文化としての数理科学／いかに広く伝えるか

橋本　行洋

要　約

共通科目向けに数理科学について広く伝えるという活動は数理科学にとって実は重要な仕事である。それは社会に広く数理科学という風土を根付かせることにつながるからである。一方、学生はかなり希薄な数理体験しかもちあわせていない。従って共通科目向けの数理科学の講義ではリアリティーを持った数理体験を学生にさせることが重要である。

Keyword：数理体験、現実との共鳴、数理科学の文化

1．文系に数理科学は必要か

数理科学の嫌いな学生や生徒がよく口にする文句である。もちろんそれがこれから大学受験を控えた文系の受験生の言葉なのか、一般教育の選択科目として消去法的に共通科目の数学を選ぶ羽目になった大学生の言葉なのかで、意味合いは異なるであろう。だがいずれにせよ彼らが数理科学の講義の時間を、嵐をやり過ごす小動物たちのように身を潜め思考を停止させ黒板に書かれた意味不明な記号の羅列をノートに書き写す「作業の時間である」と割り切っている限りは決して消えることのない疑問であろうし、時にそれは彼らの置かれた不条理な状況に対する怒りの言葉ともなる。
まだ10年程であるが、小学生から大学生まで様々な環境下で数理科学を伝える仕事に携わる中、幾度となくこの疑問を彼らからぶつけられ、その度に言い訳めいた回答でその場を逃れてきたことは事実である。実際、自分の行っている活動が数理科学にとってどれだけの意味があるのか、特にそれが受験のテクニックを教えるだけの仕事である場合、時に思い悩むこともあった。
だがようやくここ数年、この疑問に対して「腑に落ちる」一つの回答を得るに至り、それを活動の指針としていくつかの講義を試みているところである。このノートでは、その試みの一つとして昨年前期に行った共通科目向け講義「一般数理」の内容と学生の反応を基に試論を展開したいと思う。

2．理系学生の落とし穴

俗に「文系」と呼ばれる生徒（高校生）のうち、消去法的に「文系」を選んでいる割合が高いことは経験的に感じるところである。つまり「数学が嫌い／できないから文系に進む」というパターンである。

逆に「数学は好き／できるけど(目的があって)あえて文系に進む」例はあまり見かけない。理数系が得意ならそちらに進んだほうが将来有利とい

った「理系神話」がいまだに高校で語り継がれているのだろうか。また理数系の問題はその性質上、正解・不正解がはっきりしているため出来がシビアに分かってしまうことが得意不得意意識を強化しているのであろう。特に理数系の不得意な生徒にとって無味乾燥な問題の山は劣等感を深めるばかりで、そういった不快な体験の果てに彼らは「自分は数学ができない」という自己暗示をかけ思考を停止する。そして問題を読む前から「(どうせ) 分からない。」と結論を出してしまう状況がたびたび観察される。一方、問題の解き方を身に付けた生徒は「より高度な受験問題」を解くべく、受験戦争時代強力に開発された巷にあふれる受験テクニック集を片手に、得意満面になって「解答のある問題」を解いていく。理数系、特に数学への意識の顕著な個人差がこうして形成される。しかしこの分水嶺である「高校数学／受験数学ができる」という基準は、今後の日本において数理科学が人々のあいだに深く根付いていく上で、実は必ずしも好ましいものではない可能性があるとここ数年感じている。

そもそも「受験数学ができる」とはテストで点が取れることを指す。だが残念ながら、点が取れることと数理科学を楽しみ味わっていることとは別物である。受験数学に限った話ではないが、出題される受験問題は教科書から考えられる範囲では既に出尽くしている、だからその気になれば、あらゆる問題への対処法を丸暗記することで受験を突破できるといった方法論をよく耳にする。3年間で学び受験に対応することを大前提に考えるなら、最短で効率的で実際的な方法であり、こういった方法がベストとなるのはそもそも試験という形の宿命であろう。私が危機感を抱いているのは、解法パターンを丸暗記すればそれで全て事は完了するのだといった割切り感がこれによって彼らに定着してしまうことである。

涙を流す大学新入生の話をきいたことがある。彼は高校時代に大変数学ができ、意気揚々と入ってきたのであろう。しかし大学の数学の講義が始まってからしばらくして、彼は相談をしにある教授を訪ねた。「高校のときは数学ができたのですが、大学に入って全く分からなくなりました。」そういって手にしていた問題集の一問を読み涙を流し、また次の一問を読み涙を流したのだそうだ。つまり彼にとって数学の問題には必ず解法集のようなものがありそれを暗記すれば事足りると考えていたようなのだ。しかし受験という一種のゲームを離れ、学問の領域に入ったときもはや問題に対処するにはその場で考えるほかはない。そして解けない問題は山のようにあることを知る。

このような危機感を認識するに到ったきっかけは、「一般数理」という共通科目としての数学を講義するなかで上の問題と根が同じではないかと思われる現象がみられたことにある。つまり「文系」学生に比べ「理系」学生の解答は生真面目でワンパターンなものが多いことである。日頃の教育のされ方の違いの現れであるという解釈は可能かもしれない。そもそも教育の大きな目的の一つは、先人たちが膨大な時を経て培ってきた遺産、つまり知識・技術や方法論を次の世代に受け継いでもらうことであろう。特に科学技術分野ではより短期間で効率的に伝えるべく教育者側は努力している。こうして知識経験を受け継ぐことで、私たち後継者は先人達の莫大な苦労をせずに効率的に問題への対処が可能となる。つまり、「思考・経験の節約」である。平たく言えば、受験数学における解答パターン集のようなものである。従って日頃から「思考・経験の節約」の訓練を受けている理数系の学生からすれば、「一般数理」で出題するような問題は受け継いだパターンで十分対処可能であろう。理系学生にワンパターンな解答が多かった訳は、それ以上深く掘り下げて考えさせる出題を行わなかった単なる出題者側の責任であるのかもしれない。それに対し、理数系の問題

に対する「思考・経験の節約」の訓練を日頃受けていない文系学生の解答は、実に新鮮で奇怪で多種多様であった。彼らの解答からは「今その場で自分の頭で考えている」というリアル感が実に良く伝わってくるのである。

私が危惧しているのは彼らの解答から受ける理系学生と文系学生のリアル感の違いから推察されることである。理系学生は一体いつ「思考・経験の節約」を超えてリアルに考えるのだろうか？もしかするとこれは、数理科学の教育側／被教育側両者が陥る落とし穴になってはいないだろうか？

3．真の理解とは現実との共鳴である

前節で述べたように、理系学生と文系学生との解答のリアル感の違いはここ数年私の心に引っかかっている問題である。しかし、そもそもこの「解答のリアル感」とは何なのだろうか。以下に述べることは私の単なる仮説であり想像の域を出るものではないが、知識・経験を人から受け継いだり人に伝達する際に、いつも私が感じることである。

物事や現象を理解すると一言で表しても、そこには様々なレベルがある。しかし最も深いレベルの理解は、外界の物事や現象を自分の脳の中で再構成できること、外界の現象や思想・思考を自分の「脳の中の自然」に再現することなのではないかと考えている。そうして脳に再構成された「外界」は「脳の中の自然」で確かなリアリティーを持った存在となる。こうした「脳の中の実体」が現実世界と共鳴を起こす状態が最も深い理解であると考えている。それはおそらく言語レベル以前での理解である。程度の差こそあれ、何かを心底納得した瞬間や悟りともいえるような理解に到る瞬間は、まさにこの共鳴が起こっているのではなかろうか。曲解かもしれないが、奇しくも宇宙飛行士の毛利衛氏があるインタビューの中で、物事を学ぶときの態度として「リアリティーとの共鳴」と表現されていた内容と符合する考え方だと思っている。

実際に、表面的な「思考・経験の節約」レベルの理解からこういった深い「再構成／共鳴」レベルへ移行するには相当期間の訓練と深い体験が必要となろう。このレベルに達する方法は結局学ぶ者本人の努力に帰着されるのだろう。が、教育者側のちょっとした配慮によって短い講義の時間のなかであっても「再構成／共鳴」レベルの理解の疑似体験をさせることは可能であると考えている。それが実際に実行できたかどうかは別として、私が「一般数理」の講義の中で目指したのはまさにこの点であった。そうした疑似体験がより深いリアリティーを持った理解へと進む一つのきっかけになることを目論んでいるのである。

4．再構成の手助けとしての教育

では「再構成／共鳴」という理解のレベルがあるのだとして、それを念頭に私達は実際に何ができるであろうか？私は何よりまず、受験数学に代表される「解答パターン集」の丸暗記とそれらを組合せて問題に答えるといった形によって植付けられた彼らの数理科学へのイメージを払拭したいと考えた。また、新たな知識を導入することはあえて避け、彼らが義務教育・高校を通じて学んできた数理概念をもう一度見直し、それらの概念が日常生活に密着したものであると印象付けることを考えた。そのため素朴でしかし新鮮で大いに彼らの興味を引く現象や問題の準備に努めた。彼らに「こんなことも数学なのか」と驚いてもらうことを考慮した問題を取り扱った。彼らに数理科学をリアルに体験してもらえるように、彼ら自身の手の中で起こる数理現象を実験してもらった。また理系の学生には決まりきった解答パターンにあてはまらないような問題となるよう考慮した。彼

らには数理科学の遊びの部分をもっと感じてもらいたいと思ったからである。毎回が試行錯誤の連続であったが、以下に実際に行った講義内容をいくつか挙げる。なお、講義では毎回問題を出題し講義終了後に解答を提出してもらった。

(1) 三つの品の手品

数理マジックは聴講者の興味を数理科学的な現象にひきつける手っ取り早い方法としてかなり有効な手段ではないだろうか。この講義では「三つの品の手品」と呼ばれる簡単な手品を演じた。はじめに何でも良いので区別のできる3つの品を用意し（この講義では、かめ、トナカイ、サンタのぬいぐるみを使った）、これを会場の客の一人がA、B、Cと名前をつけた3つの場所へ好きな順で置いてもらう。演者はこのはじめの状態を記憶したあと、目隠しなどをして見えないようにする。次にこの三つから一品を演者に分からぬように客に選んでもらい、そのあと全く好きなように毎回二品づつ選びその位置を交換してもらう。その際、例えば「AとB」のようにどことどこを交換したかを言ってもらう。これを次々と好きなだけ繰り返すのだが、途中で一回だけ「ないしょ」といって演者にはどれを交換したか言わずにはじめに選んだ一品以外の二つを交換してもらう。気が済むまで交換を行ってもらったあと、演者は目隠しをはずし結果の配置をみて即座に客がはじめに何を選んだか当てるという手品である。これはボブ・ハマーの考案によるもので、たとえばガードナーの著書［1］に紹介されている。はじめの状態を覚えておいて交換されるごとに頭の中で三品の置き換えをしたのだと、はじめ学生たちは考える。しかし実際に彼ら自身でこれを行ってみるととたんにそれは無理な芸当だと分かる。なぜなら相当なスピードで交換されても難なく当てられたからである。実ははじめに演者は自分で目をつけた一品が最後どこにあるかの違いを見るだけで当てられるのであり、三品の行方すべてを把握しなくとも良いのである。それは「背理法」による論理的帰結である。数理論理を巧みに使った見事なトリックであり演技者の失敗も少なく、理由が分かれば誰にでもすぐできるわりには論理の仕組みがすぐには分からないという良くできた手品である。この手品で使われた数理論理のリアリティーを更に深めてもらうために出題した、背理法による論理パズル［2］は講義中彼らを虜にしたようである。

(2) マンションの階段のスイッチ回路

普段何気なく使っているものの中に数理が潜んでいる例として、この話題を選んだ。2階建て家屋の階段の電灯は1階2階どちらで操作をしてもオン・オフが可能である。この仕組みは少し考えると答えられる類の問題であるが、3階以上のマンションについても、どの階にあるスイッチ操作であっても全ての階の電灯の同時オン・オフが可能である。この仕組みは知らなければなかなか思いつかないのではないだろうか。実際、私も以前から気になってはいたものの、同僚による解答ではじめて分かった。つまり途中の階のスイッチにはAB、XYの二組の入力／出力端子があり、つながり方を「A－XとB－Y」の状態と「A－YとB－X」の状態との間で変換できればよい。要はフリップ・フロップ回路なのであるが、考え出すとなかなか虜になる問題のようである。講義では、フリップ・フロップ回路の巨大模型を作成して実演した。（講義では灯りのオン／オフの代わりに目覚まし時計のオン／オフを行った。人数が多く実験の様子が見えないだろうと考えたからである。）この問題では先に2階建ての問題を考えさせるのがミソである。なぜなら2階建では1入力／2出力の3端子のスイッチで回路が組め、これは学生の解答からも見られたように、比較的すぐに思いつくのであるが、2入力／2出力に発展

させるところに思考の飛躍があり面白いところでもあるからだ。またこれはよく知られた「正直・うそつき」の論理パズルに応用できる話題である。

(3) パラパラ漫画でトポロジー

ここでいうトポロジーとは位相幾何学の意味であるが、現代数学の概念も呈示の仕方によっては雰囲気をうまく伝えられるのでは、と実験的に行った講義である。実際に行ったのは、「ドーナッツからコーヒーカップ」と「両手鍋からパンツ」の同相変形（つまり新たに穴を開けたり穴をつぶしたり、切ったり張ったりせずにゴム膜の伸び縮みだけでできる変形）の様子を、手描きでパラパラ漫画にして見せただけである。にもかかわらず、こういったものの見方を知らない彼らにはかなりショッキングな出来事だったようである。最終講義でとったアンケートの中にこのときの印象を書いた学生がかなりいたことから推察された。また講義中での学生との会話の中から、この新しい概念が「浸透していく」様子がよく見られた。他の回では、あみだくじを自分の狙った置換を引き起こすように作る方法をビジュアルに示すため、パラパラ漫画を同様に使った。この際、例えばコンピュータ上でグラフィカルに呈示するよりも、紙に手描きで簡単に行うほうが案外身近に感じられ、また彼ら自身でできそうだという気にさせるのではないだろうか。

(4) 紙と画鋲で円周率

この講義には毎回180人以上が出席していたため、この大人数をうまく利用して何かできないかと考えたのがこれである。つまり円周率をモンテカルロ法で求める実験である。実際に行ったのは正方形の紙とそれにぴったり接する円を描いておき、これを全員に配る。そのあとこの紙をなるべく小さく折りたたみ、この小さくなった紙片に画鋲で数百の穴をなるべくランダムに開けてもらった。小さく折りたたんだのは紙全体に均一な穴を開けるためである。そうして、正方形全体の穴の数と円の内部に入った点の数を数えてもらいその数の比を計算させた。正方形の１辺をaとすればその面積はa^2であり一方この正方形に内接する円の面積は$\pi \times a^2/4$であるから面積比は$\pi/4$となる。だから穴の数の比をとれば、この値は$\pi/4$に近づくはずである。以下はその結果である。

全人数	180人
正方形内の点の数の和	144042個
円内の点の数の和	112814個
点の和の数から得たπ	
$112814 \div 144042 \times 4$	
$\sim 3.1328\cdots$	
各個人が計算したπの平均	$3.1467\cdots$

実のところ、この実験を行うのはどうかとためらってはいた。なぜならその仕組みはあまりに簡単で、学生は退屈するだけではないかと考えたからである。しかし講義後集めた解答からは、こういった方法で円周率が求まることに意外な驚きを感じている学生が多かった。こういった声からも、彼らがこれまでいかにリアリティーを持って数理科学を学ぶ機会が少なかったかを物語っているようにも感じられた。

5．数理科学という文化遺産

毎年、「一般数理」の講義の第１回目では数理科学についてのアンケートを採っている。数理科学のどんな話題に興味があるのか。あなたの日常生活で数理科学とどんなかかわりを持っているか。数理科学はあなたにとって必要か。講義に期待することは何か。そういったアンケートの中で私が意外だと感じたのは、文系学生の多くが、実

はもう一度数理科学を分かりたいと建前でなく本気で思っているらしいことである。これが事実ならば、数理科学を人々の間に広く根付かせる大きなチャンスではないだろうか？

数理科学という学問を学問として受け継ぎ、産み出し、伝える活動は活発に続けられてきている。一方で一般社会では相変わらず数理科学が何か雲の上の出来事のように感じられつづけているのも確かであろう。理科離れの傾向は、技術立国としてやっていく他はない日本としてはかなりの致命傷となりかねない。これを食い止める一つの方法は、理科好きな大人が世間にもっと増えることだと考えている。子供はいつの時代もやはり大人を見て育つ。その大人が数理科学を敬遠していてたのでは理科離れはやむを得ない。それには、できる・できないといった基準から離れてもっと人々が素朴に数理科学を楽しめる機会を増やすことだろう。そういった意味からすると、大学における文系学生向けの数理科学の講義はかなり面白い位置にあるのではないだろうか。やりようによっては裾野の広い数理科学の風土を形成するための１つの布石になりうるからだ。数理科学は単純に面白いという経験、これを持った大人達が社会に広がればおのずと理科離れは消えるのではないだろうか。

開国以来、日本の数理科学は欧米に追いつき追い越すことを目的にひた走ってきた歴史がある。その名残は未だに教育の場に潜在的に残っているのではないかと思う節もある。数理科学の授業では往々にして天下りに知識が降ってくる。だが理想論をあえていえば、その際にリアリティーを持って学ぶ機会が必要だと思っている。学ぶ者ひとり一人が記号の羅列としてでなく、活き活きとしたリアリティーを感じながら学べるような仕組みができれば、数理科学は道具としてだけでなく一つの文化として定着できるだろう。そろそろこの辺りで数理科学という遺産を文化として社会にひろげることを本気で考えるべきではないだろうか。

参考文献

１．M. Gardner, Mathematics, Magic and Mistery, Dover Publ. (1956). 邦訳「数学マジック」(金子養訳、白揚社、1999).

２．D. Fomin, S. Genkin and I. Itenberg, Mathematical Circles, AMS (1996). 邦訳「数学のひろば、／柔らかい思考を育てる問題集」(志賀浩二・田中紀子訳、岩波書店、1998), またこの問題集に対する解答集が作られている。「数学のひろば」別冊（志賀浩二・増田一男著、岩波書店、1998).

（はしもと　ゆきひろ／非常勤講師）