

数学教育における 数学的ディスコースに関する研究

＜修士論文要旨＞

愛知教育大学大学院 教育学研究科 数学教育専攻

寺田直樹

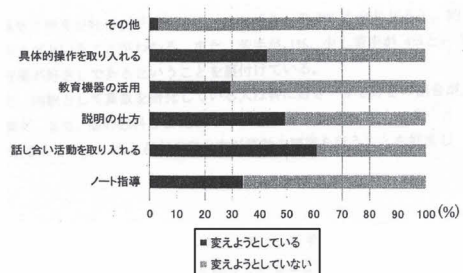
論文構成

<p>序章 本研究の目的と方法</p> <p>第1節 本研究の目的</p> <p>第2節 本研究の方法</p> <p>第1章 数学教育における数学的ディスコースに関する考察</p> <p>第1節 数学教育における言語活動に関する考察</p> <p>第2節 数学的ディスコースの定義とその意義</p> <p>第2章 社会文化的アプローチによる数学的ディスコースの考察</p> <p>第1節 生活的概念と科学的概念</p> <p>第2節 社会文化的アプローチによる数学的ディスコースの考察</p> <p>第3節 数学的ディスコースと概念の形成</p> <p>第3章 授業における数学的ディスコースの分析</p>	<p>第1節 数学的ディスコースの分析枠組み</p> <p>第2節 小数の乗法と除法に関する考察</p> <p>第3節 数学的ディスコースの分析 －小学校第4学年の小数の乗法や除法の指導－</p> <p>第4章 数学的ディスコースを重視した指導枠組み</p> <p>第1節 数学的ディスコースが数学学習に与える影響の考察</p> <p>第2節 数学的ディスコースの指導</p> <p>第3節 数学的ディスコースを重視した指導の計画 －小数を含む乗法・除法の指導－</p> <p>終章 研究の成果と課題</p> <p>第1節 研究の成果</p> <p>第2節 研究の課題</p>
---	--

1. 本研究の目的

本研究の課題の所在は、算数・数学科の授業における望ましい言語活動の在り方を明確にすることにある。我が国の学校現場では、学習指導要領の改訂に伴い、言語活動の重視に注目があてられている。また、こうした学習指導要領による言語活動の重視に伴って、教師の関心も授業における言語活動に向けられている。日本数学教育学会（2011）の調査では、「学習指導要領改訂に伴い、算数科の授業で変えたこと」について61%の教師が「話し合い活動を取り

入れる」と選び、49%の教師が「説明の仕方」を選んでいる。（p.6）この結果から、多くの教師が言語活動に関心を持ち、重要性を認識していることが読み取られる。



このように、言語活動を重視した指導を強調する一方で、授業の形骸化といった恐れも考えられる。そこで、本研究の課題は、言語活動が数学的概念の形成に与える影響を特定し（研究課題1）、そうした知見を基に、より効果的な学習指導を提案する事（研究課題2）である。

2. 数学的ディスコースの定義とその意義

授業における言語活動を捉える視点としてディスコース (discourse) の概念が挙げられる。ディスコースとは、書きことばや話しことばのひとつまとまりの総和を意味し、日本語では「言説」や「談話」といった語があてられる。秋田(2008)は、教育学におけるディスコースを『『教室』という教育実践の場において実際に使用されている文脈化された話しことばによる相互作用』と定義している。(p.53)

「文脈化された話しことば」とは、特定の授業や学級の状況において意味の確かさをもち、状況次第では意味が異なることばの事を指している。つまり、学習者の言語活動を捉える視点として、教室の中に内在している文化を捉えることが重要であると指摘されている。

さらに、議論の対象が数学的な事物であるディスコースのことを「数学的ディスコース (mathematical discourse)」と呼んでいる。授業におけるコミュニケーションを捉える視点として数学的ディスコースを用いることは、教室における文化や規範を特定し、学習者の数学的概念の形成に言語活動がどのように影響しているかを特定するために有効であると考えられる。

3. 数学的概念の形成

ここでは、数学的概念の形成とコミュニケーションの関係に関する理論を整理する。

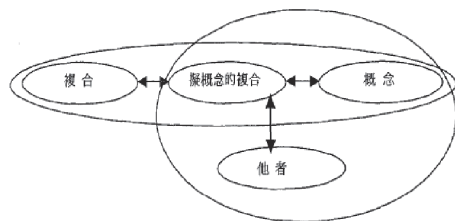
3.1 Vygotsky の擬概念と複合的思考

Vygotsky (1962) は学習者がこれまで形成した概念を、他者とのコミュニケーションを通して新たな概念に再構成する過程を「擬概念」と「複合的思考」という用語で表している。概念の形成の過程は次のような3つの段階を踏み発達するという。

第一段階は、子どもの印象の中でなされ、主観的結合を基礎とするインフォーマルなものである。第二段階は、「複合的思考」と呼ばれるものである。子どもの主観的な印象ではなく、対象において実際に存在する客観的結びつきを基礎の形成される段階である。さまざまな概念の結びつきを認識してはいるが、その結び付いた概念間の関係性について認識していない段階である。そして、最後の第3段階として純粋に概念が形成される。

さらに、第2段階である「複合」の段階と第3段階である純粋な概念的段階との発生的な関係を説明するために、「擬概念」の考えを用いている。「擬概念」は、外面的には概念のようなものであるが内面的には複合であるような概念を指す。(p.151)

こうした概念の形成過程を図示したものが下図のモデルである。



3.2 Sfard の commognition 理論

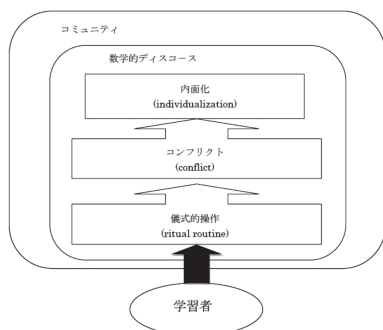
数学学習と数学的ディスコースを結び付ける理論が Sfard (2008) の commognition 理論である。これは、認知 (cognition) とコミュニケーション

(communication) とを合わせた造語で「他者とのコミュニケーションが数学学習の前提として存在する」という主張がなされている。commognition理論では、数学学習を数学的な実践を営むコミュニティに参加することを通して、そこでの数学的ディスコースを通して学習者が規範や振る舞いを知ることで学習が深化し、より高度な数学的ディスコースを行うことができるようになることが数学学習の目的であるという立場が取られている。

Sfard (2006) は、数学的ディスコースの様相として「儀式的操作 (ritual routine)」「コンフリクト (conflict)」「内面化 (individualization)」を挙げている。(pp.163-164)

数学的概念が未熟である学習者は、数学的ディスコースに参加する際に大人やより優れた他者の様子を見て振る舞いを模倣する。そこでは、自己の行為の意味や合理性等を自覚していない状態である。こうした段階のことを「儀式的操作」の様相と呼ぶ。

儀式的操作の段階において、学習者は模倣することだけで他者との関わりを持つ。そうした関わりの中で、自己の行為の意味を認識していないために生じる食い違いの状態が「コンフリクト」である。コンフリクトに打ち勝ち、正当な数学的概念を認識できた状態が、数学的概念を内面化した状態となる。こうした内面化の過程を図示したものが下図にあたる。



4. 数学的ディスコースの分析の方法

授業における言語活動の役割を特定するために、数学的ディスコースの内面化の過程を分析し、学習者が授業における数学的ディスコースをどのように認識し、数学的概念を形成しているかを特定する。

そこで、国立大学附属小学校における算数科の授業分析を行った。分析対象となった授業は、小学校第4学年の小数を含む乗法と除法の指導である。全4回の授業のうち、第2時からの計3回の授業を分析した。分析は、(1)発話の内容と流れの分析、(2)ノートの記述の分析、(3)インタビューによる分析、の3つの方法で行った。

(1) 発話の内容と流れの分析は、発言がだれに対してなされたものかを矢印で表現して、発話の流れを特定するものである。これは、数学的ディスコースの形成において、教師がどのような役割を果たしているかを特定するために有効であると考えられる。

(2) ノートの記述の分析では、授業を通じた児童の思考の変化を分析する。自力解決場面における解法と集団解決場面後の「まとめ」、「適応題」の記述に注目する。

(3) インタビューによる分析は、抽出児3名に実施した。これらの児童が、数学的ディスコースをどのように受け止め、考えを変えたり、修正させたりしたのかをインタビューを通して特定した。具体的な項目として、以下のインタビュー項目を設定した。

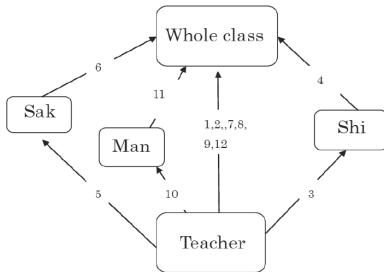
インタビュー項目

- (a) 授業ではじめにあなたが考えた考え方は、授業を通して出てきましたか。
- (b) あなたの考えと似ている意見は、どの意見でしたか。
- (c) 授業を受けているときと受けた後で、考えは変わりましたか。
- (d) 考えを変えた (変えなかった) のはなぜですか。

5. 分析の結果

5.1 発話の流れの分析

下図は、第3時間目の集団解決場面の発話の流れである。児童の発言は、全て教師の発問が契機としてなされていることが分かる。また、児童は自分の考えを述べた後に、「皆さんどうですか」と学級全体に問いかけることが徹底されていたため、学級全体での共通認識がなされながら授業は進んでいくことが分かる。これらの性質は、分析された3回の授業の全ての場面において見られた。



5.2 ノート記述の分析

授業における数学的ディスコースの中で取り扱われた考え方と同じ考えをした児童は、「0.6は0.1が6つ」という記述が明確になされている。さらに、こうした児童は、複数の考え方をを用いることが特徴として挙げられる。多様な解法を用いているにもかかわらず適応題においては、数学的ディスコースで用いられた考え方をを用いて解決している。このことから、数学的ディスコースを通して、「0.1がいくつ分で考える」という考え方に何らかの価値を見出していると考えられる。

数学的ディスコースにおいて取り上げられた考え方に似ている考え方をした児童は、「小数点をなくして整数にしてわり算をする」という記述のように、位取りの基本的な考えである「0.1がいくつ分であるか」といった記述はな

く、 $\frac{1}{10}$ の位の数(0.1の数)についての取り扱いに関する記述が不十分である。また、図的表象のみで商を求めている児童も見られる。「0.1がいくつ分か」といった記述はあるが、数学的ディスコースで用いられた除法の立式はせず、線分図のみで解を求めていることが特徴である。

5.3 インタビューの分析

Interviewer	昨日の授業で自分の考えが出てきた? どんな考えだったか覚えてる?
抽出児童A	線分図とか割り算
Interviewer	詳しく覚えてる?
抽出児童A	3人で0.6Lのオレンジジュースを分ける
Interviewer	(授業で)3つ考えが出てきたけど、自分の意見と同じものってあった?
抽出児童A	あった
Interviewer	どんなところが似てた?
抽出児童A	まったく同じものもあったし、ちょっと違うものもあった。0.1がいくつ分で考えるとか。分けるとか。
Interviewer	そのあとで(自力解決した後で)、出てきた考えがどんなものか、いつも話し合っているとと思うんだけど、それを聞いて、自分の考えをちょっと変えようかなとか、もっといい考えだなと思った意見はある?
抽出児童A	全部似てたから・・・。
Interviewer	あまり考えは変わらなかった?
抽出児童A	うん

質問項目(b)の反応から、学習者は自己の考えと数学的ディスコースで取り上げられた考えとの共通性を認識していた。その一方で、抽出児

童Bと抽出児童Cは、数学的ディスコースで取り上げられていた解法と多少異なる点があるにもかかわらず、違いを明確に指摘する発言はなかった。つまり、学習者は、数学的ディスコースにおいて取り扱われる解法によって自己の考え方を変化させるのではなく、むしろその共通性を見出し、その整合性を確認するために数学的ディスコースが用いられている。

6. 考察

以上の分析を基に、授業における概念形成について Vygotsky の図式に当てはめる。児童は、教師や他の児童とのコミュニケーションを可能にするために自己の考え方をノートに記述する。ここでの記述は、必ずしも数学的に正当であるとは言えないが、数学的ディスコースへの参加を目的として児童は自己の考えを表現している点から、児童の記述は擬概念として捉えられる。

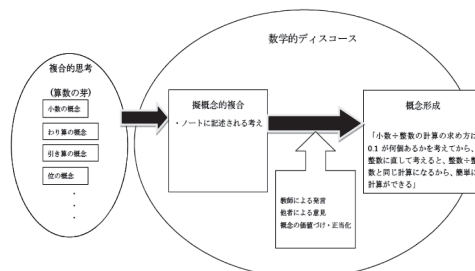
また、これまで持っている概念として「算数の芽」として児童が記述する既習事項は、複合概念として捉えることができる。教師による指示「…、今日の学習に役に立ちそうな、今まで学んだこと、算数の芽を出していきましょう。(2時間目導入場面 18)」で促されているように、「今まで学んだ」既習事項を用いることで、本時の学習における問題の解決することが暗に促されている。こうした指示により、児童はこれまでに学習した事項と、本時における問題解決場面の状況とで、似ている問題場面を推測し、本時において活用される概念をノートに記述する。様々な既習事項を活用する事により、「小数÷整数」の計算の仕方を習得する。そうした意味で、「算数の芽」において記述される既習事項を複合させることで、新たな概念である「小

数の割り算の計算」を形成することにつながる。

このように、「算数の芽」「個人解決場面」「まとめ・適応題」のノート記述は、それぞれ、「複合的思考」「擬概念的複合」「新たな概念」として捉えることができる。

しかし、授業における概念の変容の様相は、Vygotsky の擬概念のモデルと異なる点が指摘できる。第1に、擬概念を変容させる契機となるのは、他者とのコミュニケーションという直接的な関わりというよりは、他の児童の意見や、教師の発言等によって、児童の価値観の変容により、擬概念的複合を深化し概念化するといえる。

児童は、インタビューによる発言「まったく同じものもあつたし、ちょっと違うものもあつた。(抽出児童Aのインタビューの反応)」のように、自己の考えと数学的ディスコースで取り扱われた考え方を対比し、それらの共通性を見出している。そして、「0.6は0.1がいくつ分であるか」という考え方が、いくつかの考えに共通しているという認識を持ち、そうした認識がこの考え方に価値を与えている。授業において信用性の高い解法だとして価値づけされ、児童もそうした考え方が、信頼性の高い考えであると受け入れる。こうした価値づけのプロセスを経て、擬概念的複合から概念形成へと深化する。これを図式化すると、以下のようなものになる。



7. 数学的ディスコースを重視した指導

以上の数学的概念の形成過程に関する考察を踏まえると、授業における算数的活動に次のような活動が必要であると考えた。

- ① 他者の意見を解釈する活動を設ける。
- ② 他者の考えと、自分の考えとの違いをノートに記述する活動を設ける。
- ③ 数学的に誤りのある解答を提示し、どのような点を修正しなければならないか、なぜ修正しなければならないかを話し合う。
- ④ ③の活動の後、どのような点に気をつけて問題を解決すべきかをまとめる。

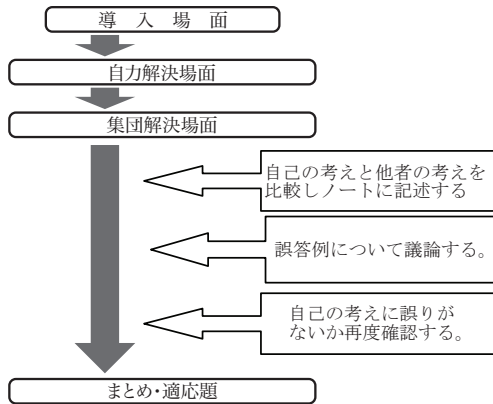
①の活動は、分析された授業において重点的に行われている。他者の考えがどのようなものであるかを解釈し説明する場面である。教師による補助発問により、考え方を教室全体で共通認識する。

そうした共通認識の後、自己の考えと似ている点と違う点をノートに記述する活動が②の活動にあたる。この活動では、児童に赤色のマーカー等で自己の考えと他者の考えとの類似点と相違点を明確化させる。こうした明確化により、児童は自己の考えと他者の考えの違いに気付く、どちらが望ましいか、自己の考えを修正すべきかどうかを考えるきっかけを持たせる。

さらに、数学的ディスコースにおいて、教師が誤答例を取り上げる。これは、児童が実際に考えたものでも、事前に教師が用意した誤答例でもかまわない。こうした誤答を取り上げ、どのような点に誤りがあるかを問いかけ、修正すべき点を考えさせる。話し合いの中で、児童は誤っている点とその根拠を挙げ、どのように修正すべきかを考える。また、そうした誤答と自力解決において考えた自己の考えと対比し、自己の考えが誤答例のような方法をとっていない

かどうかを振り返らせるきっかけを持たせる。

最後にまとめの場面において、話し合いの内容をまとめ記述する活動によって、問題解決の際に気をつけなければならない点をまとめる。こうした授業の一連の活動を示したものが下図である。



8. まとめ

本研究では、数学的概念の形成における数学的ディスコースの役割を明確化し、それを基にした授業の提案を行った。

今後の課題としては、数学的ディスコースが深化するメカニズムを明確化し、それを基にした教材や指導法を提言する事が挙げられる。コミュニケーションに関する学級における望ましい規範の形成は、日常の学級運営と密接に関わっている。望ましい集団形成に関する具体的な手立てを見出すことも必要である。

主要参考・引用文献

- ・大谷実 (2002) 「学校数学の一斉授業における数学的活動の社会的構成」風間書房
- ・A.Sfard(2008) *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York, NY:Cambridge University Press.