

算数教育における児童の数学的な説明をかく力の実態と指導に関する研究

<修士論文要旨>

愛知教育大学 教育学研究科 数学教育専攻 数学科教育学領域

片野慶子

論文構成

序章 本研究の目的	3.1 数学的な説明をかく力の育成のための指導の方向性
第1章 児童の数学的な説明をかく力の実態と課題	3.1.1 平成25年度全国学力・学習状況調査から得られた教授方略
1.1 数学的な説明	3.1.2 単元「面積」の指導の分析から得られた教授方略
1.2 全国学力・学習状況調査の分析	3.1.3 argumentの枠組みとその教授実験から得られた教授方略
1.3 説明をかくことと選ぶことに関する調査	3.2 教授方略の整理と指導の枠組みの構成
1.3.1 調査の目的と方法	第4章 児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導事例の構成と具体的な指導
1.3.2 調査問題とその正答率	4.1 授業実践の目的と方法
1.3.3 調査結果とその分析	4.2 教授方略と指導の枠組みの再構成
1.4 児童の数学的な説明をかく力における課題	4.3 単元計画と各時限の展開
第2章 算数科における児童の説明する力の指導に関する先行研究	4.4 授業実践の実際
2.1 児童の「説明する」力の指導に関する研究	4.5 プレ・ポストテストの結果と分析
2.2 児童の「説明をかく」力の指導に関する研究	4.6 授業実践のまとめと課題
2.3 児童の数学的な説明をかく力の指導における課題	終章 本研究のまとめと今後の課題
第3章 児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導の枠組み	引用・参考文献

序章 本研究の目的

昨今の教育現場では、言語活動の充実や思考力・表現力の育成が焦点の一つとなっている。算数科でも、学習指導要領に算数的活動が具体的に明示されるようになり、中でも「説明する活動」が第2～6学年の全てで列挙されていることに、言語活動や表現力の重視の傾向が見て取れる。

本研究では、「説明をかく」ことに焦点をあてる。説明する活動には、話して説明するという方法もあるが、よりよい説明にしていこうという観点から見れば、話しながら説明する中で、自分の話したことを反省・修正し、もう一度説明し直すといった活動は、児童に限らず難しいことである。その点、説明をかくことは、かくこと自体のハードルは高いが、かいてしまえば、それを後から反省することは容易であるし、授業の中で他者の力を借りることができれば、修正することも容易になる可能性が高いだろう。

そこで、本研究では、児童の数学的な説明をかく力の実態を明らかにするとともに、その指導について提案し、授業実践を行うことによって、その効果を検討することを目的とする。

第1章 児童の数学的な説明をかく力の実態と課題

こで、本研究で対象とする説明は、算数・数学の多様な表現・表記の有無に関わらず、思考内容や対象が算数・数学に関連している説明を「数学的」と定義する。

1.2 全国学力・学習状況調査の分析

全国学力・学習状況調査の算数 B 問題の過去 7 年分の報告書の全ての年度において、説明を記述することに課題があることが明らかになっている。平成 22 年度の算数 B 問題⁵(1)を参照すると、正答の記号を選択できた児童が 78.0%に対し、その理由まで記述できた児童は 17.4%に下がってしまっている。また、平成 24 年度の B 問題²(2)を参照すると、この問題を解決し、正しい選択肢を判断するのに必要な数学的内容は、整数の加減だけであったにもかかわらず、正しい記号を選べた児童は 66.4%であり、その理由も説明できた児童は 27.0%と低いままであった。

1.3 説明をかくことと選ぶことに関する調査

1.3.1 調査の目的と方法

児童が説明に関して、「十分な説明」の基準となりうる事項を認識していないとすれば、児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導は、そうした認識を喚起する場面を含まねばならないため、そうした実態の調査は重要と思われる。そこで、児童が問題を正しく理解した上で、どの程度の説明を「十分な説明」と判断し、その上で、どの程度の説明を記述しているのかを調べるための調査を行った。

愛知県内の公立小学校 6 年生の児童 44 人(2 クラス)を対象にして、ペーパーテスト形式による調査(20 分×1 回と 10 分×2 回の合計 3 回)を行った。実施時期は 2014 年 1 月である。

1.3.2 調査問題とその正答率

調査問題は、すべて過去に実施された全国学力・学習状況調査の問題を引用、一部編集したものである。

表 1 調査問題とその正答率

問題		正答率
1	整数×小数, 整数÷小数の計算	
	(1) 27×3.4	75.0%
	(2) 9.3×0.8	72.7%
	(3) $12 \div 0.6$	79.5%
2	割合の第 2 用法に関する問題 式と答えを解答する	54.5%
3	割合の第 2 用法に関する問題	
	(1) 記号の選択	81.8%
	(2) 判断の理由を記述	40.9%

問題		正答率
4a	割合の第 2 用法に関する問題	
	(1) 記号の選択	84.1%
	(2) 判断の理由を選択 (根拠に計算の式や答え を用いた説明から選択)	27.3%
4b	割合の第 2 用法に関する問題	
	(1) 記号の選択	84.1%
	(2) 判断の理由を選択 (根拠に割合の関係を 用いた説明から選択)	34.1%

1.3.3 調査結果と分析

理由の説明記述(問題³)と、説明選択(問題^{4a}, ^{4b})の関係を分析するため、クロス表を作成した。十分な説明をかけている児童(問題³)が、十分な説明を過不足なく選ぶこと(問題^{4a}, ^{4b})ができていないか。また、十分な説明を過不足なく選ぶこと(問題^{4a}, ^{4b})ができていない児童が、十分な説明をかけているかどうか(問題³)を分析することにする。本調査では、学力調査の問題を引用し、学力調査の正答基準を用いていることから、「十分な説明」とは、学力調査の正答基準を満たしている説明のことをいうこととする。なお、各問題において(1)の記号の選択を誤っている答案については、説明以前に、その数学的判断を誤っており、本調査での分析対象に該当しなくなるため、クロス表で分析を行う際の対象からは除外することにした。

表 2 に対してフィッシャーの直接確率検定を実施してみると $p=0.45$ であり、児童の説明記述と説明選択との間には、有意な関連は見出せない。表 3 についても同様に、フィッシャーの直接確率検定を実施しても

$p=0.73$ であり、ここでも説明記述と説明選択との間に有意な関連が見出だせるわけではない。こうした結果は、ある程度想定されることかもしれないのだが、児童は、十分な説明を記述できるからといって、十分な説明を選択できるとは限らず、逆もまたしかりだと考えられる。

表2 問題3(2)と問題4a(2)のクロス表

		3	説明の記述		
			正答	誤答	計
説明の 選択の	4a				
	正答	7	4	11	
	誤答	8	11	19	
	計	15	15	30	

表3 問題3(2)と問題4b(2)のクロス表

		3	説明の記述		
			正答	誤答	計
説明の 選択の	4b				
	正答	7	6	13	
	誤答	9	11	20	
	計	16	17	33	

1.3.3 児童の数学的な説明をかく力における課題

- 児童は、問題場面である種の数学的判断はできても、その判断の理由を説明することに関しては、用いる算数の内容の難易度に関わらず、依然として課題がある。(全国学力・学習状況調査の分析より)
- 児童は、説明のモデル文を提示されれば、そのモデルを参考にしながら説明をかくことはある程度できる。(平成25年度実施の全国学力・学習状況調査算数B問題5(2)の分析より)
- 児童は、十分な説明には何を書けばよいかということに関して、明確には理解していないことが強く予想される(十分な説明をかくことができるからといって、十分な説明を過不足なく選択できるわけではなく、またその逆も然りである)。(本研究における調査の分析より)

第2章 算数科における児童の説明する力の指導に関する先行研究

2.1 児童の「説明する」力の指導に関する研究

現在、小学校段階では、「説明する」力を育成するために、どのような指導がなされているのだろうか。例えば、現行の教科書には図1のような話形を例示した説明場面が見られる。また、黒崎(2009)は、話形を強調しつつも、算数・数学における論理的な説明の要素として、以下の三つをあげている点は興味深い。

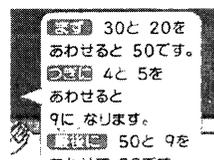


図1 小学算数 2年上 (小山・中原,2011,p.1)

- 数学的な言葉、数、図等の表現を用いること
- 自分の考えの拠り所とする根拠(既習の知識、技能、考え方等)を明確にすること
- 拠り所とする既習の知識・技能をどのように用いて自分の考えをもったのか、推論のプロセスを「まず」「次に」「最後に」と説明すること (黒崎, 2009, p.7)

黒崎の重要な指摘は、話形にのせた説明を重視しつつも、そこに書かれるべき内容の要素について言及している点であり、特に、考えの「根拠」を既習事項に求め、その根拠を明確にすることを強調している点であろう。黒崎・高橋(2010)は、「自分の考えを分かりやすく説明することを求める教師が多いが、残念なことに分かりやすい説明の具体的な姿が描き切れていない」(p.61)と、どのような説明がよいのか、どのような説明を求めているのかを具体的に示さずに、児童に説明することをさせているという、現状の課題をあげている。現在多くの現場でなされている話形指導や話し合い等の口頭での説明指導には、現状では、児童の説明する力を育成するための指導としては児童が何を説明すべきかが明確になっていないという課題があると考えられる。

2.2 児童の「説明をかく」力の指導に関する研究

「かく活動」を算数授業の中でもっと行う必要があると主張している中村(2002)は、「書くことが、『自分の

考えを見直す』ということにつながる」とし、「自分の考えを表現することは、子どもにとって自分の考えを客体化することになる。その文章を読み直すことで、思考を深めることにもつながっていく」(p.11)と述べている。しかし、小川(2008)は、「話し合いの中で考えを発表し合う場はあっても自分なりの解決過程をノートにかくという場はほとんどないのではないだろうか」(p.2)と、説明をかく機会が少ないことを指摘している。

2.3 児童の数学的な説明をかく力の指導における課題

- 説明を話す機会は多く設定されているが、説明をかく機会は少ない。(小川(2008)の指摘より)
- 算数の問題において何を説明すればよいのかが明確になっておらず、「説明する活動」が形式的で、児童にとって意味のあるものになっていない現状がある。(鈴木(2011)の指摘より)
- 話形の指導では、説明に何をかくべきかが明確になっておらず、児童は説明の中で何を示せばよいか理解できない。(黒崎(2009)の「数学的な説明に必要な要素」の分析より)

第3章 児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導の枠組み

3.1 数学的な説明をかく力の育成のための指導の方向性

3.1.1 平成25年度全国学力・学習状況調査から得られた教授方略

平成25年度全国学力・学習状況調査の算数B問題⑤(2)は、解答が同じく「割合」領域の知識・技能が必要となる平成22年度の問題と比較すると、説明の記述の正答率が2倍以上も良くなっている(記述の正答率:平成22年度17.4%,平成25年度44.7%)。その理由として、平成25年度の問題では説明のモデル文が示されていることが考えられる。したがって、モデル文を示した上で説明を記述させることは、児童の説明をよりよくするためにある程度の効果があると考えられる。そこで、説明のモデル文を提示し、それを参考に説明をかく活動を本研究の教授方略にも取り入れることとする。

3.1.2 単元「面積」の指導の分析から得られた教授方略

授業実践を行った学級での「面積」単元の指導を参考に教授方略の示唆を得る。効果があったと考えられる指導は、「説明のしかた(面積の求め方)」として説明に何を書けばよいかを示した指導である(図2)。実際、この指導の前後で十分な説明を記述できた児童の割合は増加している。「説明のしかた(面積の求め方)」は、複合図形の面積を求める手順を5段階に分けて提示

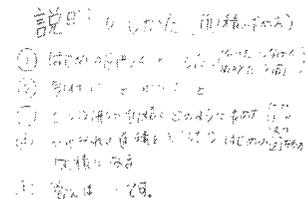


図2 「説明のしかた」

している。先行研究にもある話形の指導と異なる点は、「まず」「つぎに」「だから」のような接続詞が示されているだけでなく、かく内容が示されている点だろう。そこで本研究でも、ある種の説明のモデル文を抽象化したような枠組みと考えられる「説明の仕方」(説明をどのようにかけばよいかを明示する指導)を取り入れることにする

3.1.3 argumentの枠組みとその教授実験から得られた教授方略

本研究では、問題に依存しない柔軟な数学的な説明の枠組みとして、argument(ation)の考え方を採用する。argumentを検討するための枠組みは、スティーヴン・トゥールミン(2003)の「論証のレイアウト」である。ただし、本研究では、小学校段階での説明を対象としているため、その最も素朴なレイアウト、すなわち、黒崎(2009)の言う「自分

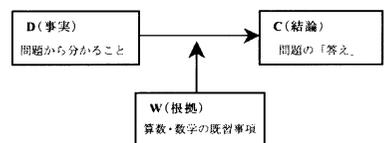


図3 簡略化した「論証のレイアウト」

の考え(結論)」と「根拠」が最も明快に表れるように簡略化したものを考える。

3.2 教授方略の整理と指導の枠組みの構成

これまでに見てきた、児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導に関する教授方略を整理する。教授方略の分類「argument 構造」「評価・フィードバック」「関連づけ」ごとに、「説明の構造を知る」「よりよい説明を検討する」「説明の記述を練習する」の段階に分けて指導の枠組みを構成した。

第4章 児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導事例の構成と具体的な指導

4.1 授業実践の目的と方法

第3章で構成した枠組みのもとで行った指導が、どの程度の効果があるのかを考察するために授業実践を行う。対象児童は、名古屋市内の公立小学校4年生の児童37名(1クラス分)である。

4.2 教授方略と指導の枠組みの再構成

表4 再構成した「児童の数学的な説明をかく力の育成のための教授方略」

教授方略 [TSx]	内容
[TS1] argument 構造	① argument 構造の説明 ② どのように説明を聞いたらいいかを示す ③ argument の必要性の説明 ④ argument の例示と批評 ⑤ 良い argument と悪い argument の比較 ⑥ argument の記述の練習 ⑦ 式に図とことばを付随させて説明するように意識させる ⑧ ワークシートの枠組みを徐々に外す
[TS2] 評価・フィードバック	① 個人へのフィードバック ② 相互評価 ③ クラス全体での評価 ④ 要素ごとに色分けしたアンダーラインを引く ⑤ 足りない要素は補い、重複している要素は削る
[TS3] 関連づけ	① 同じ教科、単元の他問題との関連づけ ② 日常事例との関連づけ ③ 同じ教科の他単元との関連づけ ④ 他教科との関連づけ

4.3 単元計画と各時限の展開

表5 授業実践の単元計画

学習段階	単元	本研究における 教授方略			ワークシート 枠組み 注意書き	授業 時間
		TS1	TS2	TS3		
説明の構造を知る	よみとる算数(1) (算数4上, 啓林館, p.110-111)	①②③ ⑥	①②③	①	あり あり	3
よりよい説明を検討する	どんな計算になるのかな (算数4下, 啓林館, p.16-17)	①④ ⑤⑥	①②③ ④⑤	③	あり あり	1
説明の記述を練習する	もとの数はいくつ (算数4下, 啓林館, p.54-55)	⑥⑧	①②③ ④⑤	③	なし あり	1

4.4 授業実践の実際

<略>

4.5 プレ・ポストテストの結果と分析

授業実践の前後に、プレテスト・ポストテストを行った。それぞれの問題は、全国学力・学習状況調査の問題を引用したものである。

表5 プレテスト・ポストテストの結果

実施問題	プレテスト (N=35)	平成 21 年度 算数 B 問題 ³ (3)	ポストテスト (N=35)	平成 24 年度 算数 B 問題 ² (2)
問題理解	88.6% (N=31)		25.7% (N=9)	66.4%
説明の記述の正答率	68.6% (N=24)	15.6%	22.9% (N=8)	22.4%
説明の記述の正答率 記号の正答率	77.4% (N=24/31)		88.9% (N=8/9)	33.7%

4.6 授業実践のまとめと課題

授業の中で用いたワークシートやプレ・ポストテストでの児童の説明の記述を参照すると、問題を理解した上で、十分な説明を記述できた児童の割合は高くなった。このことより、本研究で構成した児童の数学的な説明をかく力の指導の枠組みは有効であったと考えられる。しかし、問題を理解することができなかった児童は、説明の記述はできていない。つまり、問題を理解できた児童に対して指導の枠組みが有効であったということであり、十分な説明の記述ができるか否かは、問題を理解できるか否かと強く関係しているということも明らかになった。児童の数学的な説明をかく力の育成のためには、児童が問題を理解することと説明の記述との関係を明らかにすることも必要であると考えられるため、その関係を明らかにすることを今後の課題とする。

終章 本研究のまとめと今後の課題

本研究では、全国学力・学習状況調査の分析を行うことにより、問題を理解できている児童でも説明を記述することができていない実態を明らかにした。また、調査における児童の説明記述と説明選択の関係を分析することにより、児童は十分な説明がどのような内容を含んでいれば良いかを理解していないという実態があることが強く予想された。そういった実態や現状の説明指導の課題を踏まえ、児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導の枠組みを提案し、授業実践を行った。それにより、この指導の枠組みは、問題を理解できた児童に対しては有効であることが明らかになった。今後は、問題を理解することと説明を記述することの関係を明らかにするとともに、自分自身で現場での実践を行い、児童の数学的な説明をかく力の育成のための指導を改善していきたい。

主な引用・参考文献

- 江森英世(2000).「数学的コミュニケーション参画者の認知過程」.日本数学教育学会誌『数学教育学論究』,73.
- 黒崎東洋郎(2009).「説明し、伝え合う算数の授業実践研究」.日本数学教育学会誌『算数教育』,第91巻,第12号,2-11.
- スティーヴン・トゥールミン(2011).『議論の技法 トゥールミンモデルの原点』.戸田山和久・福澤一吉(訳).東京図書.(Toulmin,S.E.(2003).*The uses of argument (updated edition)*.New York,NY:Cambridge University Press.).
- 二宮裕之(2005).『数学教育における内省的記述表現に関する研究』.風間書房.
- 平林一榮(1987).『数学教育の活動主義的展開』.東洋館出版社.