

算数教育における説明力育成のための 指導に関する研究

<修士論文要旨>

愛知教育大学大学院 教育学研究科
数学教育専攻 数学科教育学領域

安 食 薫

論文構成

序章 本研究の目的と方法	3.2.1 『スタンダード 2000』のカリキュラム
第 1 章 算数・数学における説明力育成の 指導に関する現状と課題	3.2.2 『スタンダード 2000』の 「表現スタンダード」
1.1 全国学力・学習状況調査からみる 現状と課題	3.2.3 『スタンダード 2000』との比較 による我が国の課題
1.2 算数・数学における説明力育成に 関する先行研究からみる現状と課題	3.3 「表現」についての段階設定
第 2 章 「筋道」についての段階設定	第 4 章 算数・数学における説明力育成 のための指導の枠組みの構成
2.1 「トゥールミン・モデル」を基にした 説明のモデル	4.1 「説明」のパターン
2.2 「筋道」についての段階設定	4.2 先行研究をもとにした 説明力指導の方向性
2.2.1 「説明」における「筋道」	4.2.1 「表現」の指導
2.2.2 「筋道」についての段階設定	4.2.2 「筋道」の指導
第 3 章 「表現」についての段階設定	4.3 説明力指導の枠組み
3.1 我が国における表現力育成の指導に 関する現状	第 5 章 算数・数学における説明力育成 のための指導事例の構成
3.2 『スタンダード 2000』との比較による 我が国の課題	5.1 指導事例の構成にあたって
	5.2 指導事例の構成
	終章 まとめと今後の課題

序章 本研究の目的と方法

昨今、算数・数学教育では、表現力の育成が重要な焦点となっている。例えば、平成 20 年に改訂された小学校学習指導要領(文部科学省,2008)の算数科総括目標には、改訂前と比べて「表現する能力」(p.43)の文言が加えられることとなった。また、表現力の育成に関しては、学習指導要領解説において、算数的活動が指導の内容欄に具体的に示されることとなり、それに伴って表現活動に関わる項目もいくつか例示されることにもなった。但し、

それらの中でも、「説明する活動」は、第 2 学年から第 6 学年すべての学年において明記されており、表現活動の中でも、説明に関しては特に力が注がれていることが分かる。

しかし、平成 24 年度の全国学力・学習状況調査の算数の結果では、「方法や理由を言葉を用いて記述する際、場面の状況や問題の条件に基づいて、必要な事柄を過不足なく記述することに課題がある」(p.12)とあり、児童の説明力には一般的に課題があることが指摘されている。ところが、現在の

算数科の授業では、問題解決的な授業が主流になっており、そのなかで、児童の考え方や問題解決の方法、答えにいきついたわけを説明するよう求める機会が多くある。そうした授業を成功的に実現するためには、そのような説明をする力が前提となるはずだ。

そこで、本研究では、問題解決的な授業における児童の考え方や方法の説明、特にかく説明に焦点を当て、我が国における説明力育成の指導に関する課題を明らかにしつつ、説明力育成のための指導の枠組みを構成することを目的とする。

第1章 算数・数学における説明力育成の指導に関する現状と課題

1.1 全国学力・学習状況調査からみる現状と課題

本節では、過去に実施された全国学力・学習状況調査の結果を分析し、我が国の算数・数学における説明力育成の指導に対する現状と課題を得た。

「説明する」という活動に課題があることが明らかになり、この種の指導は、低学年段階から意識して、説明力を育成するような長期的な指導が必要である。

1.2 説明力育成に関する先行研究からみる

現状と課題

我が国における説明力育成に関する指導には、以下のような2つの課題があることが分かった。

- A 口頭で説明する機会は多く設定されているが、説明をかく機会が少ない
- B 説明の算数科固有の構成要素が明示的でなく、指導に際して児童にとっても何に着目して何を説明してよいか明確でない

まず、Bに関する課題に対し、黒崎(2011)の分析に着目し、児童の説明力向上を考えるため、説明の構成要素それぞれの教育目標上の発達段階を考察し、よりよい説明の段階的な姿を明らかにしていく。説明の要素に関わる発達段階の順序的な移行を説明力の向上ととらえ、その段階を基により

よい説明(を育成する力の)指導を考える。

第2章 「筋道」についての段階設定

2.1 「トゥールミン・モデル」を基にした「説明」のモデル

本研究では、スティーヴン・トゥールミン(2003)の議論のモデル(以下、「トゥールミン・モデル」と略記する)をもとにした説明のモデルを利用する(図2.1)。このモデルならば、三段階の話型(「まず・次に・だから」等)のような限定的な説明の型や、帰納・演繹・類推といった推論パターンに限定されることなく、より広い立場から、筋道立てた説明を分析することが可能になる。

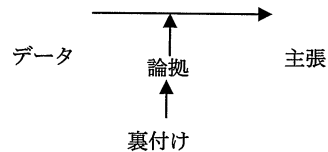


図2.1 トゥールミン・モデル(2003)を基にした説明のモデル

2.2 「筋道」についての段階設定

2.2.1 「説明」における「筋道」

前項で設定した説明のモデルのなかで、「論拠」と「裏付け」は、2つを合わせて説明の「根拠」といってよいだろう。

本研究では、「筋道」の構成要素は「データ・根拠・主張」とし、説明の構成要素は、「筋道」と「表現」の2つと捉えることにする。

2.2.2 「筋道」の段階設定

児童の説明で求められることの1つ目として、まずは「データ・根拠・主張」3要素のうち足りないものがあれば、それを補っていくことであろう。また、児童の説明で求められることの2つ目は、児童独自の根拠から、裏付けのある数学的に妥当性のある根拠へと発達させることであろう。

「筋道」には表2.1のような段階が設定され、それぞれの段階を低いものから順にS1, S2, S3, S4とした。

表2.1「筋道」の段階

段階	データ・主張	根拠	根拠の妥当性
S1	×	—	—
S2	○	×	—
S3	○	○	×
S4	○	○	○

第3章 「表現」についての段階設定

子どもの「表現」の発達に関して、Smith(2003)は特異的表現から一般的表現への発達の必要性を述べている。しかし、特定の数学的概念に限定してその表現の発達段階を特定するならば、内容に依存しない形で表現の教育目標上の発達段階を一般的に特定することは困難であり、それゆえその段階作成も困難である。そこで、カリキュラムの一部として「表現」の項目がある、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)の『学校数学の原則と基準(Principles and Standards for School Mathematics)』(本稿では『スタンダード2000』と呼ぶことにする)を考察し、それを参考にして表現の教育目標上の発達段階に関して考えていくことにする。

3.1 我が国における表現力育成の指導に関する現状

我が国における、「表現」の目標や指導に関する基準、発達段階については、学習指導要領に明確には書かれておらず、算数的活動のなかに暗黙的に組み込まれていると言ってよいだろう。そこで、暗黙的に実施されている我が国の「表現」についてのカリキュラムの全体像を明らかにすることを、教科書や『学習指導要領解説』を参考に試みた。

3.2 『スタンダード2000』との比較による

我が国の課題

3.2.1 『スタンダード2000』のカリキュラム

『スタンダード2000』では、1つ1つの領域について、4つの学年段階に分けてスタンダードが示されている。数学的内容領域に関わるコンテンツ・スタンダードと、内容領域を横断するプロセス・スタンダードに分かれている(図3.1)。

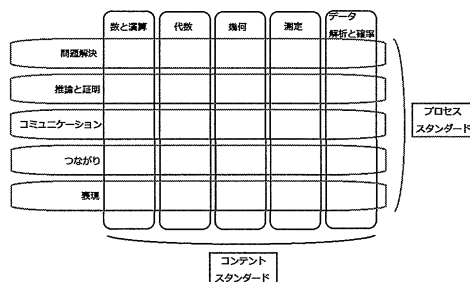


図3.1 『スタンダード2000』のカリキュラム

3.2.2 『スタンダード2000』の「表現スタンダード」

4つの学年全体を通して設定される「表現スタンダード」は、以下のようにまとめられている。これらを基に、学年段階ごとに詳細が示されることになる。

指導プログラムは、幼稚園前(Pre-K)から第12学年までを通して、すべての生徒が次のことをできるようにするべきである。

- ・数学的アイデアを整理し、記録し、コミュニケーションするために、表現を創作し、使う
- ・問題を解決するために、複数の数学的表現の中から選択し、応用し、翻訳する
- ・自然、社会、数学の現象をモデル化し、解釈するために表現を使う

(NCTM,2000,p.67)

3.2.3 『スタンダード2000』との比較による

我が国の課題

我が国の暗黙的な表現カリキュラムと「表現スタンダード」の具体を比較し、我が国の表現力育成の指導に関する4つの課題を明らかにした。

- 【1】『学習指導要領解説』に表現カリキュラムの記載はなく、表現力育成の目標が明確でない
- 【2】子どもに自由な表現をさせる活動が重視されていない
- 【3】表現を比較・分析・開発するなどして、洗練する機会があまりない
- 【4】表現をよみ、解釈する機会は、その対象となる表現が限定されている

我が国の表現力指導が抱える課題を挙げたことで、『スタンダード 2000』から取り入れるべき点が明らかになったと言える。

3.3 「表現」についての段階設定

まず、最も低い段階として R1 には、『スタンダード 2000』で強調しているような、自らの思考を表す児童独自の表現を設定する。この R1 から、花形(1990)の研究を参考に、R2 は数学的構造との対応がみられる表現とする。

さらに、表現の構造の先行研究として、オランダのフロイデンタール学派によって提唱された「冰山モデル」(Webb, Boswinkel, Dekker, 2008, p.111)を参考に、式・文字などの文法をもつ表現のみを最も高い段階として R3 と設定し、それらを「形式的表現」と呼ぶことにする。すると、この R3 の下段階である、R2 にあたる表現は多様であり、数学的構造をよく反映したものや、一般的・慣習的表現に限りなく近いものもあることになる。そうした表現の多様性を考慮し、形式的表現ではないものの数学的構造を反映した表現は、「冰山モデル」のプレフォーマルな表現のように形式的表現を支え、それらに準ずる表現であるという意味で「準形式的表現」と呼ぶことにする。

以上の議論を踏まえると、「表現」の段階は、下の表 3.4 のように設定されるだろう。

表 3.4 「表現」の段階

段階	表現の種類	数学的構造への対応
R1	児童独自の表現	×
R2	形式的表現	○
R3	形式的表現	

第4章 算数・数学における説明力育成のための指導の枠組みの構成

4.1 「説明」のパターン

第3章までに設定した2つの要素である「筋道」と「表現」を単純に組み合わせると、暫定的に図

4.1 のように「説明」のパターンが設定できる。「筋道」の4段階と、「表現」の3段階を組み合わせたものであるため、記述的にはかなり包括的な説明のパターンを網羅していることになる。

(表現)

R3				
R2				
R1				
	S1	S2	S3	S4

(筋道)

図 4.1 「説明」のパターン

4.2 先行研究から示唆される説明力の指導方針

児童によってかかれたものを中心に授業をすすめる、未完成な説明や素朴な説明でも、それをよりよいものにしていくことが望ましい。

4.2.1 「表現」の指導

表現力があるとは、多様な表現様式を解釈・使用できること、また、表現間の翻訳が流暢にできること、であると捉えられる。

また、表現のレベルを上げるには、一貫して、表現の翻訳(同じ表現様式内も含む)を用いた指導が必要になる。中原(1995)の表現体系を活用しつつ、先行研究や実践研究から、表現の翻訳の指導の方向性をまとめておく。

(1) 数学的表現と非数学的表現の翻訳

表現の段階のなかでも、R1 から R2 にレベルを上げるためには、数学的構造への対応がない表現と、ある表現を翻訳させる指導が必要である。

(2) 異なる状況を同じ表現に翻訳

数学的構造を認識し、表現の汎用性の理解につながるため、この翻訳は重要な活動である。『スタンダード 2000』においても「違った状況を表現する仕方の類似性が見られることは、抽象に向けての大切な一歩である」(NCTM, 2000, p.138)とある。

この(2)のような活動は、表現の段階を問わず、常に意識することが望ましい。

(3) 同じ場面を異なる表現に翻訳する

この活動は、それぞれの表現の利点や欠点の理解が促進され、表現間の流暢な翻訳と、問題に対する多様な理解につながる。この(3)のような活動も前小節(2)の活動と同様に、表現の段階を問わず、常に意識することが望ましい。

(4) 記号的表現の解釈

表現段階を R2 から R3 へと洗練させるためには、式と他の 4 様式の表現との相互の翻訳が重要である。そのなかでも特に重要視すべきである翻訳として、記号的表現を他の 4 様式の表現に翻訳し、解釈すること(中原(1995)における「記号解釈」(p.267))があげられる。先に(1)~(3)で述べた活動は、(4)の逆の活動と言ってよいだろう。

4.2.2 「筋道」の指導

(1) 手本をなぞる

そもそも、文章という形で説明を書くことが困難であるような児童、文章を書こうとしても何を書くとよいのか見当がつかない児童に対する指導はどのように考えたらよいだろうか。全国学力・学習状況調査(H22年度と25年度の算数B⁵)より、モデルとなるような説明をなぞるような形で説明を記述させる活動は、ある種の「模範的な説明」や「正答とみなされる説明」とはどのようなものかについての理解を導きうるという可能性を児童に提示しているとすれば、手本など参照するものが何もない状況で説明を記述させる活動と比べた場合、本研究の求める説明に近い児童の説明を導くのに一定の効果はあると推測される。

(2) 話型の活用

話型を活用した実践では、「まず・次に」といったキーワードを用いて説明の型を指導し、その型に沿った説明を繰り返させることによって児童の説明力をあげることを意図している。

こうした話型の指導は、説明する際に、なにを伝えることが重要であるかある程度理解できてい

る児童に対して、説明を文章化する際の「きっかけ」を提示するという意味では有効かもしれない。しかし、説明における重要な要素が分かっている児童に対しては、形式が先行してしまい、説明そのものの理解やよりよい説明を判断・評価することにはつながりにくいはずである。

(3) モデルの提案

本研究の第2章で取り上げたトゥールミン・モデルをもとにした説明のモデルを用いて指導することを提案する。このモデルでは、説明に必要な要素が明示的に示されているため、先に述べた指導の抱える課題は克服できるものと考えられる。単純に線形的な型で指導するよりも柔軟な形をしているため、「筋道」の要素についてイメージをもちやすく、理解の助けになると考えられる。一方で、話型を用いた指導がもつ、説明を文章化する際の「きっかけ」を提示するという利点は、指導に活用できると考え、モデルに取り入れた。

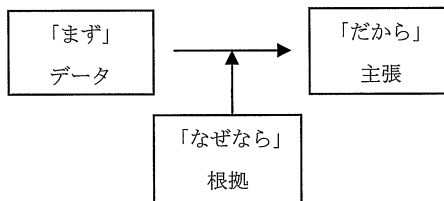


図 4.11 「筋道」指導のモデル

(4) 他者の意見の活用

筋道の S4 のなかでも根拠をより一般的なものへと洗練させる指導方針は、他者の意見やアイデアを取り入れることが最も有力だと考えられる。

4.3 説明力指導の枠組み

「筋道」と「表現」の2要素の関わりを考慮し、組み合わせた説明力指導の枠組みを提案する。

数学的に妥当性のない根拠を述べている児童に対して、筋道段階を上げるために形式の指導をしたところでその根拠の妥当性が示されるとは考えにくく、根拠と根拠の妥当性の提示には、R2 にあたる表現での指導がよいといえる。そこで、「説明」

の指導の方向性は以下のようにまとめられる。

- ・表現段階は、いきなり R3 へ上げるのではなく、まず R2 を目指す。
- ・R3 であるが、筋道が不十分な説明ならば、R2 へ落として指導する。
- ・図 4.14 で矢印の示す流れにのるような、(S4, R2)の段階を経由する指導をする必要がある。

(表現)

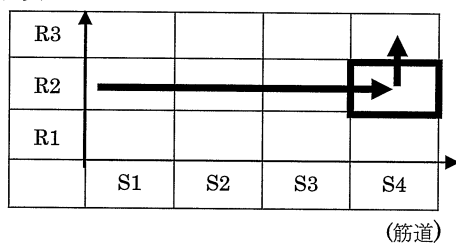


図 4.14 「説明」の指導

第 5 章 算数・数学における説明力育成のための指導事例の構成

5.1 指導事例の構成にあたって

本章では、第 4 章で提案した指導の方向性をふまえて、特設単元という形で指導事例を作成した。

しかし、説明力育成には低学年段階から長期的で継続的な指導が必要であり、自由に表現をするといった態度面の指導も、授業のなかで常に心がける必要があると考えられる。したがって、今回提案する授業は導入とし、この授業を行った以後も、説明力育成のための指導を長期的に行っていくことを提案する。

5.2 指導事例の構成

5 時間完了の特設的な授業を提案した。

終章 まとめと今後の課題

本研究では、問題解決的な授業のなかで、児童が考えたことや答えにいきついたわけを説明する場面を想定し、特に記述的な説明に焦点を当てて研究を進めてきた。「筋道」と「表現」の教育目標上の発達段階を考察し、これら段階の順序的な向上を説明力の向上をとらえ、2 要素を組み合わせた「説明」のパターンをまとめ、説明力育成に関する

指導を提案した。

今後は、第 4 章で提示した説明のパターンに発達段階を設定し、その段階を向上させるような「説明」の指導を提案することが挙げられる。また、今後実践を行い、児童の実際のデータを多く収集し、段階や指導をより精巧にする必要がある。

主要引用・参考文献

黒崎東洋郎(2011).「『数学的な考え方』を育成する授業改善」.『岡山大学大学院教育学研究科研究集録』,147(12),103-111.

スティーヴン・トゥールミン(2011).『議論の技法 トゥールミンモデルの原点』.戸田山和久・福澤一吉(訳).東京図書.(Stephen Edelston Toulmin. (2003). *The Uses of Argument*. Cambridge, Cambridge University Press.)

中原忠男(1995).『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』.聖文社.

Smith, S, P. (2003).Representation in school mathematics: Children's representations of problems.In J.kilpatrick,W.G.Martin,&D.Schifter(eds.), *A Research companion to principles and standards for school mathematics*(pp.263-274), National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Webb,D.C. ,Boswinkel,N.,&Dekker,T.(2008).Beneath the tip of the iceberg : Using representations to support student understanding , *Mathematics teaching in the middle school*,14(2),110-113.