

# 高等学校数学における課題学習の実践的研究

## <修士論文要旨>

愛知教育大学 大学院 教育学研究科  
数学教育専攻 数学科教育学領域

山本 武寿

### 論文構成

#### 序章 研究の目的と方法

#### 第1章 高等学校数学教育への考察

1. 1 現状の高等学校数学の問題点
1. 2 高等学校数学に含まれるべき教育的要素
1. 3 課題学習の必要性

#### 第2章 課題学習の変遷

2. 1 中学校数学の課題学習の考察
2. 2 高等学校課題学習の問題点
2. 3 中学校数学・高等学校数学の比較

#### 第3章 高等学校数学における課題学習のモデル化

3. 1 高等学校数学における課題学習のモデル化
3. 2 課題学習の展開

#### 第4章 課題の開発

4. 1 課題1 数学I 「背理法の導入」
4. 2 課題2 数学A 「1列のコイン」
4. 3 課題3 数学A 「モンティ・ホール問題」
4. 4 課題4 数学A 「ペニーアンティ」
4. 5 課題5 数学A 「カプレカー操作」
4. 6 課題6 「問題作り」

#### 第5章 高等学校数学における課題学習の実践事例と考察

5. 1 課題学習の準備
5. 2 課題学習の実践
5. 3 課題学習の評価

#### 終章 研究のまとめと今後の課題

## 研究の目的

本研究の目的は、主体的に考える授業を行うための授業展開のモデル・授業案開発である。その方法として課題学習の在り方を探求する。具体的には高等学校における数学教育の現状を踏まえ、課題学習の展開の方法をモデル化し、具体的な授業案を提案する。加えて課題学習の実施における問題点にも触れる。また、学習指導要領解説に記される課題学習の取扱い方の問題にも触れる。上記の問題の改善を踏まえ、主として以下を目標とする。

- ・現在の高等学校数学教育の問題点を整理し、数学教育に必要な要素を明らかにする。
- ・高等学校段階の「課題学習」において可能なこと・達成すべきことを明らかにする。
- ・本研究における課題学習の位置づけを行い、課題学習の展開方法をモデル化し、それに沿った教材・指導案を提案する。

## 1. 高等学校数学教育の問題点と課題学習の必要性

現在の高等学校数学の授業においては数学科の目標の多くが達成されていないことに言及した。例えば数学科の目標には数学的活動について触れられているが通常の教科書をただ進めるだけでは達成が難しい目標が多く含まれている。授業では自ら課題を見いだす機会や、結果の意義を振り返る場面、学習した内容を生活や具体的な事象の考察に用いる機会は非常に少ない。また、数学的な表現を用いての説明、議論の機会も同様である。すなわち高等学校では教科書を進めるだけでは数学的活動を重視する活動は不可能といえる。一方で文部科学省の調査によると、科学技術への注目度や、科学技術に対するリテラシーは、調査国中最低クラスである。これからの数学教育においては将来的に生徒や国民に対する数学に対する意識を変えるためには生徒に生涯に渡って数学や科学について学びたいという意識を持たせ、数学を価値あるものと感じさせられるような指導を行うことが必要である。しかし、教育現場では授業時間・研究時間の不足に加えて受験や部活動等の指導など、業務量の多さから上記の問題を解決できる指導ができていない。こうした高校数学における問題点を解決するための活動として、本稿では「課題学習」が有効であることの根拠を述べた。

## 2. 課題学習の変遷

中学校の課題学習についての研究からは次のような示唆を得た。課題学習の課題の選択はこれまでの教育現場における実践結果において十分可能であり、生徒の関心と問題意識に立脚すべきであるということ、これまでの高校の授業の内容を大幅に変えるのではなく、生徒の関心や問題意識を変えるようにいかに授業を工夫するかという点に注力すべきだということ、課題が自分なりのやり方で解決が可能であることや異なった知識を利用することで解決できるものにすべきである。課題学習における生徒の反応には認知面、情意面でプラスの反応を示すのが学力最上位群と下位群の生徒で、残りの上位群と中位群の生徒

はマイナスの反応を示しているが、高等学校では習得する内容が中学校よりも圧倒的に多く、中学校よりも受け身的な授業になりやすい状況である。したがって高等学校でそのような活動を小出しに行う必要がある。課題学習についての先行研究から課題として扱うに相応しい条件は、課題にとりつきやすいこと、たやすく問題の核心に突入しうるような題材であることである。これは生徒に最も考えてほしい部分、問題の本質に生徒が到達できない課題は、課題に相応しくなく、教員が生徒に何を考えさせたいのかという具体的な目標を明確にしておくことが必要である。中学校・高等学校の教科書を比較からは、「日常生活の実際場面」が少ないこと、生徒の活動が「共同作業型」となっているものが極めて少ないことがわかった。

学習指導要領の改訂によって高等学校では学習する内容が大幅に増えたことを踏まえると、課題学習は目標や通常の学習とのバランスを考慮した上で、計画的な準備の上で実践されるべきである。高等学校特有の問題点として、高校では学校ごとに大きな学力差が存在するため、ある高校での実践成果を即座に別の高校の実践に活かすにくいという問題が存在し、実践の蓄積や研究の比較検討を行う段階に入るには時間がかかること、また、高等学校では授業内で取り扱う内容は中学校より抽象的かつ高度であり、授業の内容が分からなかったり、他の生徒の言っている意見の意味を理解できず、授業についていけなくなる生徒も出てくる問題点を指摘した。高等学校の学習指導要領解説に課題学習の例として黄金比の話題や2次関数に関連させた模擬店を開設した際の利益の最大値を決定する活動などがあげられているが、生徒の意欲・関心を高めるにはもう少し工夫が必要である。生徒が数学を学ぶ際にどのようなことに興味や関心を抱くのかという違いにも着目すると日常生活やゲーム的な内容は多くの生徒の興味や関心をひくであろうが、一方で高校段階に入った生徒の中には抽象的な物事や、仮定の条件下で物事を考察することに興味を持つ生徒も多くいる。特に高校段階ならば抽象的なものごとを考えることに興味や関心を持つ生徒も多くなっていくはずである。つまり、本節の結論は高等学校の生徒の数学の学習によって日常生活の具体的な場面が必ずしも必要ではないとした。

### 3. 高等学校数学における課題学習のモデル化

高等学校での課題学習では、どのような課題を課題学習の中で扱うか、その手掛かりとして、数学を現実への応用させる「応用指向」と数学内の概念形成や数学の発展を重視する「構造指向」の比較を行い、高等学校で取りあつかう課題学習の条件を提案した。先行研究からは課題の解答が多様性を含み、全員またはグループ全員が課題を共有していること、課題が分かりやすいことが重要である。課題の最終的な到達点が生徒それぞれ個別に存在し、かつ自主的に探究が深められるような課題が望ましい。可能であるならば意外性のある発見を含む活動が望ましく、自然に感じることや直観を裏切られる体験をさせることができれば、生徒は数学的に考えることの重要性を感じるはずでこれらが課題学習の条件といえる。ここまでの考察を基に本研究の課題学習は次のような位置づけの活動とする。

- ・意外性を持たせたり，数学の必要性を感じる体験をさせるなど，数学の内容そのものの面白さから数学的思考に没頭させることによって数学に関心を持たせる活動とする。
- ・教員が主導するだけの課題ではなく，生徒同士の論理的な意見交換による数学的仮説が学習者の興味・関心から新たに生まれる活動とする。
- ・生徒が主体的に取り組む授業展開を行うための活動とする。
- ・数学の内容や数学的な考察することに興味・関心を持たせた上で，自発的に探究を行える生徒を育てる活動とする。
- ・授業内で身につけた新たな知識概念の定着と，問題解決への活用を重視した活動とする。

さらに，高校数学を身につける段階を次のように①～③と分ける。このとき課題学習の位置づけは生徒を①の段階～③の段階それぞれで行われる可能性のある活動である。なぜならば課題学習は上記の活動が行われる場と位置づけられるからである。

① 基礎的な知識・概念を獲得する段階

教科書などで公理・定義を知り，基礎知識を身につける段階。この段階で教員側が生徒に対して意欲的に取り組める展開を与えられることも考えられる。

② 問題が解ける段階

教科書や問題集のパターン化された問題が解ける段階。①同様に，この段階でも生徒が主体的に取り組める活動を展開できるならば，課題学習となりうる。

③ 身につけた知識を活用できる段階

既習の知識を問題解決のために意欲的に活用する段階。物事を既習の知識と結びつけ，数学的に処理しようとしたり，自ら新たな課題を作ろうとする段階。

以上のように，課題学習は数学の授業においてあらゆる場面で行われる可能性のある活動に位置づける。

課題学習の位置づけ		
<p>①知識・概念を獲得する段階</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・教科書等で基礎知識を身につける</li> </ul>	<p>②問題が解ける段階</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・問題集などのパターン化された問題が解ける</li> </ul>	<p>③身につけた知識を活用できる段階</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・既習の知識を問題解決のために意欲的に活用できる段階</li> <li>・自ら課題を作りだす段階</li> </ul>

#### 4. 課題の開発

ここまでの章で述べた課題学習に相応しい教材の条件と課題学習の位置づけに則った課題学習の授業案を提案した。数学 I 「背理法の導入」、数学 A 「1列のコイン」「モンテ・ホール問題」「ペニーアンティ」「カプレカー操作」「問題作り」の6点である。

##### 数学 A 「カプレカー操作」

カプレカー操作は D. R. カプレカーによって発見された操作である。この操作は 4 桁の数字（ただし 1111, 2222 などの 4 桁とも同じ数字は除く）を定め、この数字を構成する 4 桁をバラバラにして大きい順に並べた数から小さい順に並べた数を引き算するものである。これを繰り返すと最大 7 回で 6174 になることが知られており、これをカプレカー定数と呼ぶ。

	学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
導入	○カプレカ操作について説明する。	○任意の 4 桁の数（ただし、4 つの位の数が全て同じ数を除く）について、4 つの位の数を大きい順に並べ替えた数から小さい順に並べ替えた数を引く。この数にも同様の操作をする。	○どのようなことが起こるか予想させてみる。 ○予想を何人かに発表させてみる。
展開	○カプレカ操作はなぜ一通りの結果になるのか考察する。	○4 桁の数は何個あるか。 ○4 つの数の組み合わせは何通りあるかを考えさせる。 ○1 回カプレカ操作をした数の特徴を考えさせる。 ○1 回カプレカ操作をした数の組み合わせを考えさせる。	○一通りになるかを予想させる。 ○活動が止まる場合、生徒に指示を小出しに出していく。
まとめ	カプレカ操作について	○方程式を用いた解決によって、カプレカ定数が定まることを示す。	○興味関心を持った生徒に対して課題とする。 ○3 桁・5 桁の場合に触れる。

#### 5. 高等学校数学における課題学習の実践事例と考察

課題学習を実践する際に教員がどのような姿勢で臨むべきか、生徒の心理面への配慮をどのようにすべきかを先行研究を参考に整理した。先行研究によると課題学習を行った際には学力最上位群と下位群の生徒が認知面、情意面でプラスの反応を示し、残りの上位群と中位群の生徒はマイナスの反応を示す傾向がある。こうしたマイナス反応を示す生徒への配慮について触れている。実践を行った 3 つの事例について生徒に対して行った質問紙やレポート課題の取り組みから課題学習の効果を分析した。評価方法はルーブリックを参

考に、本研究で行った評価方法について述べている。

### 研究のまとめ

- ・課題学習は高等学校の数学教育の多岐にわたる問題点の多くを解決するための有効な活動となることが分かった。
- ・現在の高等学校数学の課題学習には日常社会の実際の場面を取り扱う課題・共同作業型の課題が十分提案されておらず、こうした課題を作り上げる必要がある。
- ・課題学習は授業を展開する中でどのような場面にも効果的に実践される活動である。

### 今後の課題

- ・課題学習に相応しい教材案と、教材を生かす授業の展開案、実践例をどう蓄積するか。
- ・入試問題などの演習を課題学習として発展的に扱う授業形態なども提案できるはずであるが、現時点ではそうした実践はあまり紹介されていない。
- ・課題学習は数学Ⅰ・A以外でも取り扱うべきではないか。数学Ⅱ・B・Ⅲを履修した理系の生徒に、数学Ⅰ・A以外の教材での課題学習をさせる機会を設けるべきではないか。

### 主な引用・参考文献

- 阿部好貴(2008). 数学的リテラシーの育成に関する基礎的研究－「数学の方法」としての数学化と数学的モデル化の関係への考察－. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究第14巻, 59-65.
- 井上正允(1991). 「課題学習についての一考察」. 日本数学教育学会誌, 第72巻, 第3号, 2-9  
数学教育学会, 第2巻, 995-1000.
- 井上正允(1992). 「課題学習の日常化 - 総合学習と課題学習の接点を探る -」. 『数学教室』, N0483, 11-15 数学教育協議会. 国土社
- 岩崎秀樹ら(2010). 「新しい学びを拓く数学科授業の理論と実践」(編著). (pp213-214).  
ミネルヴァ書房
- 久保良宏他(1994). 「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」. 第76巻, 第7号. 36-40
- 曾根崎高志(1992). 「中学校数学科における課題学習の研究 - オープンエンドアプローチとグループ学習による個に応じた授業展開 -」. 日本数学教育学会誌, 第74巻, 第5号, 12-19.
- 長崎栄三ら(2004). 『授業研究に学ぶ高校新数学科の在り方』編著. 明治図書
- 濱中裕明・加藤久恵(2012). 「高校における構造指向の数学的活動について」. 全国数学教育学会第36回研究発表会発表資料, 1-10
- 三山善久(1990). 「課題学習に関する一考察 - 提示された課題に対する生徒の問題意識 -」. 日本数学教育学会誌, 第72巻, 第3号, 2-7.