

【研究ノート・資料】

算数・数学の授業における効果的な集団討議のための 理解過程に関する一考察

小池 嘉志

愛知教育大学教育学研究科後期3年博士課程

要約

今日の算数・数学の授業において、最も効果的な学習過程とされているのが、問題解決の過程を取り入れた学習過程である。この学習過程は、大きくとらえれば自力解決と練り合いと呼ばれる集団思考の場面に分けられる。練り合いの場面では、いろいろな見方・考え方を出し合い深めていくことにより、その時間のねらいとする算数・数学の価値内容に迫っていく。ところが実際の授業では、自力解決から練り合いに移行する場面において、子どもたちの理解の状況は様々であり、効果的な練り合いを行うためには、練り合いの舞台に乗せる考えに対する、理解の深まりが重要である。本稿ではその場面に焦点を当て、練り合いの舞台に乗せる子どもたちの考えの取り上げ方として、発見的追跡法を提案するものである。

キーワード

問題解決の過程、練り合い、(算数・数学の)よさ、発見的追跡法

1 はじめに

算数・数学の学習では、問題を解決することによって知識や技能、考え方を身につけさせていくことから、学習指導論としての問題解決に関する研究が多くなされている。そして、学ぶことの面白さや考えることの楽しさを実感させ、成就感や達成感などを味わわせることができるなど、算数・数学教育において、最も効果的とされている指導法でもある。

この問題解決を取り入れた授業の流れは、取り上げる問題や子どもの実態によっていろいろな形態があるが、基本的には、自力解決と集団での話し合いによる解決の、二つの要素から構成され、後者に関しては練り合い・練り上げという言葉で表現されている。本稿では練り合いという言葉で扱うことにする。

自力解決から練り合いへ移行する場面では、自分なりの考えをもつまでに至っていない子どももいること、その時間取り上げ、練り合いたい考えが、子どもたちの中から必ずしも出てくるとは限らないことなど、効果的な練り合いに向けてのいくつかの課題を抱えている。

そこで本稿では、これらの課題の解決のための一方策として、自力解決から練り合いへと移行する場面における、子どもたち一人一人の多様な考えの取り上げ方について、一実践をもとにしてまとめた方法(発見的追跡法)を提案しようとするものである。

2 問題解決の過程と多様な考えの重要性

(1) 問題解決の過程

問題解決を取り入れた授業の流れを単に「問題解決の過程」と呼ぶことにする。問題解決の過程を論ずるに当たり、その基本としてG.ポリアの提唱する4区分、「問題を理解すること」、「計画を立てること」、「計画を実行すること」、「振り返ってみること」、が用いられることが多い。しかしポリアの提唱するこの4区分は、複数の学習者を対象とした算数・数学の授業における問題解決を想定したのではなく、そのまま問題解決の過程として取り上げることはできない。だが、問題解決の過程における、一人一人の子どもの思考過程は、おおむねポリアが述べる認識の流れに沿っている。

中でも中原(1995)は、自身の提唱する「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」の中で、「本研究は協定的構成主義の立場に立って、今日重要視されている問題解決指導の長所を生かしつつ、そうした方向へと数学教育を再構築しようとするものである」と述べており、協定的構成主義における授業過程、「意識化」「操作化」「媒介化」「反省化」「協定化」は問題解決の過程として重要な提案である。

また相馬(1997)は、学習指導法としての問題解決を、「問題を提示することから授業を始め、その問題の解決の過程で新たな知識や技能、数学的な見方や考え方を身につけさせていく学習指導」とし、授業を行う際にはその内容や生徒の実態により異なるとしながらも、「問題を理解す

る」「予想する」「課題をつかむ」「課題を解決する」「問題を解決する」という授業の流れを提案している。

これら様々に提案されている問題解決の過程ではあるが、どれも大きくとらえれば、問題をとらえ、解決の見通しを持ち、自力で解決するという自力解決の場面と、自力解決の場面で解決された多様な考えを取り上げ、クラス全体で理解し、比較検討し、よりよい考えとして練り上げていく練り合いの場面とで構成されている。

(2) 多様な考えとその理解の重要性

問題解決の過程では、「数学的知識の構成や数学的な考え方の育成にとって、『練り上げ』が必要不可欠である」(山口, 2012)と言われるように、「多様な考えに基づく練り合い・練り上げ」は大変重要である。

古藤(1992)は多様な考えの重視される理由を、「理解が深まり、数学的な考え方の本質に近づく」「基礎的・基本的な知識技能や、数学的な考え方の理解を一層確実にし、クラス全員が授業に参加できる」「それぞれの子どもが発表する考えの『よさ』の尊重を重視することにより、子どもたちが自分自身の力で『数学を創っていく』(doing mathematics)という、算数を学習する真の醍醐味を感得する機会を与えることになる」と述べている。

しかし、効果的な練り上げのためには、「練り合いの場面では、いろいろ発表された解決方法からみんなでもよりよい考えを見つけていくことになる。そのためにはまずみんなの考えをはっきりと理解することが大切である」(愛知教育大学附属名古屋小学校, 1989)とあるように、出された多様な考えをクラス全体ではっきりと理解しなければならない。

(3) 多様な考えを取り上げる場面での問題点

矢部(1992)が、「学習過程に即して、子どもの活動を考えてみたとき、とりわけ2つの側面が挙げられる。その1つは自力解決の過程であり、他の1つは集団における話し合いの過程である。—— 中略 —— ここであえて学習者である子どもの活動を2つの過程として区別したのは、自力解決の過程は、学習者の個人的な思考活動によるところが大きく、話し合いの過程は、学習者の社会的(学級、あるいは班等の集団的)なつながりにおける思考活動によるところが大きいからである。(矢部, 1992, p50-51)」と述べているように、授業の場面においては自力解決の活動から集団による話し合い活動、すなわち練り合いに移るとき、子どもたちの思考形態が大きく変わる。

このとき、子どもたちの活動の状況は様々で、まだ、何の解決もできていない子どももいれば、一つの解決では満足できずに新たな解決に挑戦している子どももいる。したがって、次の練り合いに移る段階では、思考の中断

を補い、練り合いの場面への学習意欲が喚起されるよう、効果的に子どもたちの多様な考えを取り上げていくことが重要である。

3 多様な考えの取り上げ方とその問題点

(1) 相馬の多様な考えの取り上げ方

相馬(1997)は、多様な考えの取り上げ方について、「この方法がベストというものはない。長所と短所を考えながら使い分けている」としながらも、生徒に考えを板書させる内容は、「ポイントになる式だけを書かせる」「図に補助線などを書き込ませるだけにする」という方法を用いることが多く、そのメリットとして、『『できなかった生徒は、式や補助線をヒントに考える』『式や補助線を見て、逆に、どんな考えをしたのか考える』(相馬, 1997, p68)をあげている。

相馬のいう、「できなかった生徒は、式や補助線をヒントに考える」というメリットは、先に「多様な解決を取り上げる場面での問題点」としてあげた、「まだ何の解決もできていない子どもがいる」ということを補い、出された多様な考えをクラス全体ではっきりと理解し、効果的な練り合いを行うための、有効な手段だと考えている。

(2) 多様な考えの発表の仕方・させ方

一般的な授業における、子どもたちの考えの取り上げ方は、発表という形式で行われることが多い。ここでは、その発表の仕方・させ方について分類し、クラス全体が発表をもとに、どのように考えを理解していくのかを考察していくことにする。

ア. 自己発表法

算数・数学の授業における考えの発表の方法は、解決している問題や子どもたちの実態、教育機器の整備状況などにより様々である。しかし、だれがどのように発表するのかという視点に立てば、これらの発表の仕方・させ方は、考えに至った子ども本人が、自ら行い、考えのすべてを一度に提示するという形態で行われることが多い。

これら、考えに至った子どもが、自らの考えを自ら解説する発表方法を自己発表法と呼ぶことにする。

自己発表法は、挙手により発表させたり、教師が意図的に指名して発表させたりするなど、その取り上げ方は様々だが、立案した子ども本人に、その考えについて説明させ、他者からの質問・意見などをもとに教師が補足説明をするなどして、クラス全体での理解へと導いていく方法である。

しかし、どちらかという説明をする子ども以外の他の子は、受け身に回り、「他の子どもたちは、教師が説明する代わりに発見した子どもの説明を聞くことだけになり、子ども主体の授業は見せかけに終わることになる」

(中原, 1995, p. 83)ということが問題点として懸念され、感動を味わいながらの深い理解には至りにくい。

イ. 他者発表法

自己発表法に対して、クラスのだれかが立案した考えを、立案した本人以外の子どもが読み解き、どのような考え方なのかを説明し、クラス全体で理解を深めるという方法がある。この方法を自己発表法に対して、他者発表法と呼ぶことにする。

教師があらかじめ選んだ考えを、発表用のボードなどに書かせ、順に、あるいは一度に提示する。そこでクラス全体に、どのような考え方なのかを問うのである。その後挙手などによる指名を通じて、意見交換をしながらその考えについての理解を深めていく。

この方法では、まずはじめに、提示された考えを全員が読み解くという活動が入る。「発表された考えの理解のされ方は、追求の方法(表現)の違いよりもむしろ解決のもとになる考えを、黒板の記述からうまく見つけ出せるかどうかの問題になってくる。これは、それぞれの解決のもとになっている考えが、よりよい考えを見つけていくことに直接つながっていくからである」(愛知教育大学附属名古屋小学校, 1989)と、クラス全体が主体的に発表された考えを読み解こうとする他者発表法は、一方的に説明を聞くだけの自己発表法に比べて、問題を主体的にとらえることができ、次の練り合いの場面においてもよりよい考えを見つやすことを述べている。

以上のことから筆者は、自己発表法よりも他者発表の方が子どもたちの考えの発表の仕方・させ方としてはよりよい方法であるととらえている。

4 具体的な授業における発見的追跡法とその特徴

(1) 発見的追跡法のアイデア

3で他者発表法のよさについて述べたが、他者発表法でも、先にあげた、多様な解決を取り上げる場面での問題点への対策としては十分とはいえない。それは、解決に至っていない子どもにとってみれば、意見を発表する他の子どもの解説を聞き、それをもとに考えていくことになるからである。そのような場合、果たして十分な達成感や満足感を得ることができるだろうか。

そこで、相馬(1997)の多様な考えの取り上げ方の、「ポイントになる式だけを書かせる」という方法をもとに、解決に至っていない子どもたちが、理解させたい考えを、その思考過程を追跡しながら、主体的に、しかも達成感や満足感を味わいながら理解していくことができる発表方法、理解方法を提案したいと思う。

その発表方法(子どもたちの考えの取り上げ方)は、考えの全体を示すのではなく、解決者の考えの思考過程の最初の一部を提示し、「この式は何を意味しているか」「解決者は何をしようとしたのか」「次にどのような式を書い

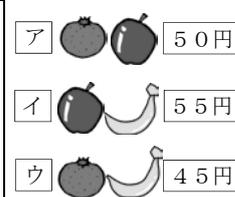
ていけばいいのか」などを考えさせながら、その解決者がその解決に至った思考過程を追跡させるものである。このように、多様な考えを取り上げる場面において、「問題の解決に至った考えの、図や文で書き記された表現の一部を提示し、その考えに至った思考過程を追跡し、再現させることによって、その考えを、よさの実感と共に理解させる方法」を発見的追跡法と呼ぶことにする。

(2) 発見的追跡法を行った授業実践

本実践は筆者が、2008年3月、東海市内の公立小学校6年生において行った実践である。なお、分析の仕方は、教師の発問・指示(T)に対する子どもの発言・反応(C)を、出された多様な考えごとに記述している。

《問題》

みかんとりんごとバナナが1つずつあります。みかんとりんごを買うと50円、りんごとバナナとでは55円、みかんとバナナとでは45円です。みかんとりんごとバナナはそれぞれいくらですか。



この問題は、勘をもとに当てはめても答えは求まるのだが、それでは子どもたちは満足せず、よりよい考えを求めて、本格的な自力解決に入る。そして以下に示す3つの考えを、発見的追跡法により取り上げていった。

【考え1】

- 55 - 50 = 5
- 45 - 5 = 40
- 40 ÷ 2 = 20
- 50 - 20 = 30
- 45 - 20 = 25

- T1: では発表してもらいましょう。A君、君が書いた式、最初の式だけを言ってください。
- C1: 55 - 50 = 5
- T2: 55 - 50 = 5。(板書する)
さて、これは何を表しているんですか?
- C2: ミカンとバナナの値段の差。
- T3: さあ、ではA君のノート、その次にどんな式が書いてあるのでしょうか。
- C3: 45 - 5 = 40
- T4: 45 - 5 = 40。A君どうですか?
- C4: いいです。
- T5: いいそうだよ。(45 - 5 = 40と板書)
どうですか?これは何を表していますか?A君は何をしようとしたんだろう。A君の考え、理解できますか?
- C5: みかん2つ分の値段。
- T6: みかん2つ分の値段。どうですか?ちょっと説明して下さい。
- C6: 5はみかんとバナナの差だから、45から5をひくと

いうことは、みかん2つ分の値段ということになる。

T7: いい、これ？

C7: うなずき多数。

T8: バナナの方が5円高いんだから、ここ(ウ)から5円引いてやればみかん2個分の値段が出ますよっていうことだね。？

これ(45 - 5 = 40)みかん2個分です。

T9: さあ、そうするとA君がやろうとしたこと、わかりますか？この続きの式、わかるね？考えてみて下さい。

T10: (机間指導の後) はい、この続きをだれか言って下さい。

C8: $40 \div 2 = 20$ 。

T11: $40 \div 2 = 20$ 。どうですか？同じ人？

C9: 挙手大多数。

T12: いいですね。この20は？

C10: みかん1個の値段。

T13: いいですね？20というのはみかん1個の値段ですね。はい、じゃあこの($40 \div 2 = 20$)次は？

—— 以下略 ——

【考察1】

T1はAの考えを把握した上での意図的指名である。そして、最初の式だけを発表させている。これは、まだこの考えの理解に至っていない子どもへのヒントであり、クラス全体でAの考えを追跡するための取りかかりとなる情報提供である。

その後、「この式は何を表しているか」、「次にどうするか、この次にはどんな式が来るのか」と投げかけ、少しずつ情報を与え、考え1が出されてきた手順をクラス全体に追跡させている。

この方法は、解説を聞いて理解するのではなく、少しずつ出されたヒントにより、主体的に問題を解決している。それにより、考え1を自ら創りあげているという実感が得られるのである。また、それによって理解度も深くなり、解決に至ったときに達成感が得られ、考え1のよさも実感することができるようになる。

【考え2】

$$50 + 55 - 45 = 60$$

$$60 \div 2 = 30$$

$$50 - 30 = 20$$

$$45 - 20 = 25$$

T14: では発表してもらいましょう。Bさん、あなたはどんなふうと考えましたか？最初の式だけ言ってください。

C11: $50 + 55 - 45 = 60$

T15: これは何を表していますか？言える人？

C12: りんご2つ分の値段だと思います。

T16: りんご2つ分の値段。どうですか？いいよって言う

人？

C13: 挙手多数

T17: じゃあ、この続きの式、みんなわかるね。Bさんが何をやろうとしたか？

C14: $60 \div 2 = 30$

—— 以下略 ——

T18: どうですか、この考え。この二つの方法を見比べて、どちらがいいなあとと思いますか？

T19: (考え1を指し) こっちがいい人？

C15: 挙手まばら。

T20: (考え2を指し) こっちがいい人？

C16: 挙手大多数。

【考察2】

T14は、T1と同様に意図的指名である。そして考え2を発見的追跡法により展開している。

ここでは、 $50 + 55 = 105$ という新たな情報を作りだしていることがポイントとなっており、T18以後からもわかるように、考え2の方が、考え1よりも、「なるほど」と思う達成感が深まっていることが分かる。

【考え3】

$$50 + 55 + 45 = 150$$

$$150 \div 2 = 75$$

$$75 - 50 = 25$$

$$75 - 55 = 20$$

$$75 - 45 = 30$$

T21: まだあります。さあでは、C君。あなたが一番最初にかいた式だけ言ってください。

C17: $50 + 55 + 45 = 150$

C18: (なるほど)という表情でうなずき数名。

T22: はい、なるほどって顔してる人がいますけど、どうですかこれ($50 + 55 + 45 = 150$)？これ($50 + 55 + 45 = 150$)は何を表していますか？

C19: りんごとみかんとバナナのそれぞれ2個分の値段。

T23: いいよって言う人？

C20: 挙手多数

T24: C君はこの後どのようにして考えていったのでしょうか。今度はこの後のC君の考えを予想します。皆さんだったらどうしますか。相談してもいいですよ。

C21: 活発に相談して

T25: この次の式だけ言ってもらいます。自分ならこうする。そしてその理由を言ってみてください。

C22: まず $\div 2$ して。

C23: なんで？

T26: 今いい質問が出ました。 $\div 2$ をする。なんで？

C24: $\div 2$ をすると、みかんとりんごとバナナの1つ分の値段が出てくる。

- T27:なるほど。一つ分の値段が出てくる。どうですか？(図の提示) 
- C25:うなずき大多数
- T28:じゃあ、もうちょっと聞こう。なぜ÷2をしてそれぞれ一個分の合計の値段を出すといいんだろう？
- C26:ア、イ、ウとも2つのくだものの値段だからその3つのくだものの値段がわかればア、イ、ウ、それぞれに出てきていないくだものの値段がわかる。
- T29:はい、ありがとう。
- 以下略 ——

【考察3】

ここでは、 $50 + 55 + 45 = 150$ という新たな情報に気づくことがポイントとなる。この情報を得た C17あと、C18のように、数名の児童が「なるほど」という表情で強くなずいた。彼らはこれがヒントになり、解決に至っている。このように、解決の全体の提示を説明されるのではなく、一部のヒントにより主体的に問題に取り組み解決に至っている。これはこの発見的追跡法のよさである。また、考え3は、考え2よりもさらに、「なるほど」という達成感が深まっていることが分かった。

(3) 発見的追跡法のよさ

実践から明らかにされた発見的追跡法のよさをまとめると次のようになる。

- ① 少しずつ情報を与え、解決の続きを推測させることにより主体的な追求が可能となる。
- ② ①と同様に一人一人の子どもの能力に応じた解決(わかる子は最初の式を与えただけで解決に至ることができる)が可能となる。
- ③ 自力解決に近い思考過程を経るため、解決に至ったときの喜びが大きく、達成感が得られる。
- ④ 「なるほど」という納得を伴いながら解決を追跡するため、よさを実感しやすい。
- ⑤ 本実践のように、よりオーソドックスな考えから順に高度な考えへと、教師の意図を反映した提示が可能となり、子どもたちに「なるほど」という高い満足感を与えることが可能になる。

5 おわりに

本稿では、算数・数学のよりよい授業の在り方を求め、問題解決の過程の中で、自力解決から練り合いへと移行する場面において、効果的な練り合いのための、多様な考えの取り上げ方として、発見的追跡法を提案したものである。そこでは、子どもたちの問題解決の思考過程が途切れることなく、しかもクラス全体が多様な考えの練り合いを通して、感動を味わいながら理解していく姿が見られ、発見的追跡法の有効性が示された。

しかし、本実践は小学校の指導要領にはないトピック的な問題を取り上げてのものであり、この発見的追跡法が問題解決の学習過程において汎用可能かどうかはまだ未確定である。しかし、実践からも明らかのように、子どもたちの達成感が非常に大きいことに加えて、私たち教師が日頃の授業の中でいつも抱えている、「どのような算数・数学の授業でも、調べる段階で全員の子どもが立案に至るということは難しい。」という課題解決に向けての一方法でもある。

この方法についてはまだまだ実践例が少なく、どこまで応用することが可能か、今後研究を進めていく必要はあるのだが、主体的に学習に取り組み、解決の喜び、達成感を味わうことのできる授業展開としてすぐれているということから、今後さらに発見的追跡法をとり入れた授業の進め方、教師の手立ての在り方を追究し、より良い方法として完成させていきたいと考えている。

《引用文献・参考文献》

愛知教育大学附属名古屋小学校(1989)「一人ひとりが生きた算数科の授業構成」, 研究紀要, 28, pp. 40-55

古藤怜(1992)『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』, 東洋館出版社

相馬一彦(1983)「問題の解決過程を重視する指導」, 日本数学教育学会誌, 65(9), pp. 208-217

相馬一彦(1997)『数学科 問題解決の授業』, 明治図書

中原忠男(1995)『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社

文部科学省(2008)『中学校学習指導要領解説 数学編』, 教育出版

矢部敏昭(1992)『新しい学力観と問題解決』, 明治図書

山口武志(2012)「算数・数学教育における社会的相互作用に関する認識論的研究」, 鹿児島大学教育学部研究紀要. 教育科学編 64, pp. 11-27

G. ポリア著(1975)『いかにして問題をとくか』, 丸善株式会社

A Note on The Process of Understanding in Mathematical Lesson for The Efficient Discussions

Yoshiyuki Koike

*Graduate School of Education Cooperative Doctoral Course in Subject Development, Aichi University of
Education*

Abstract

Today, one of the most efficient learning processes in mathematical lessons is learn how to solve problems using a certain solving process. This learning process is divided into two; solving in individuals and solving through class discussion for elaborate idea. Through the discussion, students develop their opinions to understand the question more deeply. In the actual lesson however, the process of solving problems in individuals to solving problems thorough class discussion is differ with each student's situation. In order to have efficient discussion, teachers need to help students to be ready for the discussion solving in individuals. In this paper, I focus on that process and propose the way of discovering ideas of other students.

Keywords

process of solving problems ,class discussion for elaborate idea ,pleasure of learning mathematics ,the way of discovering ideas of other students