

高校数学におけるipadの利用可能性に関する研究 －ベクトル指導を支援するソフト開発－

<修士論文要旨>

愛知教育大学 大学院 教育学研究科
数学教育専攻 数学科教育学領域

小澤直將

[論文構成]

序章 本研究の目的と方法

第1章 ベクトルの指導の現状と問題点

- 1.1 過去のベクトル指導の観点
- 1.2 現在のベクトル指導の位置づけと問題点
- 1.3 現在のベクトル指導で重視すべき観点

第2章 数学教育におけるコンピュータ利用

- 2.1 数学教育におけるコンピュータ利用方法の分類
- 2.2 数学教育におけるコンピュータ利用の利点
- 2.3 ベクトル指導におけるコンピュータ利用

第3章 ベクトルの学習を支援する教材ソフト開発

- 3.1 ベクトルの和の一意性を確認するソフト
- 3.2 一次独立な二つのベクトルの一次結合の性質を調べるソフト
- 3.3 ベクトル方程式 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ の探究を支援するソフト
- 3.4 ベクトル方程式の比較・探究を支援するソフト

第4章 開発した教材ソフトの実践検証とその考察

- 4.1 実践検証を行うソフトと評価項目
- 4.2 実践検証の内容
- 4.3 検証結果と改善すべき課題
 - 4.3.1 実践検証の分析
 - 4.3.2 教材ソフトの改善
 - 4.3.3 指導過程の改善
- 4.4 教材ソフトの実践に関する考察

終章 まとめと今後の課題

序章 本研究の目的と方法

私の経験として、ベクトルの学習に関して、導入段階ではベクトルの有用性は非常に分かりづらかった思い出がある。ベクトルの有用性を実感できたのは、ベクトルの演算にある程度習熟し、図形をベクトルの式を用いてイメージできるようになってはじめて、

図形の変形などを代数的な演算で処理できることに気づいたときだった。この経験から、ベクトルの指導に際して、図形の変化とベクトルの式の変化の相関関係を直感的に理解しやすい教具がないかと考えた。そこで目をつけたのが、図と式を同時に扱うことができる数学教育用のソフトウェアだ。

そこで、ソフトウェアの利用方法として、iPadのようなタブレット型PCに注目し、iPad上で動作するベクトル指導を支援する数学用ソフトウェアの開発を行うこととし、その有効性の確認を行っていくことを、本研究の目的とする。

本研究では、まず第一章でベクトル指導に関する先行研究のまとめを行い、現在の指導上の問題点とその改善を図るための指導上の観点について言及する。次に第二章では、数学ソフトウェアの特徴についての先行研究を取り上げ、前述のベクトル指導の改善を図るための指導上の観点から、数学ソフトウェアのベクトル指導における有効性について考えていく。これを基に、第三章では、ベクトル指導用の数学ソフトウェアの開発を行い、ベクトル指導に関する数学ソフトウェアの有効性を見出す。そして第四章では、それを実証するために、授業現場で実践による検証を行い、有効性や実践における課題の有無の確認を行っていく。

第1章 ベクトルの指導の現状と問題点

1.1 過去のベクトル指導の観点

ベクトル単元が編入された、昭和三十五年の高等学校学習指導要領解説は、
ベクトル量の経験は、中学校において、正の数、負の数の指導をするときの一直線上で向きを持った量の考えや、図形の平行移動の方向と大きさ、また、理科における力、天気図での風力指示などにみられる。これらの、向きを持った量を抽象化して、ベクトルを有効線分で表すことを知らせる。

以上のように述べている。これを受けて、船山(1961) や林(1966)が行った、生徒がベクトルの意義を感じるようにするための授業実践の観点は以下のようなものであった。

船山実践…物理学、とくに力学と密着した段階でベクトルを指導すれば、生徒の学習意欲も高まり、その有用性もわからせることができる。

林 実践…ベクトルの導入では生徒の既習事項との関連付けを大切にすべきだと述べており、既習事項として“数の拡張における、分数、複素数、あるいは、図形研究における平行移動などがそれである”

1.2 現在のベクトル指導の位置づけと問題点

だが、今岡・平岡(2004)は、指導要領の変化に伴う現在の高校数学でのベクトルの位置づけの変化に問題があることを指摘し、ベクトル指導の問題点としている。

このことから、1.1 で挙げたような観点を基に指導することは難しいことがわかる。

- ① 現行の中学理科において、ベクトルの考え方につながるものに力や風の向きなどがあるが、決して豊富ではない。また、高校での物理 I B, 物理 II の履修状況も少なく、多くの高校生は物理への応用面を通してベクトルを実感することは少ない。
- ② 平行移動については、中学校数学の基礎的内容ではなくなり、高校でも図形そのものと関係するのはベクトルの内容において。また、空間の解析幾何の内容はほとんど姿を消してしまい、行列の内容でもベクトルの性質が本質的になる要素は少ない。

1.3 現在のベクトル指導で重視すべき観点

1.2 の問題点から、今岡・平岡(2004)は新たに以下の二つの観点を大切にする必要があると述べており、本研究では、この観点を支持して以降の章を展開する。

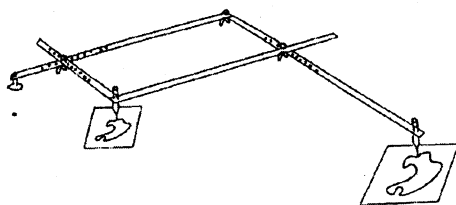
① 図形の動きや位置関係の表示にベクトルの機能を活かし図形探求の広がり学ぶ

伴って変わる量を小学校で学習するように、ベクトルによる図形の動きを表す要素を取り入れることで、数学的方法の広がり学ぶことができる。

② ベクトルの演算法則に基づく図形の探究方法を学ぶ

ベクトルで表された式と図形的な意味とを絶えず結びつけることが大事である。

また、今岡・平岡(2004)は、上記の観点に従って左図のような縮図機を使った教材例の提案をしている。



しかし、この教材には、「縮図機を生徒の分だけ確保することが難しい」、「ベクトルより相似の考え方を使う方

がシンプルに解ける」といった難点がある。

そこで、複製が容易に行え、ベクトルを操作することを前提としてデザインすることが可能である、数学ソフトウェアをもちいて教材開発が行えないかと考えた。

第2章 数学教育におけるコンピュータ利用

2.1 数学教育におけるコンピュータ利用方法の分類

飯島(1997)はコンピュータの利用形態について以下の三種類に分類している。

- ① 普通教室でプロジェクタを用い教師に一台の使用
- ② 普通教室で生徒のグループに一台の使用
- ③ コンピュータ室で生徒一人もしくは二人に一台の使用

本研究では、特に ii . の利用形態に着目し、普通教室に持ち込む端末の候補として、飯島(2010)に即して以下の四種類についてまとめた。

a. グラフ電卓 b. DS, PSP c. ノート PC (特にネットブックなど) d. iPad

本研究では、d. の iPad の利便性に着目し、iPad 上で動作する数学ソフトウェアの開発を行っていく。

2.2 数学教育におけるコンピュータ利用の利点

清水(1999)は動的幾何ソフトウェアCabriを利用することによって次のような生徒の活動が支援されるとしている。本研究で開発を行う数学ソフトウェアに関しても、こうした動的幾何ソフトウェアの特徴を踏襲していく。

①「見る」活動の支援

図形の動的な変形を通して、生徒が図形の様々な性質を見る活動を支援する。

②「探索し・発見する」活動の支援

動的幾何ソフトウェアの作図は、点や線分などの図形の要素をつまんでドラッグすることで、作図のときの性質を保ったまま図形を動的に変形することができ、生徒が図形の性質を探ったり、発見したりする活動を支援する。

③「観察し・実験する」活動の支援

動的幾何ソフトウェアを扱うことにより、図形の性質を観察し、自分なりの仮説を形成し、それを検証していく、というように知識を自分で作るようになり、動的幾何ソフトウェアはその実験装置となることでこの活動を支援する。

④「いつでも成り立つ理由を考える」活動の支援

動的幾何ソフトウェアは、学習者が発見的・探求的な活動を行い、自ら知識を発見するという活動の中で、学習者自らいつでも成り立つ知識を見出すことで、いつでも成り立つ証明への意欲や、証明を書くときの根拠を得ることを支援する。

2.3 ベクトル指導におけるコンピュータ利用

目指すべき数学ソフトウェアの完成像としては、2.1と2.2より、動的幾何ソフトウェアのように動的に作図が行えるものに、図の変化に対してのベクトルの値の変化を出力する機能を加えたものを考える。

作図ツールのように図形を動的に扱えることから、1.3の①の観点の“ベクトルによる図形の動きを表す要素を取り入れること”を満たし、図の変化に対してのベクトルの値の変化を出力することができれば、1.3の②の“ベクトルで表された式と図形的な意味とを絶えず結びつけること”という観点も満たすことが出来ると考える。

第3章 ベクトルの学習を支援する教材ソフト開発

2.3でのまとめをもとに、ベクトルの学習を支援する教材ソフトの作成を行った。

3.1 ベクトルの和の一意性を確認するソフト

任意の始点から終点までの間に障害物があるとき、障害物を避けつつ任意の複数のベクトルの和を用いて始点から終点までを結ぶ活動を、ゲーム感覚で行える教材。活動を通し、複数のベクトルの成分の合計と絶対値の合計に違いがあるか？という問いに発展させる。

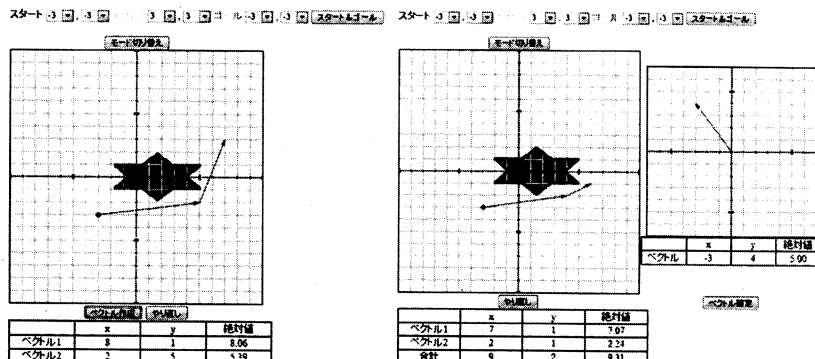


図 1

図 2

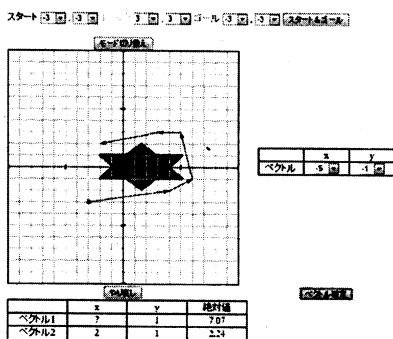


図 3

図 1～3 に挙げるように、三通りの操作方法があり、図 1 は直接作図を行い経路の見通しを立てるための操作方法。図 2 は右隣の座標で決定したベクトルが反映されるといふ、ベクトルの平行移動の理解を促す操作方法。図 3 は右隣の表で決定した成分のベクトルが反映されるといふ、成分についての理解を深める操作方法。

ベクトルは線分のように扱える、ベクトルは自由に平行移動させることができる、ベクトルは成分によってあらわすことができる、というベクトルの基本性質の関係性を押さえ、複数のベクトルの和の成分の合計は一意になることに気づかせることがねらいとなる。

3.2 一次独立な二つのベクトルの一次結合の性質を調べるソフト

任意のベクトル \vec{p} は、(一次独立な) 二つのベクトル \vec{a} 、 \vec{b} の一次結合によってあらわすことができるか? という問いについて。

\vec{a} 、 \vec{b} を単位として扱える教具を使った指導を考えてみる。すると、 \vec{p} の始点からはじめ、次が \vec{a} となるか \vec{b} になるかを考えながら順に繰り返し、最終的に \vec{p} の終点まで到達できるか、といった手順を踏むことで簡単に多様な場合の作図を行うことができる。こうして複数の事例を図と式で比較することができるため、一意に求められるということが

直感的に理解しやすいと考えられる。こうした利点があると考えられることから、 \vec{a} , \vec{b} を単位として扱える教具を iPad 上での再現を目指したのが、このソフトである。解答例として以下の図4, 図5などが考えられる。

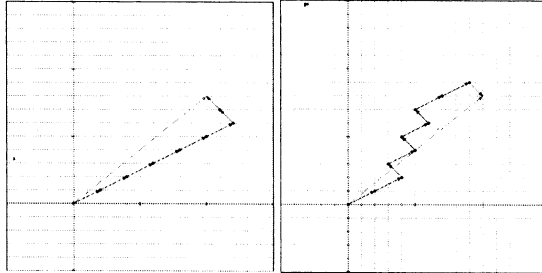


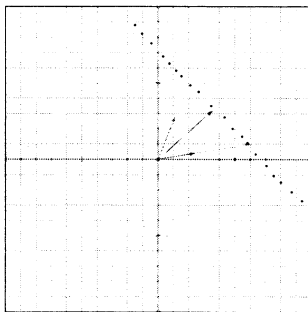
図4

図5

3.3 ベクトル方程式 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ の探究を支援するソフト

一次独立な二つのベクトルの一次結合の方程式 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ によってあらわされる平面について、一次結合の係数の値の範囲が $(s \geq 0, t \geq 0, 0 \leq s+t \leq 1)$ のように示されるとき、平面の存在範囲が判断できるか？という問いについて、探究を行いながら拡張が行える教材。

少しずつ係数の範囲を拡張すると場合分けが煩雑になり、生徒のつまずきのもとになると考えた。そこで、図上で示される範囲と係数の範囲との関連性を考えて式で確認を行う、という流れで学習が行えないか考えた。このような流れだと、図上の範囲から調べることによって、係数の範囲の場合分けの見通しを立てることができる。さらに図を調べることで、発見的な探究から範囲の拡張が行われ、生徒が意欲的に学習を行えるのではないかと考える。



記録			
ベクトル a	x	y	
	6	1	
ベクトル b	x	y	
	2	5	

記録
 $0.40a + 0.55b$
 $s+t = 0.96$

左図6のように、任意のベクトルを操作すると、表の下に係数 s , t の変化が反映される。青印で囲んだ「記録」ボタンで記録をとることが出来るので、 $s+t=1$ となるような点の探究から見通しを立てることができる。

図6

3.4 ベクトル方程式の比較・探究を支援するソフト (省略)

第4章 開発した教材ソフトの実践検証とその考察

3.2 で開発を行ったソフトを用い、実際の授業現場で実践検証を行った。

4.1 実践検証を行うソフトと評価項目

開発したソフトの有効性の確認のため、以下の六項目についての評価を行った。

- ①ソフトの動作の問題点 ②ソフトの操作形式 ③ソフトの操作説明の方法
- ④多様な経路が出たか ⑤式の一意性の確認 ⑥式の一意性と連立方程式の結び付け

4.2 実践検証の内容

(省略)

4.3 検証結果と改善すべき課題

4.3.1 実践検証の分析

①ソフトの動作の問題点

ソフトの動作の問題点としては、不具合一か所と操作性の悪さについて要検討。

②ソフトの操作形式

4.3.2 教材ソフトの改善

(省略)

4.3.3 指導過程の改善

(省略)

終章 まとめと今後の課題

第一章では、ベクトル指導において重視されてきた観点についての先行研究と、それに対して現在のベクトル指導の位置づけの比較から、新たに重視すべきベクトルの観点として、「図形の動きや位置関係の表示にベクトルの機能を活かし図形探求の広がり学ぶ」、「ベクトルの演算法則に基づく図形の探究方法を学ぶ」という、二つの観点が考えられることをまとめてきた。また、この観点から考えられる教材例について検討を行い、その問題点から数学ソフトウェアの利用を提起した。

第二章では、まず数学ソフトウェアの種類とその利用形態の分類を行った。そして数学ソフトウェアの利点として、主に作図や測定・変形を扱う動的幾何ソフトウェアについて、生徒に①「見る」活動の支援、②「探索し・発見する」活動の支援、③「観察し・実験する」活動の支援、④「いつでも成り立つ理由を考える」活動の支援、が可能になることについてまとめた。これらから、iPad 上で動作する、作図ツールのように動的に作図が行えるものに、図の変化に対してのベクトルの値の変化を出力する機能を加えたものを、目指すべき完成像として教材の開発にとりかかった。

第三章では、第一・二章をもとに開発を行った教材ソフトについてまとめた。そして、

第四章では、第三章の第二節に挙げたソフトを、実際の授業現場で実践的な検証を行い、その結果についてまとめを行った。実践検証からは、「生徒の意欲を引き出すことができた」、「ソフトを通して、生徒の考え方の一端を観察することができた」、「“何手でいけるのか”という生徒の考えを引き出すことができた」という三点がよかった点としてあげられる。特に、“何手でいけるのか”という生徒の考えは、UFO キャッチャーなどのたとえと関わらせることで、任意のベクトルが表示できるということが、ベクトル平面をあらわすことができるという考えに拡張するきっかけとなるのではないかと考えられる。よかった点以上に多くの反省点が見つかったのは確かだが、一つ一つ検証を行った結果、改善する方法が見つかることができた。

以下に、今後の課題を挙げていく。

①実践検証の経験を活かした開発ソフトの改修

実践検証の反省から、実践検証に使った3.2のソフトの改善を行うことができた。しかし、それ以前に開発したソフトについては、改修前の3.2と同様に未だ多くの問題点があることが考えられる。実践検証での経験を踏まえ、順次他のソフトの改修・改善を行っていきたい。

②開発ソフトを活かしたベクトル単元の指導計画

5.1でも触れたように、“何手でいけるのか”という生徒の考えは、UFO キャッチャーなどのたとえと関わらせることで、任意のベクトルが表示できるということが、ベクトル平面をあらわすことができるという考えに拡張するきっかけとなりうる。これを活かし、ベクトル方程式によって平面があらわせるということと関連付けることができれば、よりベクトルを深く理解させられるのではないかと考える。こうした各単元の関連性を踏まえて、開発してきたソフトを用い、単元全体での流れを見据えた指導計画を、今後研究していきたいと考える。

主な引用・参考文献

飯島康之・磯田正美・大久保和義(編著)(1995),『コンピュータで数学授業を変えよう—作図ツールGCによる図形の指導…』, 明治図書

飯島康之(2010)「生徒学習端末としてのiPadの可能性とhtml5による数学用ソフト・コンテンツ開発の可能性: GC/html5の開発を手がかりに」, 『数学教育論文発表会論文集』, 43(2), 741-746

今岡光範・平岡賢治(2004), 「高校のベクトル教材についての一考察—数学的な方法の広がり視点から」, 『全国数学教育学会誌』 10, 197-206

清水克彦・垣花京子(編著)(1999),『コンピュータで支援する生徒の活動—数学科・図形分野での新しい展開—』, 明治図書