

## 例を用いた負の数の説明について

伊藤 俊一

情報教育講座

### Explanations of Negative Number Based on Examples

Toshikazu ITO

Department of Information Sciences, Aichi University of Education, Kariya 448-8542, Japan

#### 1. はじめに

学習者に対して新しい概念を説明する際に、学習者が既によく知っていると思われる例を用いることによって説明しようとする試みが、さまざまな教育場で日常的に行なわれている。また、具体物を例として用いることで学習者にとって未知の抽象的な概念を比喩的に説明することがもたらす効果を検証する研究も数多くなされている(田辺, 1990など)。

例を用いて新しい概念を説明することの有効性は、一般的に言えば、学習者が例について既に知っている属性をもとにして類推を働かせることで、新しい概念が持つ未知の属性をより理解しやすくなることによるものであると考えられる(鈴木, 1996など)。しかしながら、実際には、新しい概念の持つ全ての属性を単一の例が常に都合よく網羅的に備えているわけではない。そのため、どの例を用いて説明することが相対的に有効なのかという判断が重要な意味を持つことになる。そして、その判断が説明の分かりやすさを大きく左右することにもなると考えられる。

本研究では、学習者に新しい概念を説明しなければならない一つの具体的な状況として、中学数学において単元「正の数負の数」を指導する過程に焦点を当てる。中学数学における単元「正の数負の数」は「負の数」という新しい概念を初めて数学の世界に導入する単元であり、この単元において「負の数」の概念を適切に説明し理解させることが、その後の数学の指導においても重要な意味を持つ。その意味では、単元「正の数負の数」は中学数学における重要なターニングポイントの一つと言えよう。

中学数学における単元「正の数負の数」は、学習指導要領においては次のように説明されている。

「具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し、その四則計算ができるようにするとともに、正の数と負の数を用いて表現し考察することができ

るようにする。

- ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること
- イ 小学校で学習した数の四則計算と関連付けて、正の数と負の数の四則計算の意味を理解すること
- ウ 正の数と負の数の四則計算をすること
- エ 具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること」(文部科学省, 2008)

さらに、「ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること」の項を詳しく見ると、次のような指導の指針が挙げられている。

- 「・反対の方向や性質を数で表すことができること
  - ・大小の比較ができること
  - ・数直線上に表すことができること
  - ・減法がいつでも可能になること
  - ・加法と減法を統一的に表すことができること
- など、正の数と負の数のよさを知り、その意味を理解できるようにする。」(文部科学省, 2008)

中学数学における単元「正の数負の数」では、このように「ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること。」の項で「負の数」という新しい未知の、なおかつ、抽象的な概念を導入することになる。そして、これまでも学習者に対して「負の数」を説明するための様々な種類の例が採用され、それらの例を用いた指導が試みられてきた。

本研究では、まず、「負の数」の概念を新たに導入する際の指導において、現状ではどのような例が主に用いられているのかを調査することで、「例を用いた説明」の実態を明らかにすることを試みる。具体的には、どのような例がどの程度の頻度で実際に採用されてきたのかを市販されている数学参考書を対象にした調査によって明らかにする。

続く実験では、「負の数」を説明するために実際に

採用されている例が個々に持っている性質と、「負の数」の説明におけるそれらの例の有効性との関係について、実験データをもとに考察する。

## 2. 調査

### 【方法】

#### 標本：

市販されている中学1年生向けの数学参考書55種類を無作為に抽出した。

#### 手続き：

まず、55種類の数学参考書のそれぞれについて、中学校学習指導要領の単元「正の数負の数」の中の項「ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること」に対応する節を特定した。続いて、それらの節の中で個々の例が一度でも言及されている参考書の種類数を数え上げて、その頻度を算出した。

### 【結果】

標本として抽出した数学参考書55種類の中でそれぞれの例が言及されていた参考書の種類数をTable 1に示す。「金銭」が例として用いられる頻度が最も高く、以下「温度」、「方位」が「金銭」と同程度に高い頻度で用いられていた。その他、少数ではあるが「勝敗」、「高度」、「重量」が用いられているケースも見受けられた。一方、例を用いずに「ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること」に対応する節を構成している参考書は55種類中25種類であった。

Table 1：負の数の説明のために例が言及された参考書の数

例	参考書の種類数
金銭	12
温度	11
方位	10
勝敗	3
高度	3
重量	2
例への言及なし	25

(55種類中)

### 【考察】

数学参考書においては、「負の数」を説明するための例として「金銭」、「温度」、「方位」が用いられる頻度が高く、これら3種類が実際に採用される例のほとんどを占めていたと言える。その他には、「勝敗」、「高度」、「重量」が用いられるケースも散見された。

以下で行なわれる実験では、これらの中から「金銭」、「温度」、「方位」、「重量」を選び出し、それらを例として用いながら「負の数」を説明する状況におけるそれぞれの例の有効性について検証することを試み

ることとした。これらのうち「金銭」、「温度」、「方位」は例として使用される頻度が高かったことから選出された。「重量」は、少数ながら例として用いられていた「勝敗」、「高度」、「重量」の中から、既に選出されている「金銭」、「温度」、「方位」とは性質が顕著に異なると考えられる例として選出された。「勝敗」については、利得・損失という属性が「金銭」と類似するものと見做し、選出しなかった。「高度」については、ゼロを基点とした高低という属性が「温度」と類似するものと見做し、選出しなかった。

## 3. 実験

### 【方法】

#### 実験参加者：

教員養成課程に所属し、中学数学第1種免許取得見込の大学生30名であった。

#### 材料および手続き：

実験参加者のうち半数の15名は、最初に次の教示を受けた。

「あなたは中学1年生を指導する数学教員として負の数を最初に導入する授業を行なうものとします。その際、負の数が「値」という観点から正の数とは反対の性質をもつことを次のそれぞれの例を用いてどのように説明しますか。説明の概要を用紙に自由に記述してください。」

以上の教示を受けた後、実験参加者は、4種類の例（「金銭」、「温度」、「方位」、「重量」）のそれぞれについて「例を用いた説明」を用紙に自由に記述した。時間の制限は設けられなかった。4種類の例の順序は実験参加者間でカウンターバランスされた。

4種類全ての例について以上の作業を終えた後、実験参加者は、自ら記述した4種類の「例を用いた説明」を自由に参照しながら次の7種類の評価項目のそれぞれについて4種類の例を評価した。評価は、もっとも当てはまるものから当てはまらないものまでを1位から4位にランク付けする方法で行なわれた。

- ・印象に残りやすい（印象性）
- ・適切である（適切性）
- ・負の数をイメージしやすい（イメージ性）
- ・面白い（面白さ）
- ・理解しやすい（理解しやすさ）
- ・生徒を指導しやすい（指導しやすさ）
- ・生徒を指導してみたい（指導のモチベーション）

これらのうち、「印象性」、「適切性」、「イメージ性」、「面白さ」、「理解しやすさ」の5項目は田辺（1990）で

用いられた比喩の評定項目を参考にして採用されたものである。また、「指導しやすさ」、「指導のモチベーション」の2項目は、授業場面を想定して自由に記述された説明を参照しながら例を評価する、という本実験の課題に対応させて新たに加えられた評価項目である。

実験参加者は、さらに、それぞれの評価項目で1位あるいは4位にランク付けされた例については、そう評価した理由を自由に記述するよう求められた。これらの作業中も、時間の制限は設けられなかった。

一方、残りの15名の実験参加者は、最初の指示において「正の数と負の数が「値」という観点から反対の性質をもつことを次のそれぞれの例を用いてどのように説明しますか。」の一文が「負の数が「増減」という観点から正の数とは反対の性質をもつことを次のそれぞれの例を用いてどのように説明しますか。」という一文に差し替えられたこと以外、全て先述の15名と同じ手順で作業を行なった。すなわち、例を用いた説明をする際の観点が「値」である場合と「増減」である場合の2通りの課題に、実験参加者が15名ずつ割り振られたわけである。

**【結果】**

実験参加者が例を用いた負の数の説明を自由に記述した後に行なわれた4種類の例の評価を主たる分析対象とした。評価は、もっとも当てはまるものから当てはまらないものまでを1位から4位にランク付けする方法で行なわれた。それらを、評価項目ごとに1位のものを

4点、2位のものを3点、3位のものを2点、4位のものを1点として点数化した後、その平均を求めた。評価項目ごとの評価平均値および標準偏差をTable 2aおよびTable 2bに示す。それぞれの評価項目における4種類の例の評価平均値の差を検定するために行なわれた分散分析の結果は、次の通りであった。

**負の数を説明するために用いられた例の評価（「値」の観点から）：**

- ・印象性：例の種類による効果は有意ではなかった ( $F(3, 42)=0.75, n.s.$ )。
- ・適切性：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=7.12, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」、「金銭」=「重量」、「方位」の順となり、Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.10, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では「温度」と「金銭」=「重量」の間で有意差が認められた。
- ・イメージ性：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=18.27, p<.01$ )。評価の高かった順に並べると「温度」、「金銭」、「重量」、「方位」の順となり、Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=0.77, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では「温度」と「金銭」の間、「重量」と「方位」の間で有意差が認められた。
- ・面白さ：例の種類による効果は有意ではなかった ( $F(3, 42)=1.92, n.s.$ )。
- ・理解しやすさ：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=14.53, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」、「金銭」、「重量」、「方位」の順となり、Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=0.88, p<.05$ ) によれば

Table 2a：「値」の観点から負の数を説明するために用いられた例の評価平均値

	金銭		温度		方位		重量	
	平均	SD	平均	SD	平均	SD	平均	SD
印象性	2.73	1.18	2.73	1.06	2.40	1.08	2.13	1.02
適切性	2.53	1.26	3.67	0.70	1.93	1.18	2.53	1.09
イメージ性	2.73	0.85	3.67	0.60	1.33	0.47	2.27	0.93
面白さ	3.14	0.91	2.29	0.88	2.50	1.40	2.07	0.88
理解しやすさ	2.67	0.94	3.67	0.47	1.47	0.62	2.20	0.98
指導しやすさ	2.73	0.85	3.33	0.79	1.73	1.00	2.20	1.11
指導のモチベーション	2.53	0.88	3.33	0.87	1.80	0.98	2.33	1.14

Table 2b：「増減」の観点から負の数を説明するために用いられた例の評価平均値

	金銭		温度		方位		重量	
	平均	SD	平均	SD	平均	SD	平均	SD
印象性	2.87	1.15	2.87	0.96	2.13	1.15	2.13	0.96
適切性	2.53	1.20	3.33	1.08	1.67	1.19	3.13	0.72
イメージ性	2.73	1.00	3.33	0.87	1.47	0.62	2.47	1.02
面白さ	3.20	0.98	2.00	0.97	2.60	1.20	2.20	0.91
理解しやすさ	2.47	1.09	3.40	0.88	1.33	0.47	2.80	0.75
指導しやすさ	2.80	1.05	2.80	0.98	1.67	0.87	2.73	1.12
指導のモチベーション	3.07	0.93	2.93	1.00	1.60	0.88	2.40	1.02

ば、順位が隣接する例の間では「温度」と「金銭」の間に有意差が認められた。その他に、「金銭」と「方位」の間でも有意差が認められた。

- ・指導しやすさ：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=5.59, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」, 「金銭」, 「重量」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.28, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では有意差が認められなかった。ただし、「温度」と「重量」の間、「温度」と「方位」の間で有意差が認められた。

- ・指導のモチベーション：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=4.49, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」, 「金銭」, 「重量」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.35, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では有意差が認められなかった。ただし、「温度」と「方位」の間で有意差が認められた。

負の数を説明するために用いられた例の評価

(「増減」の観点から)：

- ・印象性：例の種類による効果は有意ではなかった ( $F(3, 42)=1.69, n.s.$ )。

- ・適切性：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=7.88, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」, 「重量」, 「金銭」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.07, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では有意差が認められなかった。ただし、「温度」と「方位」の間、「重量」と「方位」の間で有意差が認められた。

- ・イメージ性：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=8.00, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」, 「金銭」, 「重量」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.14, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では有意差が認められなかった。ただし、「温度」と「方位」の間、「金銭」と「方位」の間で有意差が認められた。

- ・面白さ：例の種類による効果は有意ではなかった ( $F(3, 42)=2.83, n.s.$ )。

- ・理解しやすさ：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=11.57, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「温度」, 「重量」, 「金銭」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=0.98, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では「金銭」と「方位」の間に有意差が認められた。その他に、「温度」と「金銭」の間でも有意差が認められた。

- ・指導しやすさ：例の種類による効果は有意であった ( $F(3, 42)=3.19, p<.05$ )。評価の高かったものから並べると「金銭」=「温度」, 「重量」, 「方位」の順となったが, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.45, p<.05$ ) によれば、例の対の間では有意差が認められなかった。

- ・指導のモチベーション：例の種類による効果は有意

であった ( $F(3, 42)=5.07, p<.01$ )。評価の高かったものから並べると「金銭」, 「温度」, 「重量」, 「方位」の順となり, Holm法を用いた多重比較 ( $MSe=1.31, p<.05$ ) によれば、順位が隣接する例の間では有意差が認められなかった。ただし、「金銭」と「方位」の間、「温度」と「方位」の間で有意差が認められた。

### 【考察】

負の数を説明するために用いられた4種類の例の評価の結果をもとに、それぞれの例に対して認められた評価の特徴について以下で考察する。

#### 温度：

「値」という観点から負の数を説明するときに「温度」を例として用いることの評価は、例の種類による効果が有意であった全ての評価項目において、最も高かった。「適切性」, 「イメージ性」, 「理解しやすさ」においては、他の全ての例（「金銭」, 「方位」, 「重量」）と比べて有意に評価が高かった。「指導しやすさ」においても最も評価が高く、3位の「重量」, 4位の「方位」との間に有意差が認められた。「指導のモチベーション」においても最も評価が高く、4位の「方位」との間に有意差が認められた。

「温度」, とりわけ「気温」を負の値として言及する機会は、例えば「 $-10^{\circ}\text{C}$ 」のように、日常場面においても頻繁に生じ得る。そのような事象の親近性、ひいては、事象を負の数を用いて表現することの親近性が、あらゆる評価項目において「温度」を例として用いることの有効性を高めたものと考えられる。

一方、「増減」という観点から負の数を説明するときに「温度」を例として用いることの評価も、ほとんどの評価項目において最も高かった。「理解しやすさ」において最も評価が高く、3位の「金銭」, 4位の「方位」との間に有意差が認められた。「適切性」, 「イメージ性」においても最も評価が高く、4位の「方位」との間に有意差が認められた。「指導しやすさ」においても、「金銭」と同値ではあるが、最も評価が高かった。ただし、唯一「指導のモチベーション」のみに関しては、4位の「方位」よりは有意に高かったとは言え、最も評価が高かった「金銭」に次いで2位の評価であった。

日常場面において「温度」, とりわけ「気温」の増減を正の数負の数を用いて表現する機会もまた多いため、例としての有効性は概ね高いという結果が得られたものと考えられる。その一方で、「指導のモチベーション」の評価のみが「金銭」よりも低かったことは注目に値する。この評価と関係すると思われるもう一つの結果として、有意ではなかったものの、評価項目「面白さ」において「温度」が最も評価が低いという結果も得られている。自由記述においても、「増減」という観点から負の数を説明するのに際して「温度」を例と

した面白い説明が思いつかない」等の回答が多く見受けられた。温度の増減という自然現象、言わば無味乾燥な物理的現象が持つ「面白味のなさ」が、ほとんどの評価項目で認められた例としての有効性の高さとは裏腹に、「指導のモチベーション」の評価のみを下げている可能性が示唆された。

#### 金銭：

「値」という観点から負の数を説明するとき「金銭」を例として用いることの評価は、例の種類による効果が有意であった全ての評価項目において、「温度」に次いで2番目に高かった。「イメージ性」、「理解のしやすさ」においては、1位の「温度」より有意に低く、4位の「方位」より有意に高かった。「適切性」においては、1位の「温度」より有意に低かった。その他、「指導しやすさ」、「指導のモチベーション」においても、2位の評価であった。

「金銭」もまた「温度」と同様に日常場面で負の値に言及する機会が多いと考えられる。その点で、「値」という観点から「金銭」を用いて負の数を説明することの評価が概ね高かったことは予想に反しない結果とも言えよう。ただ、その反面、「温度」を表すために用いられる「-10℃」のような表現とは異なり、「金銭」が「-1,000円」のように直接的に負の数として表現されることは日常場面では稀であり、むしろ「1,000円の赤字」、「1,000円の負債」といった表現が用いられることのほうが多いと思われる。すなわち、負の値に言及するときに、「温度」は直接的に負の値として表現することが多いのに対して、「金銭」は「赤字」、「負債」といった概念が媒介することによって間接的に負の数を表現することが多いと考えられるわけである。そのため、例としての有効性はある程度高いとは言え、例の種類による効果が有意であった全ての評価項目において「温度」に比べると相対的に評価が劣るという結果となったことが考えられる。

一方、「増減」という観点から負の数を説明するとき「金銭」を例として用いることの評価は、評価項目ごとに大きく分かれるものとなった。まず、「指導のモチベーション」においては最も評価が高く、4位の「方位」との間に有意差が認められた。「指導しやすさ」においても、「温度」と同値ではあるが、最も評価が高かった。「イメージ性」においては「温度」に次いで2位であり、4位の「方位」との間に有意差が認められた。「適切性」、「理解しやすさ」においては、いずれも「温度」、「重量」に次いで3位という低い評価であった。このうち「理解しやすさ」においては、1位の「温度」より有意に低く、4位の「方位」よりは有意に高かった。

これらをまとめると、「増減」という観点から「金銭」を用いて負の数を説明することの評価は、「適切性」、「理解しやすさ」において低いにも関わらず、「指

導のモチベーション」、「指導しやすさ」において高いという結果が得られたと言える。「増減」という観点からみた「金銭」における負の数とは、すなわち「損失」を意味するものであろう。そのことが、例えば「温度」において「負」が客観的に観察される物理的な値の減少を意味するような場合とは異なり、価値判断として「負」イコール「悪」という連想を誘発してしまう可能性が考えられる。そのことが、負の数を説明するための例としての「金銭」の「適切性」を損なわせたのかもしれない。その一方で、「損失」を伴うエピソードは印象に残りやすい性質を帯びるものとも考えられ、興味深い例を創出する可能性が広がることによって「指導のモチベーション」、「指導しやすさ」の評価が高まったとも考えられる。実際、有意ではなかったものの、評価項目「面白さ」においては、「金銭」の評価が最も高いという結果が得られている。この結果も、「金銭」が持つ例としての「面白さ」の可能性を示唆していると言えよう。

#### 方位：

「値」という観点から負の数を説明するとき「方位」を例として用いることの評価は、例の種類による効果が有意であった全ての評価項目において、最も低かった。「イメージ性」においては、他の全ての例（「温度」、「金銭」、「重量」）と比べて有意に評価が高かった。「理解しやすさ」においても最も評価が高く、1位の「温度」、2位の「金銭」との間に有意差が認められた。「適切性」、「指導しやすさ」、「指導のモチベーション」においても最も評価が低く、1位の「温度」との間に有意差が認められた。

同様に、「増減」という観点から負の数を説明するとき「方位」を例として用いることの評価も、例の種類による効果が有意であった全ての評価項目においても最も低かった。「理解しやすさ」においては、他の全ての例（「温度」、「金銭」、「重量」）と比べて有意に評価が高かった。「適切性」においても最も評価が低く、1位の「温度」、2位の「重量」との間に有意差が認められた。「イメージ性」においても最も評価が低く、1位の「温度」、2位の「金銭」との間に有意差が認められた。「指導のモチベーション」においても最も評価が低く、1位の「金銭」、2位の「温度」との間に有意差が認められた。その他、「指導のしやすさ」においても最も評価が低かった。

要するに、「値」、「増減」いずれの観点においても、あらゆる評価項目で「方位」の評価は非常に低かったことになる。自由記述において多くの実験参加者が指摘していたのは、正の方向と負の方向を決める際に生じる恣意性の問題であった。すなわち、「温度」においては暖かいほうが「正」、「金銭」においては金額が多いほうが「正」、「重量」においては重いほうが「正」、というようにそれぞれ正負の極性が直感的に判断でき

るのに対して、「方位」を例として用いる場合には、例えば東の方向を「正」と見做すことにする、というように、まずは極性のルールを定めてから用いる必要がある。説明する側にとっても、される側にとっても、そのルールは必ずしも直感的に認知できる自明のものではないため、「方位」を例として用いることの有効性は全体的に低いものとなってしまったことが考えられる。

#### 重量：

「値」という観点から負の数を説明するときに「重量」を例として用いることの評価は、ほとんどの評価項目において「温度」、「金銭」に次ぐ3位の評価であった。「イメージ性」において3位であり、1位の「温度」より有意に低く、4位の「方位」より有意に高かった。「理解しやすさ」、「指導しやすさ」においても3位であり、1位の温度より有意に低かった。「指導のモチベーション」においても3位であった。ただし、「適切性」においては、1位の「温度」より評価が有意に低かったとは言え、「金銭」と同値の2位の評価であった。

このように、「値」という観点から「重量」を用いて負の数を説明することの評価は、ほとんどの評価項目で「方位」に次いで低かった。自由記述において多くの実験参加者が指摘していた問題点は、我々が体験する日常世界では物質は常に重量が正の値を持つものであり、重量が負の値を示すような物質をイメージすることができないということであった。そのことが負の値を説明するために「重量」を例として用いることの難しさの原因となっていたことが考えられる。

一方、「増減」という観点から負の数を説明するときに「重量」を例として用いることの評価は、「イメージ性」、「指導しやすさ」、「指導のモチベーション」においては「温度」、「金銭」に次ぐ3位の評価であったものの、「適切性」、「理解しやすさ」においては、いずれも1位の「温度」に次いで2位の評価であり、いずれも4位の「方位」より有意に高かった。

「値」の観点から用いる場合と同様、「増減」という観点から「重量」を用いて負の数を説明することの評価も、多くの評価項目で「方位」に次いで低かった。ただし、「重量」が負の値を示す物質をイメージしにくいという「値」の観点から用いる場合に生じるであろう問題とは異なり、「重量」の増減は、例えば日々の「体重」の増減のように日常的な現象の中でも見受けられるため、「理解しやすさ」の評価は「温度」に次いで2位という、「値」の観点から用いられる場合には見られなかった高い評価が得られたものと思われる。

#### 4. 一般的考察

本研究では、数学参考書の中で「負の数」を説明するために実際に採用されている例の中から「温度」、「金

銭」、「方位」、「重量」を選び出し、それらの例を用いた「負の数」の説明を実験参加者に体験させた後、それぞれの例について7種類の評価項目を用いた評価を行なわせた。その結果、要約すると、例の種類ごとに次のような評価の特徴が認められた。

**温度：**「値」、「増減」いずれの観点においてもほとんどの評価項目で最も評価が高かったが、「増減」という観点から用いる例としては「面白み」に欠けることが指摘され、「指導のモチベーション」の評価をやや下げていた。

**金銭：**「値」という観点から見た評価は「温度」に次いで高かった。「増減」という観点から見た場合には「負」の概念が「損失」のイメージを想起させてしまうことによって「適切性」を下げる傾向が認められた一方で、その「損失」のイメージが「面白さ」と結びつくことによって「指導のモチベーション」、「指導しやすさ」を高める効果を生み出している可能性も示唆された。

**方位：**正負の極性が恣意的であるという問題によって、「値」、「増減」いずれの観点においても全ての評価項目で最も評価が低かった。

**重量：**「値」という観点から見た評価は、負の値の重さを持つ物質をイメージすることができないという問題によって全体的に低かったが、「増減」という観点から見た評価は「理解しやすさ」等において比較的高い評価が得られた。

このように、例の種類によって、その評価には大きな差が認められた。「温度」の評価がほとんどの評価項目で最も高かった一方で、「方位」の評価は全ての評価項目で最も低いという結果になった。

しかし、先にも指摘した通り、新しい概念の持つ全ての属性を単一の例が常に都合よく網羅的に備えているわけではない。したがって、説明に用いられる例の評価も、全てにおいて良い、あるいは、全てにおいて悪い、という単純な評価に落ち着くわけではない。本研究で用いられた例の中には、一つの例の内部においても、また、説明の観点の違いによっても、評価項目ごとに評価に差異が生じるケースがいくつか確認された。特に「金銭」においては、「値」という観点からの評価は全体的に高かったのに対して、「増減」という観点からの評価は「適切性」は低いが「指導のモチベーション」「指導しやすさ」は高い、という特徴的な評価が認められた。このことは、「温度」の評価がほとんどの評価項目で最も高かったのに対して、「増減」という観点からの評価において「指導のモチベーション」の評価がやや低かったことと対をなす特徴的な傾向であるとも言える。

以上のように、例の種類によって、また、一つの例の内部においてさえ評価項目によって、さらには、評価の観点の違いによって、例の評価は左右されること

が本研究では実験的に確認された。だからこそ、新しい概念をどの例を用いて説明するかという判断は、例の有効性を高めるために重要な意味を持つものであると考えられる。

「負の数」を説明するという場面に限定して考えるなら、本研究の結果は、「値」、「増減」いずれの観点においても「温度」を例として用いるという判断が最も無難であることを示唆しているのかもしれない。しかしながら、さらに場面に限定して「増減」の観点から説明するという場面のみを想定するなら、指導者、ひいては、学習者のモチベーションを高める可能性を秘めた「金銭」をあえて用いるという判断も考慮に値するものかもしれない。

一方で、現行の数学参考書においては「温度」、「金銭」と同程度に高い頻度で採用されている「方位」については、「負の数」を説明するための例としては、その採用の是非に再考を要する可能性が示唆された。「方位」は「値」、「増減」いずれの観点においても全ての評価項目で最も評価が低く、その問題点として正負の極性が恣意的であることが多くの実験参加者から指摘された。このことを考えると、少なくとも「負の数」という新しい概念を初めて数学の世界に導入する時期において、例として「方位」を採用するメリットは少ないものと考えられる。確かに、「負の数」の概念の導入が完了し、続いて「数直線上に表す」、「加法と減法を統一的に表す」(文部科学省, 2008)等の課題に移行した段階では、「方位」という例が有効性を発揮する可能性もある。「方位」という例は値を空間的に配置する「数直線」とは相性が良いとも考えられるし、「加法と減法」を空間的な移動距離と対応付けて説明することも有効であることが予想される。そのような発展的な段階における例としての有効性を見越して「負の数」の導入部において「方位」を例として採用する参考書が多いのかもしれない。しかしながら、「負の数」を導入する際に「方位」を例として用いることの問題は、先に指摘した通り、依然として残るものと考えられる。

本研究は「負の数」を説明するために用いられる例を評価の対象として分析を行なったが、本研究で得られた知見は他の概念を例を用いて説明する状況にも当てはめて考えることができるものであろう。すなわち、一つの例は説明すべき概念の全てを有効に説明できるわけではないということ、そのため、どの観点から説明するのか、例を用いて行なう説明のどのクオリティを特に重視するのか(例えば、例としての「適切性」を重視するのか、あるいは、「指導のモチベーション」を重視するのか)、等によって、どの例を採用するのがふさわしいのかを総合的に判断する必要があるということを本研究の結果は示唆している。

今後も、抽象的な概念を具体物を例にして説明する

際に有効な、説明される対象が持つ属性と説明に用いられる例が持つ属性との間の関係について、詳細な分析を進めていく必要があると考えられる。

## 引用文献

- 文部科学省(2008) 中学校学習指導要領解説数学編 教育出版  
鈴木宏明(1996) 類似と思考 認知科学モノグラフ第1巻 共立出版  
田辺敏明(1990) 心理学概念の理解と保持における比喩的説明の効果—比喩の特性と用法に関して— 教育心理学研究, 38, 166-173.

(2016年9月16日受理)