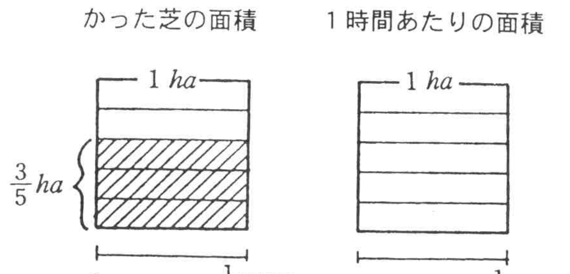
ワークシートの問題には，先の導入問題で時間の部分を１／□時間として提示する。

□に適当な数値を発表させる。すると，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{60}$…が登場した。このあたりはテンポよく進める。

(2)　まず，$\frac{3}{5}$haを$\frac{1}{2}$時間でかる場面を取り上げた。第１時に÷２を扱っているので，その逆数にあたる÷$\frac{1}{2}$を意図的に扱った。

$\frac{3}{5}\div\frac{1}{2}$と立式させた。次の面積図となる。

図３



(3)　そこで，下の数直線の右端が$\frac{1}{2}$時間であることを確認して，この図をもとにして１時間あたりの面積をワークシートにかいてみようと呼びかけた。

すると，子どもたちは困った。図にかけないからである。

(4)　この部分の教師と子どもとのやりとりを再現してみよう。

この場面で問いの発生についてつかませることがキーポイントである。

T　問題の意味が分かった？

C　うん，ちょっと分からない。

T　どこが分かりにくいの？

C　半分は分かるんだけれど，何て言えばよいか分からない。

この部分で子どもに困らせるのである。そして，「半分はわかる」というのは第1時で$\frac{3}{5}\div 2$のときの半分という意味である。

ここが，問題の焦点化になる。

T　あっ，すごい！半分ってどういう意味？

C　1時間だったら，ここが$\frac{1}{2}$時間なんだけれど…

この発言は，前時の$\frac{3}{5}\div 2$の面積図と数直線を思い出したものである。つまり，上の図3で時間直線の$\frac{1}{2}$の地点を指して，ここが1時間だったら半分が$\frac{1}{2}$時間になることを主張しているのである。

T　ああ，いいね。もし，ここ（$\frac{1}{2}$時間の地点）が1時間だったら，ここ（面積図の半分）が$\frac{1}{2}$時間だったんだよね。

T　この図の中に1時間があるの？

C　ないよ。

T　それでは，1時間はどこにあるか分かるかな。先生には1時間が見えるよ。

分数のわり算では，このあたりのやりとりが不可欠である。

(5)　ここで，3分の1の子どもの手があがった。こんな場合，すぐに発表させないことである。みんなが分かるように少し待つことである。

T　よし，2分間あげるから，隣と相談していいよ。1時間ってどこか考えてみよう。

ここで机間指導した。

C　この図の倍だ。（全員）

全員が時間数直線で言えば2倍すれば1時間になるということに気がついた。発表させた。

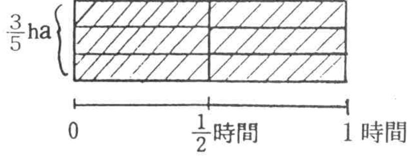
C　ここが$\frac{1}{2}$時間だから，ここが1時間になります。

C　ここが30分だから，ここが60分になります。

(6)　答えの部分を図にかく。

すると，1時間あたりの面積は，2倍になることが分かったので図にかかせるのである。次の図になる。ここの場面をきちんと図にかかせるのが算数的活動である。もう一度，考えて分かったことを図で確かめさせることである。

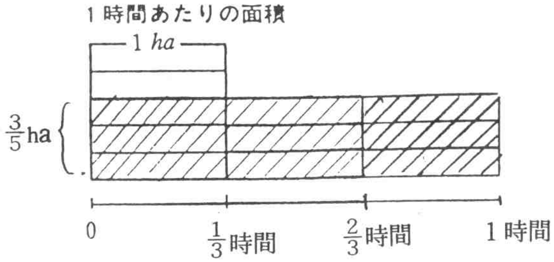
図



そして，答えが$\frac{6}{5}$haになることに気づかせた。すると，$\frac{3}{5}\div\frac{1}{2}=\frac{3}{5}\times 2$と同じになることを確認した。

$\frac{1}{3}$時間の問題も同様に考えさせた。その結果，$\div\frac{1}{3}$は3倍になることも確認した。3倍の図にかかせた。$\div\frac{1}{2}$の作図をしっかりしていると，$\div\frac{1}{3}$の図もすぐにかくことができる。

図



ともかくも，スモールステップを意識したテンポのよい授業の流れと，作図しているところの子ども一人ひとりのきめ細かなチェックを心がけた。

(7) 計算手順への方法

なお，ここでの計算手順に結びつく説明には2通りある。

a　$\frac{1}{2}$時間の面積が$\frac{3}{5}$haであるから，その2倍となるという説明である。

$\frac{3}{5}\div\frac{1}{2}=\frac{3}{5}\times 2$

b　1時間では，$\frac{1}{5}$ｈａの面積が（3×2）個分という説明である。

$\frac{3}{5}\div\frac{1}{2}=3\times\frac{2}{5}$

筆者は，aの方法で説明した。

何度の言うようだが，1あたりを求めることを教師は絶えず意識しておく必要がある。

(8) ÷単位分数の図の拡張

子どもたちは，授業の導入で÷数を$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{60}$…と発言した。ここで，自分が発言した単位分数でわり算をして図に表してみようと指示した。$\frac{1}{8}$や$\frac{1}{60}$の子どもは「ええっー」と言った。それでも，$\frac{1}{10}$ぐらいまでの子どもは，ワークシートの横にはみ出るので紙をつけたして図に書いていた。$\frac{1}{10}$なら横には10倍の図になるから大変だけれど，意味がよくつかめていたので面白そうに取り組んでいた。

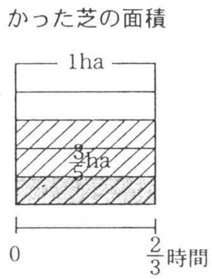
V　$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}$の指導（第3時）

(1) 問題提示

問題文は，「$\frac{3}{5}$haの芝を$\frac{2}{3}$時間で刈るとすると1時間あたりでは何haで刈れるでしょう。」である。

ここまでくると，分数のわり算はこの問題では1時間あたりを求めることという意識が醸成される。

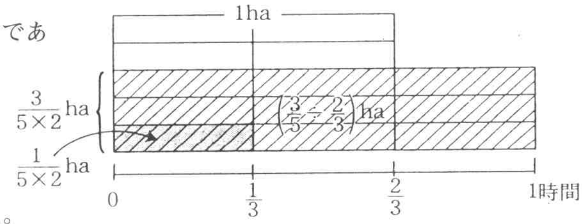
そこで，問題場面を右の図で示すのである。



すると，子どもは１時間あたりはどこかという意識で図をかきはじめる。だから，面積図の下の時間軸の数直線を示しておくことが大事なのである。

すると，右のような図になる。

1時間あたりの面積



(2) 子どもの考え方

① 後，$\frac{1}{3}$時間分を増やすと１時間になる。

② １時間は$\frac{1}{3}$時間の３倍だから，$\frac{1}{3}$時間の面積を右に３倍のばす。

これで，答えは，$\frac{9}{10}$haとなることが分かる。

さて，①の方法だと，分数のわり算の手順を導くには苦しい。そこで，②の方法から誘導していく。

(3) 三つの誘導説明

a $\frac{3}{5}$haを半分にして，つまり２でわって，それを３倍すればよい。

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}\div2\times3=\frac{3}{5\times2}\times3=\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$$

b １時間では $\frac{1}{5\times2}$ haの面積が（３×３）だから，

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$$

c 初めの式と結果の答えと比べて方法を推測する方法。

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3\times\square}{5\times\square}=\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{6}{15}\quad\text{だから，}\quad\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$$

筆者は，ａの方法で説明した。

この方法で，子どもは理解できた。

Ⅵ 式変形による説明について

なお，ひっくり返してかけるのを式変形で説明する方法がある。

わる数とわられる数に同じ数をかけても答えは変わらないというわり算の性質を利用するのである。この場合は除数の逆数をかけるのである。

$$\frac{3}{5} \div 2 = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\right) \div \left(2 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$$

この方法はスマートだが，子どもはなぜ逆数をかけるのかが分からないのである。逆数をかけるというのは，1あたりの量を求めることにほかならない。2時間を$\frac{1}{2}$倍すれば1時間を求めることと同じであるという意識が大切なのである。そこに注意したい。

Ⅶ　おわりに

実感として，分数のわり算の指導は楽ではない。分数のかけ算の時から面積図を示し，そして時間数直線も見せて1時間を意識させておくことである。分数のわり算だけうまくやろうとしても無理である。

逆に言うと，きちんと筋道立てて考えさせていけば子どもは理解できるということでもある。

最後になったが，この論文を書くことになったきっかけとして，分数のわり算の示範授業をした舞鶴市立福井小学校，豊田市立高嶺小学校，岡崎市立羽根小学校の皆様に感謝の意を表したい。

引用文献

(1)　拙著　2000.12「分数のわり算は1あたりがキーポイント」　『楽しい算数の授業』明治図書　pp64～66

(2)　拙著　2001.1「1にあたるのはどこ？」　『楽しい算数の授業』明治図書　pp64～66