

ペンギン図における荷電ヒグス粒子の $b \rightarrow sg$ への寄与と $B \rightarrow \bar{K} \phi$ 崩壊

松田正久 (愛知教育大学)

ここでの話の詳細は文献 [1] を参照していただくことにして、簡単にまとめることにする。ペンギン図は 70 年代に $\Delta I = \frac{1}{2}$ 則を説明するために導入された [2] が、その効果の定量的評価については未だ決着を見ていない。ここでの目的の一つは B 粒子の崩壊過程に寄与するペンギン図の効果进行分析すること、二つには標準模型を越える物理的效果を B 粒子崩壊過程の分析を通じて評価する事である。ここでは特に超弦模型に基づく E_6 模型や標準模型を超対称化した時でてくる二つのヒグス 2 重項の中の電荷を持つヒグス粒子の寄与を評価する [3]。またペンギン図におけるクォークレベルの相互作用をハドロンレベルの相互作用にどう帰着させるかということも課題の一つである。特に b 粒子崩壊に於て終状態が $s + \bar{s} + \bar{s}$ からなる状態はいわゆるペンギン図に特徴的な過程であり、閉線図の寄与を分析するには好都合の過程である。ペンギン図から起こらない稀過程はハドロンレベルでは $B \rightarrow \bar{K} + \phi, \bar{K}^* + \phi, \bar{K} K^0 \bar{K}^0$ などに対応する。W 交換によるグルオン放出の効果は文献 [4] で分析されている。2 個のヒグス 2 重項模型 ϕ_u, ϕ_d における荷電ヒグス粒子とクォークの相互作用は

$$L_{eff} = \frac{g}{2\sqrt{2} m_W} \cot \beta \bar{u}_i V_{ij} (a_{ij} - b_{ij} \gamma_5) d_j H^+ + h.c. \quad (1)$$

である。ただし ϕ_u^0 と ϕ_d^0 の真空期待値を v_u, v_d とおき $\tan \beta = \frac{v_u}{v_d}$, $a_{ij} = m_{u_i} + m_{d_j} \tan^2 \beta$, $b_{ij} = m_{u_i} - m_{d_j} \tan^2 \beta$ である。上のハミルトニアンから計算されるペンギン図の頂点関数は繰り込みの結果、次式で与えられる [4]。

$$\Gamma^{\mu a} = -\frac{g_s G_F \cot^2 \beta}{4\sqrt{2} \pi} \bar{s}(p) \{ g_1(q^2) R \gamma^\mu + g_2(q^2) L \gamma_3(q^2) R q^\mu + g_4(q^2) L q^\mu + g_5(q^2) R p^\mu + g_6(q^2) L p^\mu \} \frac{\lambda^a}{2} b(p+q). \quad (2)$$

この式中の g_1 を例としてあげておく。

$$g_1(q^2) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_2(q^2)} \{ m_i^2 [D_2(q^2) - m_i^2 - m_s^2 xy - q^2 x(1-x-y) - m_b^2 y(1-x-y) - D_2(q^2) \ln \frac{\Lambda^2}{D_2(q^2)}] - m_i^2 \tan^2 \beta (m_b^2 + m_s^2) - m_b^2 m_s^2 y \tan^4 \beta \} + m_i^2 \int_0^1 dx x \ln \frac{\Lambda^2}{D_1(q^2)}$$

$$\begin{aligned}
 D_1(q^2) &= m_t^2(1-x) + m_H^2 x - q^2 x(1-x) \\
 D_2(q^2) &= m_t^2(1-y) + m_H^2 y - m_b^2 y(1-x-y) - m_s^2 xy - q^2 x(1-x-y).
 \end{aligned} \tag{3}$$

我々は繰り込み条件として $\bar{s}b$ の自己エネルギー項にたいして $\Sigma(\not{p} = m_b) = \Sigma(\not{p} = m_s) = 0$ 及び $\bar{s}bg$ の相互作用項にたいして $q_\mu \Gamma_R^{\mu a} = g_s \frac{\lambda^a}{2} [\Sigma_R(p+q) - \Sigma_R(p)]$ を課した。形状因子 $g_1 \sim g_6$ の間にはゲージ不変性より $g_1(0) + \frac{1}{2} m_b g_5(0) + \frac{1}{2} m_s g_6(0) = 0$, $g_2(0) + \frac{1}{2} m_b g_6(0) + \frac{1}{2} m_s g_5(0) = 0$, $g_2, g_4, g_6 \rightarrow 0$ at $m_s = 0$ を満たさなければならない。各形状因子を $m_t = 125\text{GeV}$, $m_H = 150\text{GeV}$, $m_b = 5\text{GeV}$ とおいて数値的に評価したのが表1である。

	$q^2 = 0$	$q^2 = 25$	$q^2 = -25$
$g_1(q^2)$	-8.526	-11.341	-5.711
$g_2(q^2)$	-1.688	-1.689	-1.688
$g_3(q^2)$	2.251	2.251	2.251
$g_4(q^2)$	0.113	0.113	0.113
$g_5(q^2)$	3.376	3.377	3.377
$g_6(q^2)$	0.338	0.338	0.338

表1. 各形状因子の数値的評価

ここで得られた数値は上のゲージ不変性の条件を満たしている。また $g_2 \sim g_6$ は q^2 にほとんど依存せず一定値をとる。ここで $\delta \equiv \frac{m_b^2}{m_H^2}$ として、 $m_s = 0$ とおくと結果は

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{-g_s G_F}{8\sqrt{2}\pi} m_t^2 \cot^2 \beta V_{ts}^* V_{tb} \bar{s}(p) \Gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} b(p+q) \\
 \Gamma^\mu &= \frac{q^2}{36m_H^2} f_1(\delta) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \frac{im_b}{12m_H^2} f_2(\delta) \sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 + \gamma_5) \\
 &\quad - \frac{m_b}{36m_H^2} f_1(\delta) q^\mu (1 + \gamma_5) \\
 f_1(\delta) &= \frac{16 - 45\delta + 36\delta^2 - 7\delta^3 + 12\ln\delta - 18\delta\ln\delta}{(1-\delta)^4} \\
 f_2(\delta) &= \frac{2 + 3\delta - 6\delta^2 + \delta^3 + 6\delta\ln\delta}{(1-\delta)^4} + 6\tan^2\beta \left[\frac{\delta - 3}{(1-\delta)^2} - \frac{2\ln\delta}{(1-\delta)^3} \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

となる。これからペンギン図による $b \rightarrow s + \bar{q} + q$ のハミルトニアンを求める。結果を示すと、荷

電ヒグス場の交換によるグルオン放出では,

$$H_{penguin}^{2H} = -\frac{\alpha_s G_F \delta}{72\sqrt{2}\pi} \cot^2 \beta V_{ts}^* V_{tb} \bar{s}(p_2) \frac{\lambda^a}{2} (1 + \gamma_5) \{f_1(\delta) \gamma_\mu + 3i \frac{m_b}{q^2} f_2(\delta) \sigma_{\mu\nu} q^\nu\} b(p_1) \bar{q}(p_4) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} q(p_3). \quad (5)$$

ここで (4) の Γ^μ の最後の項はグルオンに結合する $\bar{q}q$ 対が質量殻上にある事とディラック方程式を考慮すれば 4 体フェルミ相互作用には寄与しないことがわかる。また標準模型での W^\pm からの寄与は [4]

$$H_{penguin}^{SM} = -\frac{\alpha_s G_F}{24\sqrt{2}\pi} V_{ts}^* V_{tb} \bar{s}(p_2) \frac{\lambda^a}{2} (1 + \gamma_5) \{g_1(\Delta) \gamma_\mu + 3i \frac{m_b}{q^2} g_2(\Delta) \sigma_{\mu\nu} q^\nu\} b(p_1) \bar{q}(p_4) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} q(p_3), \quad (6)$$

となり, ここで $m_t^2 \gg m_b^2, m_s^2, q^2$ の近似を用いた。また $\Delta = \frac{m_t^2}{M_W^2}$ として

$$g_1(\Delta) = \frac{\Delta(1-\Delta)(18-11\Delta-\Delta^2) - 2(4-16\Delta+9\Delta^2)\ln\Delta}{(1-\Delta)^4} + 8\ln\frac{m_c^2}{m_W^2} - 8\frac{V_{us}^* V_{ub}}{V_{ts}^* V_{tb}} \ln\frac{m_u^2}{m_c^2}, \quad (7)$$

および

$$g_2(\Delta) = \frac{\Delta(1-\Delta)(2+5\Delta-\Delta^2) + 6\Delta^2\ln\Delta}{(1-\Delta)^4}. \quad (8)$$

である。数値的に $g_1(\Delta), g_2(\Delta)$ を評価すると

	$m_t = 100\text{GeV}$	$m_t = 180\text{GeV}$
$g_1(\Delta)$	-57.34	-60.03
$8\ln\frac{m_c^2}{M_W^2}$	-64.8	-64.8
$g_2(\Delta)$	0.58	0.79

表 2. 標準模型での形状因子

上の表では, $M_W = 80.6\text{GeV}$, $m_u = 5\text{MeV}$, $m_c = 1.4\text{GeV}$, $V_{ts} = 0.0435$, $V_{tb} = 0.99895$, $V_{us} = 0.221$, $V_{ub} = 0.004$ を用いた. 標準模型での主たる寄与は, γ^μ の項で, その中でも $8\ln \frac{m_t^2}{M_W^2}$ が主たる項でこれは, GIM相殺機構がソフトにしか作用しないからである. 一方 $\sigma^{\mu\nu}$ の項にはGIM相殺機構がハードに作用するためこの項は標準模型では無視できる. この点は荷電ヒグスの場合には大いに異なることに注意したい. (6) と (7) のハミルトニアンを用いれば, $b \rightarrow s\bar{s}s$ 崩壊は

$$H_{\text{penguin}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left\{ O_L \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{\lambda^a}{2} b + im_b O_R \frac{1}{q^2} \bar{s} \sigma_{\mu\nu} q^\nu (1 + \gamma_5) \frac{\lambda^a}{2} b \right\} \times (\bar{s} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} s), \quad (9)$$

から計算できる. ここで $O_L = -\frac{\alpha_s}{24\pi} \{g_1(\Delta) + \frac{1}{3}\delta \cot^2 \beta f_1(\delta)\}$ および $O_R = -\frac{\alpha_s}{8\pi} \{g_2(\Delta) + \frac{1}{3}\delta \cot^2 \beta f_2(\delta)\}$ である. W^\pm 交換の寄与がヒグス交換の3倍なのはスピンの自由度の違いによる. これから inclusive な崩壊確率を求めると

$$\Gamma(b \rightarrow s\bar{s}s) \cong \frac{G_F^2 m_b^5}{384\pi^3} |V_{tb} V_{ts}^*|^2 \left\{ |O_L|^2 - 4O_L O_R + \frac{4}{3}(-3\ln z - 4)|O_R|^2 \right\}, \quad (10)$$

となり, ここで $z \equiv \frac{\Lambda_{QCD}^2}{m_b^2}$ で, 赤外発散のカットオフとして $\Lambda_{QCD}^2 \cong 200\text{MeV}$ を用いた. これと b のセミレプトニック崩壊の分岐比約11%を用いて, m_t と $\cot\beta$, m_H をパラメーターとして $b \rightarrow s\bar{s}s$ の分岐比を図示する.

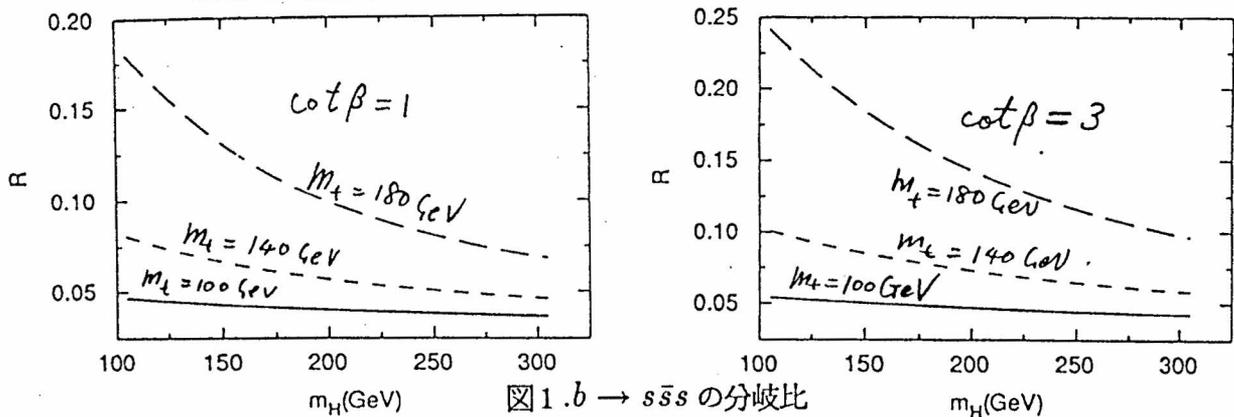


図1. $b \rightarrow s\bar{s}s$ の分岐比

$$R \equiv \frac{Br(b \rightarrow s\bar{s}s)}{Br(b \rightarrow e\nu X)}$$

これより $\cot\beta > 3$ で $100\text{GeV} < m_H < 200\text{GeV}$ であれば, 有為な寄与があることが期待される. 標準模型の枠内では $\sigma^{\mu\nu}$ の項は無視してよいが, ヒグス交換の場合には強さがクォークの質量に比例するため, GIM相殺機構は働かず, この項を無視することができないことに注意しなければならない.

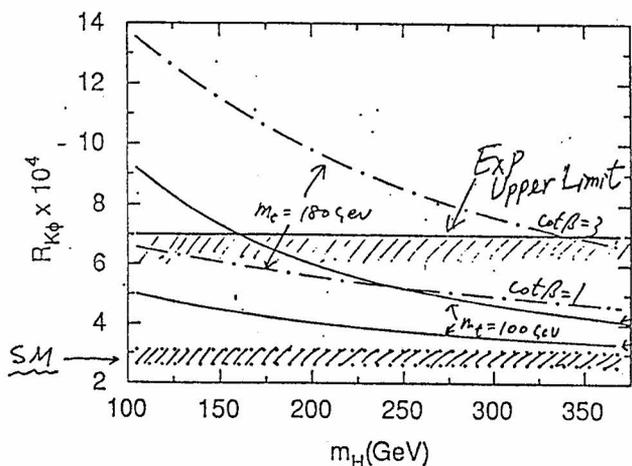


図2. $B \rightarrow K + \phi$ の分岐比

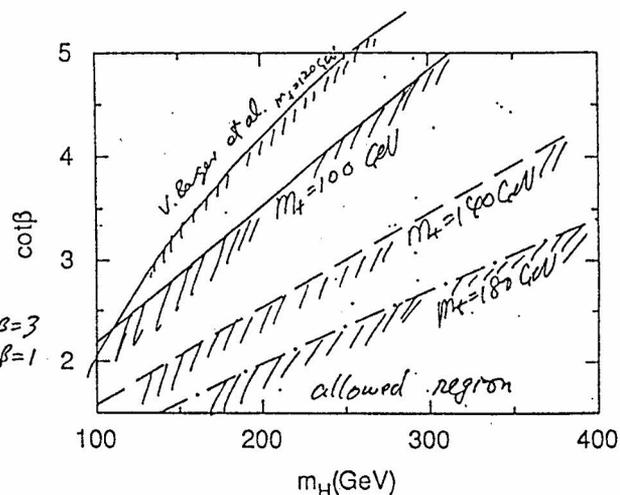


図3. 実験から許される $m_H - \cot\beta$ の領域

つぎに $B \rightarrow \bar{K}\phi$ の崩壊を議論する。この過程に寄与するハミルトニアンは二つあり、

$$H_1 = F \bar{s}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{\lambda^a}{2} b(p) \bar{s}(q_1) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} s(q_2), \quad (11)$$

は、通常の真空状態を入れる方法で評価できる。

$$\begin{aligned} \langle \phi \bar{K} | H_1 | B \rangle &= \frac{8}{9} F \langle \phi | \bar{s} \gamma_\mu s | 0 \rangle \langle \bar{K} | \bar{s} \gamma^\mu b | B \rangle \\ F &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* (O_L - \frac{m_b^2}{q^2} O_R) \end{aligned} \quad (12)$$

また残りの項は

$$\begin{aligned} H_2 &= J (p + p')_\mu \bar{s}(p') (1 + \gamma_5) \frac{\lambda^a}{2} b(p) \bar{s}(q_1) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} s(q_2) \\ J &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* m_b O_R \frac{1}{q^2} \end{aligned} \quad (13)$$

である。以上のハミルトニアンを用いて崩壊確率を計算すると次式になる。

$$\Gamma(B \rightarrow \bar{K}\phi) = \frac{|\frac{2}{9}(4F + m_B J)|^2 g_\phi^2 |\vec{p}_\phi|^3 f_+^2(m_\phi^2)}{2\pi m_\phi^2}, \quad (14)$$

ここで

$$|\vec{p}_\phi| = \frac{(m_B^4 + m_\phi^4 + m_K^4 - 2m_B^2 m_\phi^2 - 2m_\phi^2 m_K^2 - 2m_K^2 m_\phi^2)^{\frac{1}{2}}}{2m_B}. \quad (15)$$

実験との比較のためにセミレプトニック崩壊との比 $R_{\bar{K}\phi} = \frac{\Gamma(B \rightarrow \bar{K}\phi)}{\Gamma(B \rightarrow e\bar{\nu}X)}$ を m_t, m_H and $\cot\beta$ の適当な値を用いて図に示す。

現在の実験の上限値は

$$\begin{aligned} Br(B_d^0 \rightarrow \bar{K}^0 \phi) &< 4.9 \times 10^{-4} \\ Br(B_u^- \rightarrow K^- \phi) &< 8 \times 10^{-5}, \end{aligned} \tag{16}$$

である。これは標準模型の予測値 $2.62 \cdot 10^{-4} < R_{\bar{K}\phi}(\text{SM}) < 3.11 \cdot 10^{-4}$ の数倍である。これより $\cot\beta$ と m_H の許される領域に制限をつけることができ、それを図3に示す。この制限は $b \rightarrow \bar{K}^* \gamma$ 崩壊から得られる制限 [5] よりも厳しい制限を与える。近い将来の B の稀崩壊の実験で標準模型における閉線図形の寄与を評価できると同時にその模型を越える粒子の存在についての情報を得ることができることになる。

References

- 1) 本研究会での話は次の論文に基づいている。
A.J.Davies, G.C.Joshi and M.Matsuda, Phys. Rev. **D44**(1991) 2114;
Z.Physik **C52**(1991) 97
- 2) A.I.Vainstein, V.I.Zakharov and M.A.Shifman, Sov. Phys. JETP **45**,(1977),
670
- 3) 2個のヒグス2重項模型のレビューについては以下の本が参考になる。
J.F.Gunion, H.E.Haber, G.L.Kane and S.Dawson "Higgs Hunter's Guide"
Addison-Wesley, Reading, MA, 1989)
- 4) 繰り込みについては以下の論文を参考にした。
S.-P. Chia, Phys. Lett. **130B**,(1983),315.
- 5) V.Barger, J.L.Hewett and J.N.Phillips, Phys. Rev. **D41**, (1990),3421.