

算数教育における小数と分数の理解に関する考察

<修士論文要旨>

愛知教育大学 教育学研究科 数学教育専攻
上原 有 貴

論文構成

序章	はじめに	第3章	小数と分数の関係の調査研究からの示唆
第1章	算数教育における小数と分数の 指導の現状と課題	第1節	小数と分数の関係の調査の先行研究
第1節	小数と分数の学習指導要領の変遷	第2節	調査問題
第2節	小数と分数の理解の課題	第3節	調査結果と分析と考察
第2章	小数と分数の指導について	第4章	小数と分数の関係の理解のための指導
第1節	小数と分数の理解について	第1節	調査結果に基づく児童の小数と分数の 関係の理解の特徴
第2節	小数と分数の理解の指導に関する 先行研究	第2節	学習指導案
		終章	まとめと今後の課題

参考・引用文献

1. 本研究の目的

本研究の目的は、分数の多様な意味の中で理解に困難である量分数の理解を手助けする指導について考察することである。そのために、量的な意味を強く持つ小数と、分割的な意味を強く持つ分数を関連させ、量分数の理解の指導に示唆を得る。

本稿では小数と分数との関連について、4, 5, 6年の児童がどのように理解しているのか調査を行う。その結果から、児童は0.5と1/2のような小数と分数を同じ大きさの数であると判断できるのか、またその判断の根拠は何であるのかを明らかにし、児童の小数と分数との関連についての認識の仕

方について考察する。そしてその考察結果を基に、小数と分数を関連させることができる学習指導案を提案したい。

2. 小数と分数の学習指導要領の変遷

平成元年では小数と分数を第3学年から導入し、平成10年では小数と分数を第4学年から導入した。

そして平成20年では、小数は平成元年と同様の指導体系に戻ったが、分数が第2学年から導入されたことが大きな変化である。平成10年までは量分数と分割分数を同じ学年で指導していたが、平成20年では第2学年から分数を導入したことによって、第

2 学年で分割分数、第 3 学年で量分数を指導することになったので、分割分数と量分数との違いを明確化できるようになった。平成 10 年までと比べると、分数に関しては導入学年が早まったために、指導内容の細分化ができるようになった。また、平成 20 年では学年間のスパイラル指導を重視しているため、学習内容を学年間で重複させるようにしており、分数理解への習熟を図れることが期待される。

3. 小数と分数の理解の課題

近年の小数と分数に関するさまざまな学力調査の結果から、児童の小数と分数の理解の様相を分析する。

国立教育政策研究所による全国学力・学習状況調査の中で、小数・分数の計算問題はどの年度にも共通して実施されており、その正答率は、例えば平成 19 年度では 1(6)「 $3/7+4/7$ 」が 98.4%、平成 22 年度では 1(2)「 27×3.4 」が 84.4%であり、小数や分数の計算自体の正答率は非常によく、小数や分数の計算自体は相当数の児童ができています。

国際教育到達度評価学会 (IEA) による TIMSS2003 では、小学校第 4 学年に対する小数と分数の変換問題があった。

算数問題例 1 ー小学校 4 年ー

国/地域	正答率
シンガポール	95.6%
香港	78.1%
台湾	74.1%
マカオ	73.2%
クウェート	65.2%
オーストラリア	62.1%
日本	60.4%
イタリア	58.2%
モルドバ	52.5%
フィリピン	49.2%
ロシア	48.9%
インドネシア	46.5%
国際平均値	43.0%

図 1 : TIMSS2003 の問題 1

日本の正答率は国際平均値より上回っていることがわかるが、正答率 60%はあまり高いとは言えないだろう。よって、小数と分数を相互に変換できないことが読み取れる。

平成 22 年度全国学力・学習状況調査の中で、小数・分数に関する問題は以下の通りである。

(2) 2L のジュースを 3 等分すると、1 つ分の量は何 L ですか。答えを分数で書きましょう。

図 2 : 平成 22 年度問題

正答率は 40.6%であり、誤答から分割分数を使っており、量分数や商分数についての理解は不十分であることが読み取れる。

以上の調査問題から、小数・分数の四則計算については相当数の児童ができていますが、これらの計算が一体どんな意味を表しているのか、そしてその計算の数の意味が何であるのかの理解が不十分であることが読み取れる。また分数に関しては、分割分数や量分数などの分数の意味について理解しているかどうかをみる問題から、分割分数を使ってしまっている傾向があり、量分数や商分数についての理解の不十分さが伺うことができる。そして、小数・分数に関する問題では、小数 0.7 と分数 $7/10$ を同じ数とみることができない児童が多数いることがわかり、小数と分数を相互に変換できないことに課題があると言える。

4. 分数の意味理解が困難な要因

石田 (1985) は、分数・小数の意味理解や四則計算は、整数のそれに比べて難しく子どもたちがよくつまづいたり、抵抗を示したりするところであると述べている。と

りわけ、分数の意味理解、四則計算は大変難しく、算数の学習事項の中で最大の難所となっている。そこで、分数の意味理解のむずかしさを整理してみることにする。

(1) 分数の意味の多様性

分数の意味理解が子どもにとって難しく、間違いを犯しやすい原因としてまず挙げられるのは、分数が分割分数、操作分数、量分数、……などと呼ばれるごとく、多様な意味をもっているという点である。

- ①分割分数：ある対象を3等分割したうちの1つ分
- ②操作分数：演算子（operator）としての分数
- ③量分数： $\frac{1}{3}l$, $\frac{1}{3}m$ など、量の分数表現
- ④割合分数：1mの3mに対する割合
- ⑤商分数：1を3で割ったときの商
- ⑥数としての分数：有理数を表す分数

(2) 分数の意味の複雑性

分数の意味理解が難しい次の原因として、意味の多様性に加えて(1)で示した①～⑥の各々の意味がそれぞれに複雑で、誤解を生じやすい点や解りにくい点を含んでいるということが挙げられよう。

(3) 分数の表記の複雑性

分数の表記が複雑である第1点は、分母・分子という2つの数の対で分数を表す点である。2つの数を用いることからいろいろな混乱が生じやすい。

分数の表記が複雑である第2の点として、等しい分数が無数に、例えば $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \dots$ とあることが挙げられよう。このように1つの分数の表し方がいろいろとあることは混乱を起ししやすい。

(4) 分数の大小比較、四則の難しさ

分数の意味理解が難しいいま1つの要因

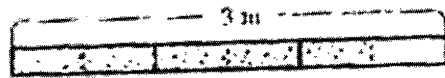
として、分数の大小比較や四則の意味づけ、計算の難しさ等が挙げられる。

5. 分数理解の調査の先行研究

長谷川（2003）は、分数の学習を終えた4年生を対象として量分数に関する調査を実施した。

調査問題例を挙げる。

長さが3mのテープがあります。黒くぬってあるところの長さは、何mでしょうか。分数で答えましょう。



よって長谷川（2003）から、量分数課題の正答率上昇の主要な要因は、単位量を越える対象を扱う帯分数や仮分数を学習することによるものであると思われる。つまり、典型的誤答は与えられた対象全体を1とみることによって生じるが、帯分数や仮分数を学ぶことによって、示された全体量が必ずしも単位量ではないこと、そのため改めて単位量に着目する必要があることも学習することになるということが分かった。

6. 小数と分数の関係の調査の先行研究

玉手（2013）は、分数と小数を関連させることを通して、分数と小数の理解を深める指導法を明らかにすることを目的とした。そのために、児童の分数と小数の相互関係に関する認識の仕方について、考察した。

調査内容は、 $\frac{1}{2}$ と0.5、 $\frac{1}{4}$ と0.25が同じ大きさの数を表しているか問い、理由を記述させた。

質問紙調査の結果は次の通りである。

	1/2 と 0.5 は 同じ	1/2 と 0.5 は ちがう
1/4 と 0.25 は 同じ	14 人 …A 群	0 人
1/4 と 0.25 は ちがう	5 人 …C 群	19 人 …B 群

児童の解答の分析結果は、以下の通りである。

A 群の児童は、1 となる基準をそろえた数直線、テープ図等を用いた。

B 群の児童は、

- ①基準となる量が分数と小数で異なっている
- ②分割した数、単位量の数だけを比較している
- ③分母が 10 の分数だけ小数になると考えている

C 群の児童は、0.25 の数直線図やテープ図の目盛りが書けず判断できない。

質問紙調査の結果から、商分数を学ぶ以前の児童は、 $1/10$ と 0.1 が等しいことを形式的に覚え、図示する際に分数と小数の基準を揃えないという課題が得られた。

7. 小数と分数の関係の理解に対する実態調査

本研究における調査の概要を以下に述べる。

(1) 調査内容

4 年生対象

- ① $7/10$ と同じ大きさの数を表しているものを選択肢から選ばせる。
- ② $1/2$ と 0.5 、 $1/4$ と 0.25 が同じ大きさの数を表しているか問う。

5, 6 年生対象

- ① $7/10$ と同じ大きさの数を表している

ものを選択肢から選ばせる。

- ② $1/2$ と 0.5 、 $1/3$ と $0.333\cdots$ が同じ大きさの数を表しているか問う。

なお、全ての問題の解答に対して、理由を記述させた。そして、商分数を 5 年生で学習するため、4 年生と 5, 6 年生で問題を分けた。

(2) 出題意図

本調査は、量分数の理解を手助けする指導について考察するために行うものである。しかし、調査問題では「 0.5m 」や「 0.3kg 」のように単位をつけた数は取り上げなかった。その理由としては、まず「単位がついている＝量分数」という考えだけではないからである。量分数に必要な考えは、対象を 1 (単位量) 当たりと見ることができることである。一方、分割分数は分割する元の対象の大きさは関係がない。つまり、りんごの半分も「りんごの $1/2$ 」であり、ケーキの半分も「ケーキの $1/2$ 」で、分割分数で考えると両者とも「 $1/2$ 」で表すことができる。しかし、量分数は 1 当たりで考えるので量分数の「 $1/2$ 」は一つしかない。そして、量分数の「 $1/2$ 」を「 $1/20$ 」などのように単位がついていなくても、1 当たりの $1/2$ と見ることができることが大切であると考えた。そこで、本調査では単位がついていない小数と分数を取り上げることにした。

また、調査問題の出題順番の意図としては、難易度順になるようにした。問 1 では、小数と分数の関係の定義を問うており、基礎的な問題とした。そして、問 2 は分数と有限小数の関係の問題、問 3 は分数と無限小数の関係の問題とした。

(3) 調査結果

第 5 学年の児童の結果について取り上げ

る。

問1の解答理由を挙げる。

・「 $7/10=7\div 10=0.7$ 」という商分数の考え方

・「 $1/10$ も 0.1 も1を10等分した一つ分だから、 $7/10$ も 0.7 も1を10等分した7つ分」という小数と分数の定義に基づいた考え方

・「10個に分けた中の7個分」という考え方

問2と問3の結果は次の通りである。

	1/2と0.5は 同じ	1/2と0.5は ちがう
1/3と0.333…は 同じ	54人 …A群	1人 …B群
1/3と0.333…は ちがう	18人 …C群	5人 …D群

8. 調査結果に基づく児童の小数と分数の関係の理解の特徴

まず、全体的に見てみると、各問の正答率から小数と分数の関係についてはよく理解できている。しかし、解答と理由、解答のみで分けて見てみると、分数と小数を何となく同じ数であると認識している児童や両者を形式的にしか理解できていない児童もいることが伺える。また、玉手(2013)では、第4学年で「 $1/2$ と 0.5 は同じ、 $1/4$ と 0.25 はちがう」と解答した児童は5人であったが、今回の調査では15人もいた。さらに、「 $1/2$ と 0.5 は同じ、 $1/3$ と $0.333\dots$ はちがう」と解答した児童は、第5学年で18人、第6学年で22人いた。これより、分数と有限小数との比較より無限小数との比較の方が困難であることがわかる。

また、学年間の比較であるが、当初の予

想としては学年段階が上がるにつれて正答率も上がると予想していたが、学年間に大きな差は見られなかった。今回は1つの学校でのみの調査となったのでサンプル数が十分とは言えないが、むしろ第6学年より第5学年の方が全体的に正答率が良かった。これは、調査時期がちょうど第5学年が商分数を学習した直後であったためではないかと考える。そして、第4学年と第5、6学年との大きな違いは、商分数を学習していない、学習しているという部分である。

第4学年は、「 $1/10=0.1$ 」という小数と分数の定義や数直線図などを用いている。第5、6学年は、商分数の考え方をよく使っており、機械的に行ってしまっている。また、割り切れない商分数 $1/3$ や無限小数 $0.333\dots$ は、曖昧な数であると認識している。そして全学年共通事項として、分数の分母が10であると小数点を1つ動かすなど、機械的に小数と分数の変換をしてしまっていること、また「量分数の $1/2$ 」＝「ケーキ2個の中の1個」というように量分数の $1/2$ を分割分数として扱ってしまっていることが挙げられる。

よって、商分数を学習した児童は、小数と分数の変換には商分数の考え方をよく使っているが、小数と分数の定義「 $1/10=0.1$ 」や数直線図・テープ図などを用いることにより、商分数を機械的に用いるのではなく、商の結果としての分数が何を表しているのか、どれくらいの大きさの数であるのかを意識させる必要がある。

9. まとめと今後の課題

学年段階が上がるにつれて、小数と分数の関係の認識が形式的・機械的なものにな

ってしまっている。また、小数点以下の数が増える、分数が約分できない、商が割り切れない、など数が複雑になると式変形のみを頼ってしまう傾向がある。

よって、数直線図や具体物を用いて、常に数の大きさを意識させ、また量分数を考える際には1（単位量）が対象であることを意識させる。

また本論文では、小学生児童が小数と分数を同じ数と見ることができるかの調査を行った。結果、各問題に対する解答のみの正答率はかなり高かったが、理由までも含めるとその正答率は低くなってしまった。しかし、正答、不正答問わず、有意義な結果が得られたと思われる。特に児童の誤り方にはいくつかのパターンが見られたので、これは今後の小数・分数指導への示唆になるとも感じた。また、誤った児童の中に「 $7/10$ を10個に分けた中の7つ分」という考え方をしており、量分数で問うているのにも関わらず「分数=分割分数」というものが多くみられた。やはり児童の中で、分割分数と量分数の混乱は本調査でも見受けられたため、両者を明確に区別できるような指導が必要であると感じた。

・成城学園初等学校数学研究部（2008）.『成城学園の算数 だから「小数と分数」は一緒に教える』. 東洋館

・玉手英敬（2013）.「分数と小数の理解を深める指導法の研究—質問紙調査から見る児童の認識—」. 第95回全国算数・数学教育研究大会

主要参考文献

・ 国立教育政策研究所
<http://www.nier.go.jp/> 2014/01/31 検索

・石田忠男（1985）.「分数・小数の意味理解はなぜむずかしいか」.『教育科学：算数教育』, No.327, 21-27

・長谷川順一（2003）.「量分数の概念理解に関する調査研究—「分数」の学習を終えた4年生を対象として—」. 日本数学教育学会誌『算数教育』, 第85巻, 第10号, 2-10