教養科目における論理学

今村健一郎(imamura@auecc.aichi-edu.ac.jp)
社会科教育講座（哲学）

Logic as a General Education Subject

Kenichiro IMAMURA
Department of Social Studies (Philosophy)

概要：マルクスの『資本論』第１版序文に “Aller Anfang ist schwer”という有名な言葉があるが、論理学もやはり最初が難しい。本論では、教養科目「論理学」の授業改善に資するべく、初学者が躓きがちな箇所－それは往々にして必ず理解すべき要点でもある—を指摘した。それと共に、大学で教養科目として論理学を学ぶことの意義と効用、ならびに学習すべき内容や範囲について若干の考察を行った。
キーワード：論理学

１．論理学とは何か？それ学ぶことの意義と効用とは？

大学の教養科目で論理学を履修する学生は、ほぼ例外なく、全くの初学者である。「論理学」という学科の存在を知らなかったという学生も稀ではない。そのような彼らが「論理学とは何か？そしてなぜ私はそれを学ぶべきなのか？」という疑問を抱くのは極めて当然のことである。このような初学者の疑問への応答として、論理学の一般的な目的と論理学を学ぶことの意義ないし効用について差し当たりの答えを与えておくことは、教師が学生に対して果たすべき第一の義務であろう。

最初の「論理学とは何か？」という問いに対して、著者は「論理学とは正しい推論とはどのような推論かを明らかにしようとする学問である」と答えることにしている。それに続いて、われわれにとって推論という営みは決して特別な営みなのではなく、むしろわれわれが日々の実践の中で不断に行っている営みであることを例示し、さらには、（ヒュームに倣って）推論とは現在知覚している事柄から現在知覚していない事柄を導き出すことだとするならば、それはわれわれが世界を構成する上で主要な位置を占める営みであることを説き、推論を対象とする論理学を身近に感じてもらうようにしている。

「なぜ論理学を学ぶべきなのか？」という第二の問いに対しては、「われわれは正しい推論と誤った推論の違いを漠然と知っており、だからこそ、論理学を知らずとも自分や他人が犯す推論の誤りを指摘することができる。しかし、『推論に関して漠然と知っている』という状態にわれわれは満足すべきではない。われわれは論理学を学ぶことによって、この＜漠然知＞の状態から脱し、推論に関する明確で体系的な知の獲得へと至るべきである。それは学生に相応しい知的進展である」といった説明を与えている。無論、論理学には、推論における誤りを回避するという実用的な効用もあるので（たとえば、条件法において裏の関係にある命題同士は意味が異なるとか、対偶の関係にある命題同士は意味が同じであるといった知識をもっていれば、レポートや卒業論文を作成する際に論証の誤りを避けることができる）、授業の進行の中でその効用についても適宜コメントするように心掛けている。

２．教養科目としての論理学の範囲

教養科目としての論理学の授業実践において担当教員が最初に考慮すべき事柄は、授業内でカバーすべき内容ないし範囲—何をどこまで教えるのか—の設定であろう。筆者の授業においては、論理学の問題設定（論理学ではどのような事柄が問題となるのか）と論理学の方法（それらの問題を解決するに際し、論理学はどのような接近手法を採っているのか）について、その概要を理解することを目標にしている。これらの目標に達しようとするならば、授業では、少なくとも一階述語論理—それはフレーゲによる画期的な論理学上の業績である—までをカバーすべきである。実際、大学の授業で使用されることを想定して編まれた初等論理学の教科書のほぼすべてが、少なくとも述語論理までをカバーしている。すなわち、命題論理と述語論理（＝古典論理）がその内容にほぼ必ず含まれている。無論、教科書ごとに扱う内容は異なっている。現代の記号論理学の前史としてアリストテレスの論理学を扱うものや、古典論理からの発展として非古典的な直観主義論理や様相論理を扱うものなどさまざまである。しかし、どの教科書であれ、命題論理と述語論理を必須の内容として含んでいる点に変わりはない。命題論理と述語論理は現代論理学における核心的部分なのだから、これは当然のことであろう。

これまでの著者の授業経験では、命題論理と述語論理についてひととおり終えたところで時間切れという感じであり、非古典論理については、話のついでに簡単に言及するにとどまっている。愛知教育大学で著者の「論理学」を履修する学生の大半は、もともと論理学に対する興味をもっているわけではないし、そもそも論理学という学問分野の存在すら知らない。そのような学生を対象に、なるべく落伍者を出さないように

懇切丁寧な配慮をしながら授業を進めていくと、だいたい述語論理が終わったあたりで学期の終了を迎えることになる。

論理学の授業においては、その内容だけでなく、形式についても考慮する必要がある。現代の記号論理学は数学的手法を広く取り入れている（その点を捉えて「数理論理学」とも称される）。それゆえにそこでは数学の一分野に相応しい形式的厳密性が要求される。しかしながら、そのような厳密性は数学的思考に馴染みのない者を辟易させ、その学習意欲を減殺するであろう。実際、数学的に厳密な仕方で書かれた論理学の教科書は概して beginner-friendly ではない。論理学において形式的厳密性が重要であることは論を俟たない。しかしながら、論理学を（数学の一分野としてではなく）教養科目として学ぶことの眼目は形式的厳密性を身につけることにあるのではない。その眼目はむしろ、「論理的に正しい推論とはどのような推論か」という問いに対して論理学はどのような発想と手法でアプローチし、そして、その問いに対してどのように答えているのかを知ることにある。それゆえ、教養科目としての論理学においては、論理学に独自な発想や方法の理解を促すことにこそ力点が置かれるべきである。形式的厳密性は直観的に理解可能な事柄についても証明を要求したりするのだが、そのような厳密性への固執はしばしば学生を辟易させ、その学習意欲を損なう。それを防ぐために形式的厳密性をある程度犠牲にすることは教養科目としての論理学においては許されることであるし、教育効果の観点から必要なことですらあると著者は考える。

３．教材の選択

論理学の授業においては印刷教材を使用するのが一般的であろう。近年ではフリーソフト(TeX)を用いて教材を自作する担当教員も少なくないようだが、ここでは市販の教科書について若干述べたいと思う。

著者の見るところ、論理学の教科書は、数学や情報科学を専門とする著者によるものと哲学を専門とする著者によるものに大別できるようである。前者は論理学を数学ないし情報科学の一分野として扱っており、形式的に厳密ではあるが、導入の部分―それは本論冒頭で触れた「論理学とは何か？なぜそれを学ぶべきなのか」という初学者の問いへの答えを含む―が簡単にすぎるきらいがあり、そしてまた、その記述は初学者にはややとっつきにくい印象がある。初学者への配慮が行き届いているのはむしろ後者であるというのが著者の所感である。

哲学研究者による論理学の教科書にもさまざまなタイプがあるのだが、著者が授業で教科書に指定しているのは野矢茂樹の『論理学』（東京大学出版会、1994年）である。野矢の『論理学』は 2006 年時点で 17 刷を数えるロングセラーであり、初学者への配慮という点だけをとっても卓越した教科書である。ユーモラスな対話形式で書かれているので堅苦しくなく、かつ、要点解説がとても分かりやすい。哲学研究者による教科書としては、金子洋之の『記号論理学』（産業図書、1994 年）も評判が高い。この教科書は大学の授業（一学期のコース）で使用されることを念頭に書かれており、全体が 12 章から成っている。そして、命題論理と述語論理を区別しないこと、自然演繹を中心に据えていること、真理関数をあつかわないことに特徴がある。他にもタブローを用いる点に特色のある丹治信春の『論理学入門』（ちくま書房、2014 年）などがある。

論理学の教科書には、たいてい単元ごとに演習問題が付されているのだが、教科書によっては問題の解答・解説が省略されていることがある。（最近の教科書にはあまりないことなのだが）。教員が授業内で解答と解説を与える時間的余裕があれば問題ないのだが、なかなかそうはいかない。学生が自習する際の便宜を考えるならば、やはり演習問題には解答・解説が付されている方がよいように思う。

４．授業実践上のポイント

他の学科と同様に論理学の授業においても、学生が是非とも理解すべき事項や、学生が理解に困難を覚えたり間違えたりしがちな箇所がいくつか存在する。以下、それらのポイントついて述べる。

4-1. 日常言語の記号化

記号論理においては、何よりもまず、日常言語で記されている推論を記号論理の言語へと置き換えること（記号化）が必要である。「記号化とは日常言語で行われる推論の骨組みだけを取り出す作業である」と言うと簡単に聞こえるが、私見では、この日常言語の記号化が記号論理における最初の難関である。実際、受講生に記号化の演習問題をやらせてみると、間違った解答が散見される。

命題論理の段階での記号化とは、日常言語で記されている命題を命題記号へと置き換えること、そして、日常言語で用いられる接続表現を論理的結合子へと置き換えることである。その際、日常言語から記号論理への橋渡しを意図して、たとえば「日常言語における“かつ”や“and”に相当するのが連言“∧”である」といった説明が与えられる。この説明自体は結構なのだが、それに続けてさらに、“かつ”や“and”をはじめとする日常言語の接続表現は記号論理で用いられる結合子よりも多くの意味を担っており、両者の意味はイコールではないということをも教える必要がある。意味の違いは日常言語における否定表現と記号論理における否定子の間にも存在する。よって、日常言語を記号論理の記号列へと記号化することは、ひとつの日

常言語を他の日常言語へと（たとえば日本語を英語へと）翻訳することとは異なる。後者においては、元の言語が担っている意味を可能なかぎり保存することが目指されるのに対し、前者においては、元の言語（日常言語）が担っている意味の一部だけが取り出されるにすぎない。このことの理解が初等論理学における最初のポイントとなるであろう。

日常言語の接続表現と記号論理の結合子の意味の違いは、特に“ならば”と条件法“⊃”の間で顕著に意識される。条件法の意味論はそれだけで単著が書かれるほどの大問題なのだが（Frank, J. [1987], *Conditionals*, Basil Black; Rescher, N. [2007], *Conditionals*, The MIT Press *et al.*）、授業でその詳細に立ち入ることは無論できない。とはいえ、真理関数意味論を採用した場合、条件法の真理値が真理表 2 行目においてのみ 0 になり他の 3 行において 1 になるのはなぜなのか、ということに対して一応の説明が与えられなければその後の学習に支障が生じかねない。それゆえ、著者の授業では、日常言語の否定表現・接続表現と記号論理の否定子・結合子の異同について入念に説明するように努めている。

命題論理から述語論理へ進むと、否定子と結合子に加えて、新たに量化子が登場する。これによって記号化の作業はさらに難しくなる。述語論理の段階での最初の要点は全称文と存在文の区別であろう。「犬は従順である」という命題と「ある犬は従順である」という命題は、どちらも「S は P である」という形をしており、両者の文法構造は同じである。しかし、両者の論理構造は互いに異なっており—前者は全称文であり、後者は存在文である—、それゆえに各々適切な仕方で記号化される必要がある。このように、2 つの命題において文法構造が同じでも論理構造が異なる場合があるということ、あるいは、日常言語の文法構造は必ずしも命題の論理構造を正しく映しているわけではないということを論理学は教えてくれる。論理学を学ぶことの醍醐味はこういうところにあるのだが、同時にそれは初学者が躓きやすい箇所でもある。

述語論理では命題関数の変項の数を 2 つ以上に増やすことで関係を表現することが可能になる。それと共に「多重量化」が問題となる。その要点は量化の順序によって命題の意味が変わってくるということにある。どの教科書でも多重量化に関する扱いは大きくはないようだが、関係性を表現できることは述語論理の大きな利点なのだから、多重量化についても省略せずに解説すべきであろう。

4-2. 真理値分析

命題論理においては、ある推論が論理的に正しいかどうかを真理値分析によって決定することができる。「論理的に正しい推論とはどのような推論か」という問いに対して、真理関数意味論は「論理的に真なる推論とは、それを表現している論理式がトートロジーになるような推論である」という明快な答えを与え、なおかつ、真理値分析によってそのことを真理表上に目に見える形で示してくれる。また、トートロジーという概念によって、論理的真理と事実的真理の違いを説明・理解することが容易になる。真理値分析は論理学の面白さを初学者にも分かりやすく伝えてくれる事項なので、学生の興味をつなぎとめるという意味で（多くの教科書がそうしているように）講義の最初の段階で扱っておくべきであろう。

4-3. 自然演繹

真理表やタブローを用いた分析は所与の推論が論理的に正しいかどうかを判定する手続きである。しかし、所与の推論の正しさを判定するにとどまらず、前提から結論へと正しい推論を構成できるようになるのが、より望ましい。論理学のパズル的な面白さを学生に知ってもらうためにも、証明問題にはできるだけ時間を割いて取り組むべきである。

現代論理学の形式体系にはヒルベルトの体系やゲンツェンの自然演繹の体系やゲンツェンのシークエント計算などがあるが、初学者には自然演繹の体系の下での証明がやはり一番やりやすいであろう。

自然演繹の規則は結合子・否定子・量化子のそれぞれに対する導入則と除去則から成る。これらの規則のうち、否定・連言・条件法の導入則・除去則、選言の導入則、全称量化子の除去則、存在量化子の導入則の説明と理解は大して難しくはないのだが、選言の除去則、全称量化子の導入則、存在量化子の除去則の説明と理解は必ずしも容易ではない。著者自身が説明に困難を覚えるのは、やはり全称量化子の導入則と存在量化子の除去則である。∀- 導入則 $At \vdash \forall xAx$ における t は個体定項であり、かつ、At を導出するときに依存した仮定の中に現れてはならない。そして、∃- 除去則 $\exists xAx, At \supset C \vdash C$ における個体定項 t は C が依存する At 以外の前提の中に現れてはならず、かつ、∃xAx にも C にも含まれてはならない。緩く表現するならば、∀- 導入則での t は「特定のではない任意の t」であり、∃- 除去則での t は「何であれ A であるような t」ということになるのだろうが、t に関するこれらの制約を分かりやすく説明して正確に理解させるのは容易ではない。具体例を用いるなどの工夫をしながら（たとえば、任意の三角形に関して証明された定理が全ての三角形に関して妥当とされるのは∀- 導入則の適用による、ということを示すなどして）、時間をかけて丁寧に説明する必要がある。

自然演繹の規則をひと通り説明した後、証明の演習を行う。証明の具体的なやり方については、「こういう風にやるとうまくいくことが多い」という方針を示す

ことはできるのだが、「こうすれば必ず証明を構成できる」という指針は存在しない。演習問題をなるべく数多く解くことで少しずつ証明に習熟していく他ない。与えられた問題に対して学生が独力で証明を構成できるようになるのが理想だが、時間的な制約があるので実際にはなかなかそこまでには達しない（この点については、「練習問題をもっと数多くやるべきであった」という学生からのフィードバックが複数寄せられているので、大いに改善を要すると反省している）。しかしその場合でも、完成された証明を眺めて、それぞれのステップで何が行われているのかを理解することは最低限必要であろうから、証明の一部を空欄にしてその部分を埋める問題を授業内ないし期末試験において出題している。

4-4. メタ論理・非古典論理

自然演繹の体系の下での証明を学んだならば、次に、その体系の下で証明された定理は論理的真理であるということ（健全性）、そして、論理的真理であるならば、それは証明可能であるということ（完全性）の証明へと進むのが本来の順序である。しかし、教養科目としての論理学においては、体系の「健全性」や「完全性」に関する簡単な説明を与えれば十分であり、完全性定理の証明にまで立ち入る必要はないであろう。

直観主義論理や様相論理ついては、すでに述べたように時間的制約ゆえに著者の授業では扱っていない。とはいえ、直観主義論理については背理法の説明の際に、様相論理については量化子の導入の際に、それぞれ簡単に言及するようには努めている。というのも、これら非古典論理に、たとえ簡単にではあれ言及するとで、論理学が発展していく様子の一端を伝えることができると考えるからである。

５．おわりに

論理学は文法・修辞学・算術・幾何・音楽・天文とならんで自由七科のひとつに数えられる伝統ある学科である。いかなる学問も論理的に正しい推論によって紡がれねばならないのだから、専門的な学へと向かうに先立ち、論理学の修得が必須とされてきたのである。この伝統は、論理学が教養科目にふさわしい学科であるということをわれわれに告げている。論理学は（おそらくその無味乾燥な印象のゆえに）万人の関心を享受しうる学科ではないのかもしれない。しかし、それがもたらす恩恵は決して小さくはない。論理学を学ぶことで推論の正しさに対して自覚的になることは喜ぶべき知的進展である。そして、そのような自覚を保持することは、大学生にふさわしい知的な態度でもある。教養科目としての論理学も学生の人格形成にいくらかの寄与をなしうるのである。