【 論文 】

ヴィゴツキーの発達理論から見た算数・数学の授業における練り上げの重要性

― 小学校２年生かけ算の単元の実践の考察を通して ―

小　池　嘉　志

愛知教育大学教育学研究科後期３年博士課程

要旨

今日の算数・数学の授業において多く実践されているのが、問題解決の過程を取り入れた授業である。中でも練り上げは、自力解決により得られた解決のうち、いくつかの代表例をもとに、その解決に至った着想から、表現に至るまでを話し合うことによって、より洗練された考えへと練り上げていく活動であり、問題解決的な授業の核とも言われている。本稿では２年生かけ算の単元での実践における望ましい子どもたちの姿の表出について、ヴィゴツキーの発達理論をもとに考察し、その要因を明らかにすることによって、練り上げを中心に据えた授業設定の重要性を示すことを目的とした。その結果、子どもたちの概念形成において練り上げは必要不可欠であり、練り上げの持つ機能として、社会的相互作用による、納得の伴った深い理解と主体的な学習の演出という二つの重要な役割があることが明らかになった。それとあわせて、指導内容における発達の最近接領域を特定し、授業を通して一人一人にそれが構成されるよう意図的な指導を行っていくことの重要性を示すことができた。

キーワード

発達の最近接領域、社会的相互作用、練り上げ

１　はじめに

今日わが国における算数・数学教育では、問題を解決することによって知識や技能、考え方などを身につけさせていくことから、問題解決的な授業が多くなされている。そして日本におけるこの傾向は、1980年４月にアメリカの全米数学教師協議会（NCTM）が刊行した“An Agenda For Action”の勧告が契機になっており（山田、2009、相馬、1983他）、この授業の形態は今や日本の算数・数学の授業の大きな特徴であるともいわれている。（熊倉、2013、河﨑、2013、J. スティグラー、J. ヒーバート、2002）。

通常問題解決的な授業では、設定された問題について、それを把握すると、まず子どもたち一人一人が自力での解決に取り組む。この活動が自力解決と呼ばれている活動である。自力解決で子どもたちが至った自分なりの解決は、一面的な見方しかできていなかったり、表現が稚拙であったりし、深い追求をしないままで終わってしまうことが多い。またこの活動では、まだ解決の見通しさえもてないでいる子もいる。

そこで自力解決に引き続き、子どもたちが考えた解決のうち、いくつかの代表例をもとに、その解決に至った着想から、表現に至るまでを話し合うことによって、代表例をクラス全体で理解し、より洗練された考えへと練り上げていく活動が必要になる。この、「自力解決で子どもが作り出した自分なりの考えをもとにして、教師と子ども、あるいは子ども同士の話し合い活動を通じて、よりよい解決を作り上げることにより、子どもたち一人一人が新たな知識を主体的に構成していく活動」を本稿では練り上げと呼ぶことにする。

算数・数学教育を語るとき、その指導内容、すなわち「何を教えるか」については明確に示され、教育者の多くに理解されるところではあるのだが、その内容を「どう教えるか」、すなわち指導法については、授業者の指導観や経験によって様々であり、どの方法が効果的かということについても、指導内容はもとより、授業の対象となる子どもたちの実態やその学級での学級文化などによっても左右され、明確には示しがたい。

それゆえ実際に語られている指導論は、教師の個人的な実践経験に基づいた対症療法的な実践論が多く、「なぜそのような手立てを打つのか」といったことはまだしも、「なぜそのような手立てが有効なのか」といったことまで言及されているものは少ない。それゆえ現場では問題解決的な授業が有効だとはされつつも、その形式だけにとらわれ、ねらいのあいまいな、子どもたちの目的

意識のない活動に終始するといった実践も少なくない。このことが問題解決的な授業が形骸化していると言われる所以ともなっている。そしてこのことは練り上げの活動において顕著に表れる。

そこで本稿では、２年生かけ算の単元での実践で、ある子から出てきた分配法則の概念が、クラス全体に広がっていった様相をもとに、子どもたちの望ましい知識の構成について、ヴィゴツキーの発達理論から考察していく。そして練り上げという活動のもつ機能を抽出することによって、練り上げのもつ社会的相互作用としての役割を示し、あわせてその機能をうまく生かすための指導の在り方について言及していく。そして、問題解決的な授業における練り上げが果たす可能性と重要性を示そうというものである。

２　２年生かけ算の実践における分配法則の概念形成

本章では、２年生かけ算の単元において、ある子から出てきた分配法則の考えが、他の子どもたちに影響を与え、影響を受けた子が分配法則を自分の概念として構成していった過程について考察していく。なお本実践は、平成２年12月、愛知教育大学附属名古屋小学校で行われたものである。

(1) かけ算学習における子どもたちの素地的経験

子どもたちの数の概念は、幼児の頃からいろいろな場面で培われてきている。それはそれぞれの生育の過程によって様々なのだが、ものの個数を数える、順序づけをする、大小を比較するなどいろいろな経験をしてきている。また、遊びの中でも数の合成、分解などの素地となるような操作も多く経験してきている。そのような経験を通して、数とは、個数を表したり、順序を表したりするときに使うものであることを理解している。

小学校２年生半ばを過ぎた頃の子どもたちは、数と計算の領域で加法と減法について学習してきている。そこでは加法・減法の計算の仕方を、具体物の操作、図の利用などを通して学び、3けた±３けたまでの計算を、筆算を利用してできるまでになっている。そしてまた、日常のいろいろな数理事象から問題場面を見いだし､加法･減法を適用し、解決するという経験もしてきている。

さらに子どもたちは、日常生活のいろいろな場面で、同じ数の幾つ分を数えるという経験もしてきている。例えば、５人乗りの車３台では何人のれるだろうかという場面などがそれである。このようなことから第２学年も半ばを過ぎた頃の子どもたちは、それまでの生活経験、学習経験を通し､「同じものの（数の）幾つ分という考え方ができる場面がある｣､「ものの個数を２とび、５とびで数える｣､「いくつかあるものの総和を求めるには加法を適用すればよい｣､「加法の答えを具体物の操作や、図を利用して求める」などの知識をもっており、同じ数の幾つ分ということを表す新しい演算として乗法を学習するだけの素地は十分できあがっていると考えられる。

(2) かけ算学習における標準的な指導内容と分配法則

かけ算の学習では一つ分の大きさがきまっているときに、その幾つ分かに当たる大きさを求めるという乗法の意味を理解し、さらに乗法九九を記憶することによりその結果を容易に求めたり、乗法の適用題ができるようにしたりすること、そしてさらに交換法則など乗法に関して成り立つ性質を理解し、それを問題解決に適用することができるようになるまでに子どもたちの理解を深めることをねらいとしている（文部科学省、2008)。そのねらいのもと、１の段から９の段までの九九の構成をおこなっていく。そしてここでの学習は、どのようにして九九を構成していくのかということが、学習の大きなポイントとなり、子どもたちの数学的な見方や考え方を広げていくことにつながる。

これまで子どもたちは、同じものの幾つ分を考える場合、意識している場合もそうでない場合も加法を使ってきた。そこでは２の６つ分を、$2+2+2+2+2+2$と書き、順に足すことによって答えを求めてきた。すなわち累加である。したがって、九九の構成ではまず累加が基本となる。しかし、累加により九九を構成していくうちに、子どもたちは「2×6は、2×5に２をたせばよい」ということに気づく。被乗数、乗数と積の関係の利用である。しかし、何の既習経験もない状態で$6\times3=5\times3+1\times3$のような分配法則を使って九九を構成することに気づくことはない｡したがって通常の指導(学習指導要領）では、九九の構成にあたり分配法則を利用することまでは求めていない。

すなわち２年生のかけ算の学習では、先に述べたねらいのもと、累加および被乗数、乗数と積の関係の利用により九九を構成し、そのよさを知るとともに、それを理解し問題解決に適用することができるようにすることが重要なのであり、以後の第３学年での２けた×１けたの乗法などの学習や除法の学習の素地となり得る学習が必要とされている。

だが時として子どもたちの中から分配法則の考えが出てくることがある。子どもたちはかけ算の定義を「４の３つ分のことを4×3」として学習する。すなわち、基準量のいくつ分という考え方である。したがって、かけ算の学習が進んでいくうちに、例えば5×15ならば、５の15個分だから、5×7と5×8をたせばよいという考え方が出てくるのである。そしてこの考え方は、数学的な見方・考え方として価値が高く、かけ算の学習を広げ、深めていくことができるものである。したがって子どもたちの中から出てくるならば、ぜひ取り上げていくべきであると考える。

本実践では、意図的に分配法則の考えが、子どもたちの中から出るようにしようとしたわけではない。しかし

次節で示すとおり、結果として子どもたちの中から分配法則の考えが出された。したがってここでは、本実践の何が作用してこの分配法則の考えの出現に至ったか、そしてどのようにしてその考えが他の子どもたちに広がり、概念形成をしていったのかを考察することが重要であると考える。それについては次章以降で考察していくことにする。

また九九の構成は、5の段、2の段、3の段、4の段という順で行っていった。5の段からがよいのか2の段からがよいのかは議論の分かれるところだが、5の段の方が、まとまりという概念を意識しやすいこと、子どもたちの生活経験の中に、5とびの数え方があることなどから、5の段の九九の構成から行うこととした。

以上のことから本単元では下記の指導過程で実践を進めていった。

【2年生かけ算の単元における学習過程】

1. おなじものの幾つ分をかけ算で表し，その答を求めてみよう。
(1) ゲームをしてこれからどんな勉強をしていくか考えよう。
(2) かけ算の意味を知り，その表し方を知ろう。
(3) いろいろな場面をかけ算で表し，答を求めてみよう。
2. 2の段から，5の段までの九九の意味を知りつくろう。
(1) 5の段の九九をつくろう。
(2) 5の段の九九を使って問題をとこう。
(3) 2の段の九九をつくろう。
(4) 2の段の九九を使って問題をとこう。
(5) 3の段の九九をつくろう。
(6) 3の段の九九を使って問題をとこう。
(7) 4の段の九九をつくろう。
(8) 4の段の九九を使って問題をとこう。
(9) 今まで習ったかけ算を使って解く問題をつくろう。
(10) 2の段と4の段の九九の関係を説明しよう。
3. 6の段より上の九九をつくり，九九ができる楽しさを味わおう。
(1) 6の段の九九をつくろう。
(2) ほかのだんの九九をつかって，6のだんの九九をつくろう。
(3) 7の段の九九をつくろう。
(4) 8の段の九九をつくろう。
(5) 9の段の九九をつくろう。
(6) 9の段までの九九を使って問題を解こう。
(7) 1の段の九九をつくろう。
4. かけ算の性質をまとめ，問題を解こう。
(1) 答の同じになるかけ算を見つけ，わけを説明しよう。
(2) 計算の仕方を考えて問題を解こう。
(3) 今まで習ったかけ算を使って解く問題をつくろう。

(3) 実践における子どもたちの概念形成の様子

本節では、実際の授業における練り上げを通して子どもたちが見せた特徴的な様子を追いながら、子どもたちがどのように分配法則の概念を構成していったのかを見ていくこととする。

① 第1次、かけ算学習の素地となる実践

第1次の実践では、「おなじものの幾つ分」を意識させ、今後のかけ算学習の素地となる経験とかけ算とはどのような演算かということの確認をすることがねらいである。

1.-（1）のゲームとは次のようなルールのもとで行うものである。

・となり同士でじゃんけんをして、一方が10回勝つまで続ける。
・パーで勝ったら5点、グーで勝ったら3点、ピーで勝ったら2点の得点がもらえる。
・合計点が何点になるかで競う。

このゲームでの意図は、合計点の求め方を通してかけ算の意味を指導することになる。ゲーム終了後、教師から「さあ、だれが一番点数が多いのでしょう。このクラスのチャンピオンを探したいと思います。自分の点数の合計を、はやく、間違いのない方法で求めてみて下さい。」との指示のもと、追求に入る。

子どもたちからは以下のような解答が出された。

【児童の解答（下記得点の場合）】

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3	3	2	5	2	5	3	5	3

ア　各得点を順にたしていく

5＋3＝8　8＋3＝11　11＋2＝13　13＋5＝18
18＋2＝20　20＋5＝25　25＋3＝28　28＋5＝33
33＋3＝36

イ　5のまとまりをつくって、五、十、十五、二十・・と数え、端数をたす

5，3，3，2，5，2，5，3，5，3

5の6つ分を、五、十、十五、二十、二十五、三十と数え、それに3＋3の結果をたして、30＋6＝36

ウ　同じ得点だけの合計を求め、さらに全体の合計を求める。

5＋5＋5＋5＝20　　3＋3＋3＋3＝12
2＋2＝4　　20＋12＋4＝36

練り上げでウの考えに着目させ、計算のしやすさなどのよさを話し合った後、「このように5の4つ分のことを5×4とかいて『5かける4』と読みます。このような計算をかけ算と言います。」と定義の確認をした。

② 第2次、かけ算の構成に関する質的な高まり

第2次では、5の段、2の段、3の段、4の段と順に九九を構成していった。子どもたちから出された考えは、図-1に見るように、累加および被乗数、乗数と積の関係の利用を中心としたものであった。そして、各時間の

練り上げでは、「どのように考えたのか」、「それぞれの考えには､どんなよさがあるのか」などについて話し合った。子どもたちは、「たしざんはだれにでもわかる」､「前の答えがわかれば、すぐに答えがわかる」などそれぞれのよさを述べている。

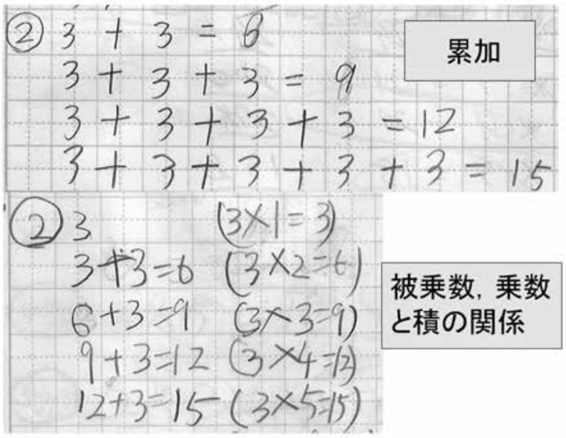

図-１　３の段の九九の構成に見られる子どもの考え

しかし子どもたちからは、2 の段の次は 3 の段、3 の段の次は 4 の段というように同じパターンで徐々に大きな数の段の九九を構成していくうちに､「今日も同じだ」という意識がでてきていた。そこで第 2 次のまとめとして、2.-(10) の実践では､「2 のだんの九九と 4 のだんの九九を見くらべて気がついたことはないかな。どうしてそうなるのかわけを考えよう。」という問題で、2 の段と 4 の段の九九の関係を探らせ、どうしてそうなるのかというわけを考えさせた。

すると子どもたちは「4 の段の九九の答えは、2 の段の九九の答えの 2 倍になっている」ということに気がつき、どうしてそうなるのかということをいろいろな方法で説明していった。そしてその時、A 児から出されたのが下の図 -2 の考えである。

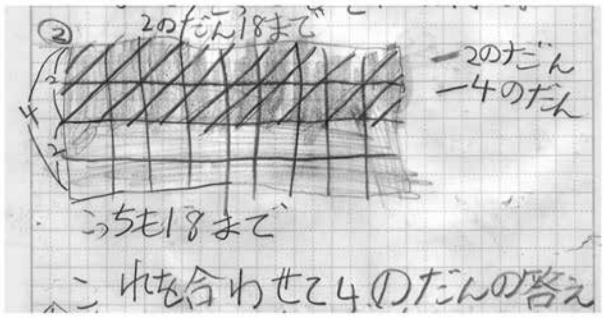

図-２　A児の２、４の段の関係を考えた考え

A 児のこの考えは、4 の段の九九は 2 の段の九九を二つ合わせたものとして見ていることがわかる。したがって A 児はこの時点で分配法則の考えをもっていたことがわかる。しかし A 児は、それまでの九九についてはすべて累加、もしくは被乗数、乗数と積の関係を利用して求めている。したがって、A 児はこの時間初めて、この見方に気づいたといえる。

前節でも述べたが、この単元の指導では、意図的に分配法則を子どもたちの中から出そうとしたものではなかった。したがってこの時間の練り上げでは、A 児の考えを取り上げることもなく（その時筆者は A 児の考えを深く分析できなかった)、分配法則については触れず、単に 4 は 2 の 2 倍だから、答えも 2 倍になるということをまとめたにすぎなかった。

③　分配法則の出現と練り上げの作用

前時の練り上げで子どもたちは、2 の段と 4 の段の九九の関係を考え､「4 は 2 の 2 倍だから、答えも 2 倍になる」ということを知った。本時はその上での 6 の段の九九の構成であった｡子どもたちから出された考えは、ほとんどがそれまで通り標準的な累加､もしくは被乗数、乗数と積の関係の利用であった。ところが、前項で紹介した A 児は図 -3 のような図をかき解決をした。

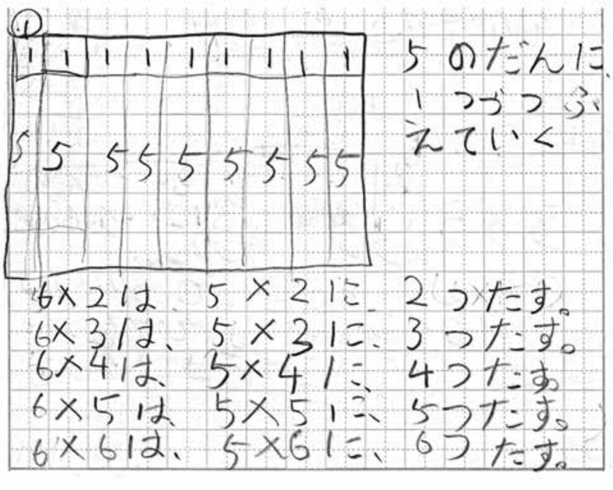

図 -３　A 児の６の段の九九の構成（抜粋）

A 児は、6 の段の九九は、5 の段の九九に、順に 1、2、3・・・とたしていくことにより、答えを見つけることができるというように考えたのである。これは見方を変えれば、5 の段の九九に 1 の段の九九をたせばいいとして 6 の段の九九を構成していったことになる。すなわちこれは標準を超える分配法則の考えである。A 児は、6 を 5 と 1 の和と見ることによって九九を構成していったのである。もちろんこのような九九の構成の仕方は教科書に載っているわけではなく、このクラスにとってはオリジナルの考えである。

そこでこの時間の練り上げではこの考えを取り上げ、A 児はどのように考えて、6 の段の答えを見つけていったのかを、クラス全体に問いかけ話し合った。すると子どもたちは、方眼図を使って 6 を 5 と 1 に分けて見ることによって、5 の段の九九の答えが利用できることに気

づいていった。そしてクラス全体で累加などの他の考えと比較検討し、そのよさについて話し合った。

すると子どもたちからは、「（六三は五三に３をたせばよいなど）ほかのだんの九九がわかれば答えがわかる」など、分配法則の考えのよさがあげられ、「なるほど、いい考えだね。」「そうか、そんな考えもあるのか。」とＡ児の考えを、そのよさの実感とともに納得していった。そしてこの発想は、クラス全体に広がっていき、子どもたちは１つの数を他の数の和として見る見方のよさを認識し､九九の構成､九九に対する見方が深まっていった。

すなわち練り上げにおいて、Ａ児の着想や図などの表現から最終的に至った考えまでを理解し、そしてそのよさを話し合った結果、子どもたちはこの時間のまとめとして、Ａ児の考えのよさを認め、６の段の九九は他の段の九九を利用してつくることができるということをまとめとしていったのである。

そこで次の時間、練り上げの場においていろいろな考えを出させることによって、この分配法則の考えをさらに深めさせたいと考え、「ほかのだんの九九をつかって、6のだんの九九をいろいろにつくってみましょう」という問題で授業を行った。その結果子どもたちからは、図-4 にある考えの他、「６の段の九九は、２の段の九九の３倍」など分配法則を利用していろいろな考えで６の段の九九を構成する考えが出された。

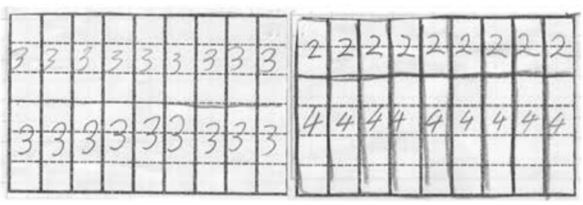

図-４　他の段の九九を使った６の段の九九の構成

そして練り上げでは、「六四は三四の２倍になる」、「六三は二三たす四三になる」など、分配法則の考えを取り入れた九九の見方が広がっていき、「九九の答えは、ほかのだんの九九をつかって見つけることができる」として分配法則の考えをまとめることができた。

④　Ｂ児の分配法則の構成に関わる変容

3.-(2) の授業において、６の段の九九を、分配法則の考えのもと、他の段の九九を利用して構成していくことができるようになった子どもたちは、その後の７の段以降の九九の構成においても累加および被乗数、乗数と積の関係に加え、積極的に分配法則を利用して九九を構成していった。

その中で、とくに注目したいＢ児の変容の様子を見てみたい。Ｂ児は、６の段の九九の構成における練り上げの話し合いの中で、Ａ児の考えに大変鋭く反応し、いち早くそのよさに気づき、Ａ児の考えをノートに書き写すなど、分配法則を自分の解決に取り入れていった。

そして７の段の九九の構成においてＢ児は、下記の図-5の考えの他にも、「３の段と４の段をたす」、「６の段に１ずつ加える」などの考えを出している。

この時間はＢ児だけではなく、他の児童からも３の段の九九と４の段の九九をたせばよいなど、同様の考えが出されている。

図-５　７の段の九九の構成に関わるB児の考え

その後授業は８の段の九九の構成、９の段の九九の構成へと進んでいく。子どもたちはそこでも同様に、累加および被乗数、乗数と積の関係、そして分配法則を利用して九九を構成していった。分配法則は、このクラスの子どもたちにとって、すっかり馴染んだ考えになっていったのである。

そして９の段の九九の構成の授業で、Ｂ児は、分配法則を利用して、「９の段の九九は５の段と４の段の九九をたせばよい」「３の段の九九の３倍になる」という考えの他に、次の図-6のような考えをノートに記述していた。

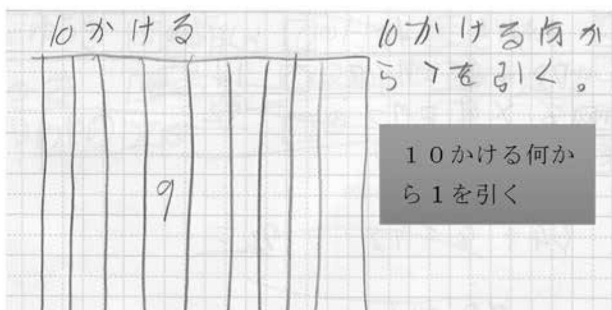

図-６　９の段の九九の構成に関わるB児の考え

Ｂ児のこの考えは、分配法則を利用した６の段の九九の構成におけるＡ児の考えの単なる摸倣ではないことがわかる。この考えは、それまでの分配法則の考えをもとに、新たな自分の発想を加えた新しい考えの創造として見ることができる。すなわちＢ児はＡ児の考えを完全に自分のものとして使いこなし、９という数を 10 から１足りない数と見て、「10 かける何から１をひく」と

いう考えに至ったことがわかる。

このようなB児の変容の姿とその概念形成の過程は、各授業における練り上げにおける話し合いがなければ見られなかったといってもよいものであり、私たちの教授と学習の関係および指導の目指すべき在り方を考えていく上での拠り所となるべきものであると考える。次章では、それを考察していくこととする。

3　ヴィゴツキーの発達理論から見た2年生かけ算の実践の考察

本章では、前章の実践におけるA児の分配法則の考えの出現と、その影響を受けたB児の分配法則の概念形成に至る過程を考察していく。その拠り所として「子どもの精神発達と教授－学習との関係をどのようにとらえるかということでヴィゴツキーが考え出した新しい心理学概念」（柴田、2006,p24）とされる発達の最近接領域の概念から、前章の実践について、望ましい子どもたちの姿が現れた要因を考察し、算数・数学の授業構成の在り方について述べていく。

(1) 発達の最近接領域から見た指導内容の特定

ヴィゴツキー（2003, pp.16-17,193-194）は、子どもの発達を考える時には、すでに完結したある発達サイクルの結果として子どもに形成された精神機能の発達水準、すなわち今日すでに成熟した現在の発達水準ばかりではなく、今日はまだ成熟していないが、しかしすでに成熟の途上にあり、すでに発芽し、明日になればもう結実し、明日になればもう現在の発達水準に移行するような、発達の最近接領域に目を向けることが大切であることを述べている。これについて中村（2004, p11）は、「最近接発達の領域とは、子どもがある課題を独力で解決できる知能の発達水準と、大人の指導の下や自分より能力のある仲間との共同でならば解決できる知能の発達水準とのへだたりをいう。このへだたりは、いまは大人や仲間の援助の下でしか課題の解決はできないが、やがては独力での解決が可能となる領域（つまり、次に続く発達の領域）を意味している。いわば、子どもに成熟しつつある知的発達の可能性の領域のことを、最近接発達の領域と呼ぶのである。」（中村は発達の最近接領域ではなく最近接発達の領域という用語を使っている）と解説している。

ヴィゴツキーの主張によるまでもなく、我々が授業を行うときは常に、子どもたちの現在の発達水準を見て取り、明日の授業内容を考えている。しかしヴィゴツキーがいう、「いまは大人や仲間の援助の下でしか課題の解決はできないが、やがては独力での解決が可能となる領域」、すなわち発達の最近接領域とは何であって、またそれをどのようにとらえていけばよいのだろうか。

日常での授業は教科のカリキュラムに従い、教科書の内容をもとに、指導内容を考え決定していく。例えば「6の段の九九の構成」の授業ならば、「いろいろな方法で6の段の九九をつくってみよう」と子どもたちに問えば、子どもたちは自分の力だけで、累加や被乗数、乗数と積の関係を利用して6の段の九九を構成していく。これが通常のカリキュラムが求める標準的な授業であり、子どもたちの現在の発達水準である。

だが前章の実践でA児から出た分配法則の考えは、通常現れる考えではないが、子どもたちの中から時として現れる。すなわち標準を上回る、「子どもに成熟しつつある知的発達の可能性の領域」なのである。これこそが、明日の発達水準なのであり、「いまは大人や仲間の援助の下でしか課題の解決はできないが、やがては独力での解決が可能となる領域」すなわち発達の最近接領域と呼べるものなのではないかと考える。

ヴィゴツキー（2001, p304）は「教授はそれが発達の前を進むときにのみよい教授である。そのとき教授は、成熟の段階にあったり、発達の最近接領域にある一連の機能を呼び起こし、活動させる。ここに、発達における教授の主要な役割がある」と、教育における子どもの発達を引き出すことの重要性を述べている。このことについて柴田（2006, p27）は、「教育が、発達においてすでに成熟しているものを利用するにすぎないのであったら、それ自身が発達を促進し、新しいものの発生の源泉になることはできません。ですから、教育はつねに『後ろに発達を従えた教育』でなければならないのです。」と述べている。

前章でも述べたが、筆者は分配法則を念頭にこの実践に取り組んだわけではなかった。しかし結果として子どもたちの中から分配法則の考えが出現し、それを練り上げにおいて取り上げたため、前章の実践のようなB児の変容の姿が見られた。言い換えれば、もしだれからも分配法則の考えが出なかったら、あるいはそれを練り上げで取り上げていなかったら、あの実践での子どもたちの分配法則の概念習得の姿はなかったのである。すなわち授業者である筆者は、前章のA児の考え、分配法則を、子どもたちの発達の最近接領域として、事前に把握しておく必要があり、それが授業の中で出てくるような意図的な展開を考え、練り上げを核とする授業を通してこの考えが、子どもたち一人一人に構成されるよう計画的な指導を行っていくことが必要であったのである。

したがって、授業を行うに際しては、まず子どもたちの発達の最近接領域を特定するということが重要であるといえる。すなわち、通常は出てこないが時として子どもたちの中から出てくる、標準を上回る数学的な価値の高い考え、そして子どもたちがその価値のよさを実感でき、理解できる考えとは何かを追究するということである。

それには、先のA児の考えの例にあるような、日頃

の子どもたちの中から、出てくる「なるほど」と思える考えを教師が把握しておくことが必要である。そしてそのような考えには必ず「なるほど」と思えるだけの数学的な価値が含まれており、そこに人は「よさ」を感じる。それを練り上げにおいて引き出すのである。しかし、このような考えを把握するには、教師の経験と教材研究が重要になってくる。こうしたことを踏まえて、それぞれの授業における発達の最近接領域を特定し、指導内容を考えていくことが必要である。

(2) 分配法則の発想のもとになる素地的経験

本節では、実践のキー概念である分配法則の概念が、なぜＡ児から出てきたのかを考察し、かけ算学習における指導計画の在り方について述べていくことにする。

Ａ児は大変感性が豊かな子であり、算数ばかりではなく､全ての教科にわたりその豊かな発想を見せてきた。国語の授業での、絵を見てのお話作りや図画工作の物語を聞いてその情景を思い浮かべて絵を描く学習など創作的な活動においてその豊かな想像力を発揮し、優れた作品を生み出すことができていた。

本実践においてＡ児が分配法則の考えを初めて見せたのは、２章３節で述べた２の段と４の段の九九の関係を考えた授業においてである。この授業でＡ児は、「4は２の２倍になっている」ということから、図 -2 に示したように、４の段の九九の構成を表す方眼図（縦４マス×横９マス）の中に、２の段の九九の構成を表す方眼図を重ねて見ている。本学級では、日頃から問題解決に方眼図を使用しており、子どもたちは各自の考えを表したり、説明したりするときに積極的に方眼図を使用している。したがってこの時間も、方眼図の活用がもとになりＡ児に分配法則の考えを気づかせたと考えられる。だが、ここで取り上げたいのは、分配法則に気づいたのはＡ児だけであるという点である。ではＡ児以外の子には､分配法則という概念は全くなかったのであろうか。

ヴィゴツキーは人間の創造的活動というのは、「過去経験の要素から新しい状況や新しい行動を複合化し、創造的につくりかえ、新たに生み出す」ことであり、想像力がその基礎となることを述べている（ヴィゴツキー、2002, pp.11-12）。すなわち、子どもたちの新しい（子どもたち自身にとっての）発想は、それまでの子どもたちの生活経験や学習経験をもとに、子どもたちが想像力を働かせ、創造的に作り出したものだというのである。

したがって本実践では、同じような学習経験を積んでいる他の子どもたちについても、分配法則という発想は出てこなかったにせよ、それを生み出すもととなる素地はもっているということができる。それゆえ、分配法則の考えを誰もが理解することができ、クラス全体にその概念が広がっていったと考えることができる。Ａ児についていえば素地的経験と豊かな感性、想像力が相まって分配法則の考えにつながったのではないかと考えられる。

ヴィゴツキーはまた、発見は過去に積んだ経験の成果であり、子どもたちの創造的な活動のためにしっかりした基礎を作りたいならば、子どもたちの経験を広げる必要があるといっている（ヴィゴツキー、2002, pp.22-23)。今回のＡ児の分配法則への気づきの素地的な経験は、「2 の段から５の段までの九九の構成」、「日常の算数の授業における方眼図の利用（式の意味を方眼図を用いて説明する)」などであると考えられる。その素地的経験のもと、「4 の段の九九の答えはなぜいつも２の段の九九の答えになっているのか」ということを考える授業を設定したことが、Ａ児の分配法則という考えに結びついたといえる。

したがって教師は、日頃の授業の中でキー概念のもととなる素地的経験を多く積ませていくということと、その経験を十分積ませた後に、キー概念を引き出すような授業を設定することが大切となってくる。

(3) 分配法則の概念の広がりと練り上げにおける相互作用

ヴィゴツキー（2005, pp.25-26）は、「厳密にいえば、科学的観点に立てば､他人を教育することはできません。他の生体に直接的影響を及ぼし、変化を生み出すことはできません。可能なのは自己教育力だけであり、自分の生得的反応を自分自身の経験を通して変えることだけです。」と教え込みによる教育を否定している。このことは今までも広く述べられてきたことであり、例えば構成主義的な立場から言えば、「知識は感覚やコミュニケーションを経由して受動的に受け取られるものではない。知識とは認知主体によって能動的に構築される」(グレーザーズフェルド、2010, p124）ものであって、教え込みによって身につくものではないとされる。では子どもたちに身につけさせたい知識を、どのようにして身につけさせていけばよいのだろうか。ここで重要な役割を果たすのが、練り上げで行われる相互作用である。

本実践で分配法則を取り上げたのは、3.-(1）の６の段の九九の構成における授業であった。この授業では練り上げにおいてＡ児から出た考えを取り上げ、クラス全体でＡ児がどのように考えて６の段の九九を作ったのかを話し合った。そこでの話し合いの内容は、「Ａ児のかいた図は何を意味しているか」「Ａ児はこの図をもとにどのように考えたのか」「なぜ 6×1 が $5 \times 1 + 1$ となるのか」「今までの九九の作り方とくらべてどんなよさがあるか」などである。この話し合いを通して子どもたちは、この分配法則の概念をそのよさを実感しながら理解してくことができたのである。

ヴィゴツキー（2005, pp.26-27）は、「教育課程の基礎には、生徒自身の活動が置かれねばなりません。あらゆ

る教育技術は、この活動を方向づけ、調整することだけに向けられるものでなければなりません。教育課程では教師はレールであって－ 中略 － 心理学的観点からいえば、教育的社会環境の組織者であり、その環境と生徒との相互関係の調整者、管理者なのです。」と述べている。すなわち教師の役割とは、子どもたちの知識構成に向け、教育的社会環境である授業を、どのように構成し、どのようにコーディネートしていくかということである。

では、本実践においてどのような教育的社会環境がB児の変容に影響を及ぼしたといえるのだろうか。ここで考えられるのが、練り上げの場の設定である。

本実践でも、自力解決において子どもたちが考えた、累加や被乗数、乗数と積の関係を利用した解決について練り上げの場で取り上げ、クラス全体で理解していった。それと共にA児の考えを取り上げ、先に述べたようにクラス全体で理解し、そのよさを検討していったのである。その時に特徴的だったのは、A児の考えに対する子どもたちの様子が、その考えのよさを実感し、深く納得したものだったということである。この納得の重要性について佐伯（1982, p.92）は、「納得できた知識は、自分で活用したくなる。いろいろと応用したり、発展させたりする。他人にも説明して、共感してもらいたいと思い、食事をたのしむように、みんなでその知識を味わい、語り合いたいとねがう。自分のことばで言い直したり、自分なりに工夫をこらしたりもする。」と主体的な学習へとつながることを述べている。

授業において子どもたちが構成していく知識について、教師がいくらその価値を認めても、それが子どもに伝わらなければ、子どもたちはそれを活用していこうとはしない。というよりも、そのような状態を、「知識が構成された」と考えるべきではない。納得というものは、深い理解があってこそ思い至る境地なのであり、知識の構成とは納得の伴った深い理解があってこそのものである。それゆえ授業によって子どもたちが知識を構成していくに際しては、納得の伴った深い理解のある授業こそが重要であるといえる。

ヴィゴツキー（2003, pp21-22）は、「あらゆる高次精神機能は子どもの発達において二回あらわれます。最初は集団的活動・社会的活動として、すなわち、精神間機能として、二回目には個人的活動として、子どもの思考内部の方法として、精神内機能としてあらわれます。」と述べている。そしてそれについて柴田（2006, p26）は、子どもたちは「周囲の子どもたちの考え方ややり方を見て学び、摸倣することで、できないこともできるようになります。子どもは、『自分一人でもできる』ことから『自分一人ではできない』ことへ、摸倣を通して移行するのです。」と、述べている。

これは、子どもたちの学習にとって社会的相互作用の重要性を述べたものである。子どもたちはまず集団的活動・社会的活動の中で、ある概念について摸倣することから学びはじめる。それは単なる再生である。しかしそのように再生を繰り返しているうちに、その概念は、徐々に自分自身の概念へと転化し、内化していく。すなわち、自分自身の概念として使いこなせるようになってくる。こうして子どもたちの概念が形成されていくのである。B児の9の段の九九の構成に関わる考えは、まさにこの概念の内化により現れたものだといえよう。

このことから考えると、概念形成に当たってそのきっかけとして最も重要なのが、摸倣をしようとするその思いである。その思いを呼び起こすものは何か。それは先ほども述べた、納得の伴う深い理解である。それが子どもたちの主体的な学習へとつながり、摸倣から概念形成へと進んでいく。そのために教師は練り上げの場を設定し、そこでの活動における相互作用をコーディネートすることにより、子どもたちの納得の伴う深い理解を演出することが重要な役割となるのである。そしてそのために重要なのが、考えに至る着想の理解である。

本実践でも練り上げにおける話し合いにおいて、「A児はこの図をもとにどのように考えたのか」ということを話題にしている。ポリア（1954, p.12）も、「問題を解くことの大部分はどんな計画を立てたらよいかということを考えつくことにある」といっているように、問題解決における着想、解決のアイディアにこそ、人は「なるほど」というよさを感じる。そういう意味で解決に向けての着想を重視し、それを議論することが、納得の伴った深い理解には大変重要なのである。

本実践では、練り上げにおけるA児の考えの、納得の伴った深い理解が引き金となり、クラス全体に広がっていき、以後の授業において、他の子どもたちもその考えを使っていくことにつながったと考えられる。それが、B児の変容の姿につながっているのである。

したがって、ヴィゴツキーの発達理論の立場にもとづけば、授業における概念形成には、自分にはない新たな発想への気づきをもたらすなど話し合い活動による他者との関わりが必要不可欠であり、それを促進するための場としての練り上げが重要であり、そこでの教師のコーディネートの在り方が重要であるといえる。

4　おわりに

本稿では実践を通して子どもたちが見せた望ましい学びの姿から、その要因を考察し、練り上げのもつ機能の抽出を試みてきた。そこで明らかになったのが練り上げを通しての納得の伴った深い理解の重要性であった。子どもたちはある概念について、練り上げにおける社会的相互作用を通して、納得の伴った深い理解を得ることによって、その概念を、摸倣を通して自分のものとして内

化していくのであった。そして練り上げによって子どもたちが納得の伴った深い理解に至るためには、教師による話し合いのコーディネートが重要な役割を果たすのであり､そこでは特に着想についての議論が重要であった。

そしてさらに、練り上げのもつ重要な機能として、子どもたちによる主体的な学習の演出ということがあげられる。先にも述べたが、練り上げにおいて教師は、教える立場としてよりも、子どもたちの相互作用をコーディネートする立場となる。子どもたちはあくまでも、教師の演出により､キー概念を主体的に学んでいくのである。

このことについて、ヴィゴツキーとは立場は違うが、中原（1995, p184）は､「他者への依存や他者からの強制によってではなく、自ら知識を構成し、自らその適否を判断し、自ら新しい状況を活用していく」知的自律性の育成を重視し、そのために重要なのが相互作用であると述べている。

「人間は社会的動物である以上、その成長、発達とりわけ知的発達において、他者との交流が必要であり、また有効である」（中原、1995,p182）ことは明かであり、学校教育においてもその原則は当然有効なのである。そしてそれは本稿実践が示すとおりである。また練り上げにおける社会的相互作用がなければ、本稿実践で見られた望ましい子どもたちの姿は現れなかったといえる。それゆえ、子どもたちの概念形成において、練り上げの場の設定とそこでの教師のコーディネートの在り方は大変重要であるといえる。

以上により、算数・数学の学習における練り上げのもつ機能として、話し合い活動などの他者との関わりを通した社会的相互作用による、納得の伴った深い理解と主体的な学習の演出という二つの重要な役割があること、そして発達の最近接領域を特定し、授業を通して一人一人にそれが構成されるよう意図的に指導を行っていくことが重要であることが明らかとなった。

そして今後の課題として、練り上げをより充実したものとするための教師のコーディネートの在り方の明確化が必要である。それに向けて、発見的追跡法（小池、2015）の位置づけの明確化や、その有効性の検証を行っていきたい。そしてより充実した子どもたちの学習のために、よりよい練り上げの在り方を提案できるよう研究を深めていきたい。

《引用文献・参考文献》

G. ポリア著，柿内賢信訳（1975）『いかにして問題をとくか』，丸善株式会社
エルンスト・フォン・グレーザーズフェルド著，橋本渉訳（2010）『ラディカル構成主義』，NTT 出版
ヴィゴツキー著，柴田義松訳（2001）『思考と言語（新訳版）』，新読書社
ヴィゴツキー著，広瀬信雄訳，福井研介注（2002）『子どもの想像力と創造（新訳版）』
ヴィゴツキー著，土井捷三・神谷栄司訳（2003）『発達の最近接領域の理論，三学出版
ヴィゴツキー著，柴田義松・宮坂琇子訳（2005）『教育心理学講義』，新読書社
河﨑美保（2013）『複数解法提示による算数の学習促進効果』，ナカニシヤ出版
熊倉啓之（2013）『フィンランドの算数・数学教育』，明石書店
小池嘉志（2015）「算数・数学の授業における効果的な集団討議のための理解過程に関する一考察」，教科開発学論集，3，pp.175-179
佐伯胖（1982），『考えることの教育』，国土社
ジェームズ.W. スティグラー・ジェームズ. ヒーバート著，湊三郎 訳（2002）『日本の算数･数学教育に学べ』，教育出版株式会社
柴田義松（2006）『ヴィゴツキー入門』，寺子屋新書
相馬一彦（1983）「問題の解決過程を重視する指導」，日本数学教育学会誌，65（9），pp.208-217
中原忠男(1995)『算数･数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社
中村和夫（2004）『ヴィゴツキー心理学』，新読書社
文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説算数編』
山田篤史（2009）「わが国の問題解決研究における２つの系譜と両者で共有可能と思われる研究課題について」，数学教育論文発表会「課題別分科会」発表収録及び要項，pp.48-53，

The Importance of Elaboration in the Lesson of Mathematics from the Viewpoint of Vygotsky Development Theory

—Through Consideration of the Practice of the Multiplication in Second Grade at Elementary School—

Yoshiyuki Koike

Graduate School of Education Cooperative Doctoral Course in Subject Development, Aichi University of Education

Abstract

In lessons of mathematics at elementary and second junior schools, problem solving is considered as effective and well-practiced method in Japan. *Neriage* is core of the process of problem solving, which is the process of expanding on some of the ideas from students, discussing and refining them. In this paper, the author described the lesson of multiplication in second grade at elementary school and analyzed it based upon the Vygotsky 's development theory. It is found that *Negiage* is necessary for children's concept formation and has two important roles by interacting with other students, i.e., deep understanding with an agreement on those processes and independent learning. And, the author found that it was important to identify the Zone of Proximal Development according to the teaching content and to instruct intentionally with focusing on each student's zone of proximal development in class.

Keywords

zone of proximal development, social interaction, neriage