Bulletin of Aichi Univ. of Education, 66（Educational Sciences）, pp. 69 − 76, March, 2017

子どもの思考に基づいた新しいカリキュラム
―割合概念の場合―

栗山 和広[*]　吉田 甫[**]　中島 淑子[***]

[*]学校教育講座（教育心理学）
[**]立命館大学文学部
[***]愛知文教大学

A New Curriculum Based on Children's Thinking: The Case of Ratio Concepts

Kazuhiro KURIYAMA*,　Hajime YOSHIDA**
and　Yoshiko NAKASHIMA***

*Department of School Education (Educational Psychology), Aichi University of Education, Kariya 448-8542, Japan
**College of Letters, Ritsumeikan University, Kyoto City 603-8577, Japan
***College of letters, Aichi Bunkyo University, Komaki City 485-8565, Japan

最近の数理解に関する研究から，インフォーマルな知識が子どもの数概念の理解に重要な役割を果たしていることが指摘されている（Fuson，1988；Leinhardt，1988；Mack，1990；Mack，1993）。インフォーマルな知識とは，非公式的に獲得した知識であり，日常の活動をとおして教科内容に関連する知識を子どもが獲得したものである（Bruer，1993）。また，Lamon（2007）は，子どもの数概念の理解において，子どもの思考や知識を基にした教授介入が重要であることを指摘している。しかし，これまで，数概念に関して新しいカリキュラムを構成して実践し，その教授介入の効果を評価することが指摘されているにもかかわらず（Carpenter et al.，1993），そうしたアプローチはまだ極めて少ない。そこで，本研究は，子どもの思考を基にしたカリキュラムを構成し，実践し，評価することについて検討することである。

現在の算数・数学教育におけるカリキュラムは，教科のもつ論理構造から構成されている。そこでは，数学の論理体系を容易な内容から難しい内容へと構成するカリキュラムとなっており，子どものインフォーマルな知識や思考は取り入れていない。子どもの知識や思考を基にした「子どもの論理」という視点からのカリキュラム構成による教授介入については，全くといっていいほど検討されていない。「教科の論理」に基づくカリキュラムからの教授で子どもが十分に理解できれば問題はないが，実際はそうなっていない。文部科学省・国立政策研究所（2015）によれば，算数・数学についての基礎的な知識・技能の定着は良好であるが，知識・技能を実際場面に活用する力に問題があることを指摘している。そこで，本研究は，現在の算数・数学のカリキュラムに見られる「教科の論理」による構成ではなく，子どもの知識や思考を基にした「子どもの論理」（De Corte，2000）を取り入れたカリキュラム構成を試みる。子どもの知識や思考を基にしたカリキュラムとは，教科の論理で構成されている内容に，子どもが学習前に既に獲得しているインフォーマルな知識や認知的障害（実際に困難な内容）を組み入れたものである。

最近，子どもの論理を組み込んだカリキュラム構成からの教授介入が検討されている（栗山･吉田，2013；Moss & Case，1999）。しかし，Moss & Case（1999）の研究では，子どものインフォーマルな知識がどのようなものかについては，ほとんど検討されていない。栗山･吉田（2013）では，子どもが学習する際にどこに難しさをもっているかという認知的障害について，十分に検討されていない。こうした問題点を修正して，子どもの思考を基にしたカリキュラム構成による教授介入を検討することは必要である。

本研究では，子どもの数概念のなかでも有理数としての割合概念を取り扱う。小学校で学習する割合概念は，小数，分数，比例といった有理数の下位概念の1つであり，中学校で学習する有理数へとつながっていく重要な概念である。しかし，割合概念は小学校の算数の中で，子どもにとって理解することがきわめて困難な概念の1つである（Kieren，1988；中村，2008；Lamon，2007）。割合の難しさに関する研究としては，

これまでにも数学教育の観点から数多くの研究が行われている（Hart，1988；石田・神田，2008；Keiren，1983，1988，1993；中村，2008；渡辺，2011；Smart，1980）。例えば，Kieren（1983）は，割合の理解には，比や単位量といった複数の下位概念を統合するための記号化や手続きを習得することが必要であるため，割合概念は困難であることを指摘している。割合概念は，子どもにとって理解することがきわめて困難な概念であるといえよう。ただし，そうした研究では，実践経験の中から引き出された考えや，あるいは数学的な論理構造を背景にしており，子どもの思考や知識といった認知心理学からの研究ではない。

しかし最近になって，認知心理学の視点から，割合概念に関する子どもの知識や思考についての研究が展開されるようになってきた（Jitendra et. al.，2009；Jitendra et al.，2011；栗山，2007；栗山，2011；栗山，2013；栗山・吉田，2016；吉田・河野，1999；吉田・河野・横田，2000）。そこでは，子どもの知識や思考という視点からの研究が展開され，主に2つの視点からの研究が展開され，いくつかの注目すべき結果が得られている。第1に，子どもはインフォーマルな知識が極めて豊かであることが示されている。研究からは，学習する以前の子どもが日常生活の中で割合の基本となる意味を獲得しており，また％を量という点から理解していることが明らかにされている（栗山，2011；吉田・河野，1999；吉田・河野・横田，2000）。さらに，子どもは割合を学習していないにも関わらず，インフォーマルな知識を利用して割合の第2用法に対応する問題さえも解決することができることが示されている（栗山，2011；吉田・河野・横田，2000）。第2に，子どもが割合を新しく学習するさいに，何が子どもにとって実際に困難な内容（認知的障害）になるかを具体的に明らかにしていることである。そうした認知的障害の例としては，第1に，割合の構成要素である，基準量，比較量，割合の同定の困難さが指摘されている。第2に基準量，比較量といった用語と全体と部分という子どもの既有知識との不一致（栗山，2007；吉田・河野，1999）が明らかになっている。第3に，基準量が異なるときの等全体（栗山・吉田，2016）が指摘されている。割合における等全体とは，2つ以上の割合の大きさを比較する際に，比較するそれぞれの割合の全体の大きさは同一であるという概念，つまり比較すべき割合の全体は1（百分率では100％）である。こうした認知的障害のなかでも，等全体の認知的障害については，割合において獲得すべき重要な概念であるにも関わらず，今まで全く検討されてこなかった。こうして，子どもは公的に学習する前から豊かな知識をもっていることや，認知的障害が示されていることは，カリキュラム構成に重要な示唆を与える。

新しいカリキュラム構成について示す前に，現行のテキストにおける割合の指導内容について述べる（啓林館，2015）。最初に，割合は，0.8倍というような小数倍として教えられる。小数倍の表現で，割合の意味を理解するために割合の3用法を学習する。3用法について，最初に第1用法としての「割合＝比べる数÷基にする数」が指導される。次に，第2用法「比べる数＝基にする数×割合，そして，第3用法「基にする数＝比べる数÷割合」が指導される。その後に，小数は百分率（％）で置き換えられることを指導し，％の表現を用いた3用法の問題について指導する。3用法について学習した後，割合のグラフの意味について指導する。

本研究では，先述した認知心理学から明らかにされた子どもがもつ豊かなインフォーマルな知識と認知的障害を基にして，以下の枠組みで新しいカリキュラムを構成し，それを基にした教授介入について検討する。第1のインフォーマルな知識としては以下の枠組みを検討する。子どもがインフォーマルに獲得している割合の量的な概念を強調する。従来のカリキュラムでは，記号としての割合概念と計算に重点があり，子どもがインフォーマルに獲得している量としての割合概念にほとんど関心がもたれていない。そのことが，先述した知識・技能を活用する力を獲得できない問題であると考えられる。そこで，割合の意味と量を記号に関連させていく。そのために，割合の大きさを視覚的に捉えることを可能にする新たな教材として，視覚的モデルとしての割合モデルを導入する。こうしたことにより，割合の記号の背景にある概念的知識が獲得されると考えられる。

第2の認知的障害の枠組みとして，以下の2点を検討する。(1) 2つ以上の割合の大きさを比較する際に，比較するそれぞれの割合の全体の大きさは同一であるという点について指導する。割合の大きさを比較するには，全体が同じでなければならないという等全体の概念が獲得されると考えられる。(2) 割合の構成要素としての同定が困難な基にする量や比べる量でなく，既有知識として理解している部分と全体という点から指導する。部分と全体という点から指導することにより，割合の構成要素の同定が容易になり，割合の概念的知識が獲得されると考えられる。

本研究では，こうした枠組みに基づいた新しいカリキュラムを構成し，それを評価することが目的である。こうしたカリキュラムは，割合の意味的理解を促進することが予想される。さらに，等全体を取り込んだ介入が，等全体の理解を深化し，3用法の解決，割合の構成要素の同定を容易にすることが予想される。

方　法

参加者

中規模の都市の公立小学校の5年生31名が参加した。教師は30歳前半の男性教師で，教育への情熱は強く，教師としての資質は高かった。

授業

新しいカリキュラム構成と教授介入について述べる前に，現在のテキストのカリキュラムについて紹介する。

(1) テキストのカリキュラム

5年生の割合単元（啓林館）は，合計で14時間である。その構成は，最初に差による比較と倍による比較を通して割合の学習に関心をもたせる。次の4時間で，割合の意味を導入し割合を求める問題の理解を深める。次の1時間で，％の意味と％と小数倍との関係について指導する。その後の2時間で％を使った割合の3用法の問題について指導する。その後1時間で練習問題，続いて割合のグラフが2時間，割合の応用問題が2時間，さらにたしかめと復習が1時間指導されるという単元構成である。

第1時は，小数の計算の復習と倍による比較について指導した。倍の比較では，学校の高さが15mで百貨店の高さが30mのとき，学校の高さは百貨店の高さの何倍であるかについて教えられた。第2時は，第1用法が小数倍として教えられた。ソフトボールクラブの定員は20人で希望者が40人，サッカークラブの定員は25人で希望者が45人であり，それぞれのクラブの希望者は，定員の何倍になっているかを求めるものであった。この問題では，どの数が比べる量であり，どの数が基にする量であるかを説明し，公式に代入して割合が求められるかが教えられた。第3時は，第1用法の他の問題について指導された。第4時は，第2用法の公式が示され，公式を用いて解くように指導された。第5時は，第3用法が指導され，公式を用いて解くように指導された。割合の3用法では，いずれの時間とも，問題を提示した後，関係図や線分図を使って，公式に代入して解決するように指導された。第6時と第7時は，百分率の意味と百分率と小数倍との関係について教えられた。小数を％に，％を小数に変換することが指導された。そして，割合の3用法の問題を，公式を用いて解くように指導された。小数倍では，3用法が3時間で教えられたが，百分率では3用法が2時間で指導された。第8時と第9時で，割合の3用法の問題の復習であった。第10時と第11時に，割合のグラフの意味を理解し，グラフを読むことができることが指導された。第12時と第13時は，割合の応用問題，第14時は，復習であった。

(2) 新しいカリキュラムの構成

新しいカリキュラムは，第9時までが新しいカリキュラムで構成されていた。第10時から第14時は，新しいカリキュラムも指導書に従って指導されており同じであった。カリキュラムで新しく構成された点は，量的な概念の強調，指導系列，割合の構成要素として部分と全体からの指導，等全体の指導の4点である。

子どもの量的な概念を強調するために，Figure 1に示されている割合モデルと名づけた教材を利用して，割合を心的に表象させる指導をおこなった。割合モデルの図では，外側が基にする量で，内側が比べる量を示している。この図では，量としての割合の大きさに応じて内側の図を長くしたり短くすることにより，割合が100％以下でも100％以上でも関係なく表すことができる。比べる量がどのように変化しても，基にする量と比べる量の関係から，子どもは割合に対するおよその見積もりを獲得することができる。割合の大きさを視覚的に捉えることができることにより，心的な表象が獲得できる。さらに，割合モデルを基にした子どもが実際に使用できる教材（割合マシーン）を作成した。この教材は，割合モデルと同じで，外側が基にする量で，内側が比べる量を示したものである。内側が青いテープで外側がプラスチックでできており，内側のテープを長くしたり短くしたりすることにより，100％以下の割合の量を子どもが実際に操作できるようにしたものである。

指導の系列は，新カリキュラムでは，子どもがインフォーマルに既に獲得している第2用法を最初に指導し，次に第1用法，第3用法が教えられた。

認知的障害を克服するために，割合の構成要素である基にする量と比べる量について，既有知識として獲得している部分と全体を用いて，基にする量は全体で，比べる量は部分として理解することを強調した。また，等全体について，2つ以上の割合の大きさを比較する際に，比較するそれぞれの割合の全体の大きさは同一であるという概念，つまり比較すべき割合の全体は1（100％）であることが指導された。

また，テキストでは，割合の3用法が小数倍と％の両方で合計5時間で指導されたが，新しいカリキュラムでは，割合の3用法の公式については3時間だけ指導された。

第1時は，％を割合モデルの図と割合マシーンを用いて表現できることを指導した。そこでは，基にする

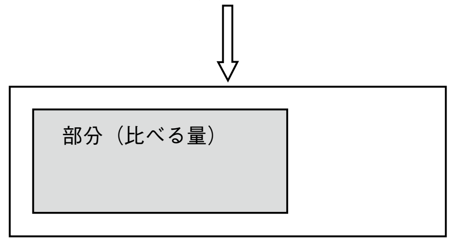


Figure 1　割合モデル

量と比べる量と割合を，部分と全体という点から指導した。割合を小数倍としてではなく，％として指導した。100％で示された身の回りの量をもとに，もう一方の量の大きさの大小を判断するように指導した。第2時は，2つの量のどちらを基にした場合でも，残りが比べる量となって割合を示すことができることを，割合モデルから指導した。ここでは，100％以上の％を割合モデルで表すことができることを指導した。第3時は，問題を割合モデルに表して，量としての割合の大きさを見積もり，さらに割合の大きさ比較ができることを指導した。ここでは，基にする量が示されていないときの割合の大小比較の問題を提示した。割合の大きさ比較は，基にする量に注目することの重要性を教えた。第4時は，割合の大小比較は，全体が等しいときに比較できるという等全体について指導した。全体の量（基準量）が異なる問題を提示し，割合の大小について討論させた。割合の大小比較をするには，全体を100％として割合の大きさは同一であることを指導した。

最初の4時間では，割合の公式は全く指導されなかった。割合の意味および量としての割合の大きさが割合モデルを基にして教えられた。

第5時は，割合モデルの図を用いて，％と小数倍との関係について指導された。小数倍については，この時間に初めて教えられた。第6時は，基にする量と割合を知って比べる量を求める第2用法が指導された。第2用法の公式が教えられ，公式を用いて問題を解く方法が指導された。問題を解いた後，割合モデルを用いて答えが適切であるかを確認できることも教えられた。第7時は，基にする量と比べる量を知って割合を求める第1用法が指導された。公式を用いて問題を解くこと，割合モデルを用いて答えの確認ができることが教えられた。第8時は，比べる量と割合を知って基にする量を求める第3用法が指導された。ここでも，公式による問題解決と割合モデルによる答えの適切性について教えられた。第6時から第8時までは，答えが適切であることを，割合モデルや割合マシーンの利用により判断できることを理解させた。第9時は，復習であった。

テスト

(1) 事前テスト

事前テストは，子どもが割合概念を公的に学習する前に獲得しているインフォーマルな知識や思考について，分析することであった。割合の単元開始2ヶ月前に行われた。事前テストは，割合の意味表象の問題，量的表象問題，第2用法の3種類であった。意味表象の問題は，値引きによる値段の比較（30％引きと20％引きのどちらが安いか），全体として1の概念，部分と全体の関係，の3問であった。量的表象の問題では，円の全体の50％，25％，75％，90％に斜線が引かれていてその大きさを表現させる問題であった。第2用法に関する問題では，30人乗りのバスで50％の人数は何人ですか，20人乗りのバスで25％の人数は何人ですか，40人乗りのバスで75％の人数は何人ですか，の3問であった。

(2) 事後テスト

4種類のテストが，単元の学習終了後1週間以内に一斉テストとして実施された。

【1】3用法の問題3問：第1用法，第2用法，第3用法の問題が各用法ごとにそれぞれ1問出題された（例：ちなつさんのクラスは35人で，このうちの7人が宿題をやっていません。宿題をやっていない人は，クラス全体の何％でしょう。）

【2】変換問題4問：小数を百分率へ，また百分率を小数へ変換する問題（例：7％を（　）倍として表せます。1.37倍は（　）％として表せます。）

【3】関係課題2問：（例：つばさ君の身長は，まさし君の身長の130％です。しんじ君の身長は，まさし君の身長の80％です。身長の高い順に並べましょう。）

【4】作図問題2問：（例：①みきさんは買い物に行きました。ぼうしに「定価の30％引き」という札がついていました。ぼうしの定価を下の図のように表すと，30％引き後の値段はおよそどのように表せるでしょう。斜線を引いて表しましょう。②公園の全体の50％が広場で，広場の10％が砂場になっています。公園の面積を下の図のように表すと，砂場面積はどのように表せるでしょう。）

【5】等全体についての文章問題（例：1970年の農業生産額の割合は，米は60％，野菜は15％，その他が25％でした。2000年の農業生産額の割合は，米は40％，野菜は35％，その他が25％でした。米の割合が，60％から40％に減っているから，米の生産額は減っています。このことは正しいですか，その理由も書きましょう。）

【6】等全体のグラフ問題：

つばさくんの学校では，リサイクル活動を行っています。つばさくんたちは，7月，8月，9月のリサイクル活動で集めたものの重さを，下のようにグラフにまとめました。以下の問題に答えましょう。

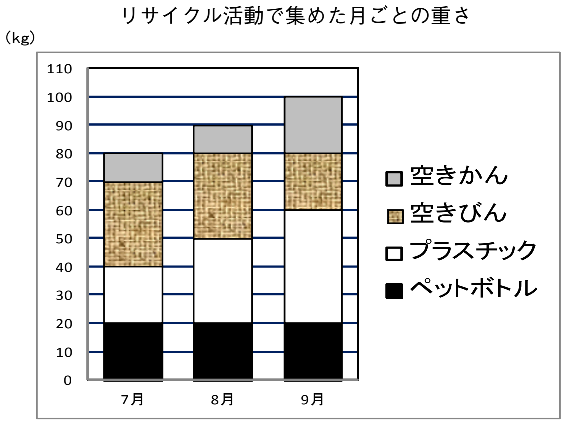
①グラフを見ると，7月から9月までの，それぞれの月に集めた空きびんの重さの変化について，どのようなことがわかりますか。次の，1から3までの中から正しいものを1つ選んで，その番号を丸（まる）で囲（かこ）みましょう。

1. 空きびんの重さは，だんだん減っている。
2. 空きびんの重さは，変化していない。
3. 空きびんの重さは，だんだん増えている。

②7月の全体の重さをもとにしたペットボトルの重さの割合と，9月の全体の重さをもとにしたペットボ

トルの重さの割合を比べると，どのようなことがいえるでしょうか。1から3までの中かから正しいものを1つ選んで，その番号を書きましょう。

1. ペットボトルの重さの割合は，7月の方が大きい。
2. ペットボトルの重さの割合は，7月と9月で同じ。
3. ペットボトルの重さの割合は，9月の方が大きい。



平成21年度全国学力テスト　小学校算数B　問題5を改変

【7】3用法の要素の同定問題3問：（例：まこと君の組は，40人（　　）です。そのうちの25％（　　）が音楽クラブにはいっています。音楽クラブにはいっている人は（　　）人でしょう。棒線を引いたそれぞれの量は，基にする量，比べる量，割合のどれにあたりますか。）

結　果

1. 事前テスト

割合の意味表象に関する問題では，正答率は92％，量的表象の問題では，正答率は77％，第2用法の問題では，正答率は58％であった。子どもがインフォーマルに理解しているといえる基準については，一般的に子どもがインフォーマルな知識を獲得していないならば皆無に近いことが考えられ，5割以上の正答率は高く，インフォーマルな知識を獲得していると考えられる。これらのことから，子どもは，割合の意味，割合の大きさの理解，また第2用法の理解についても，インフォーマルに獲得していることが示された。

2. 事後テスト

(1) 割合の3用法の解決

割合の3用法ごとの正答率は，第1用法が55％，第2用法が61％，第3用法が52％であった。用法ごとの正答率の差について検定したところ差は認められなかった（$\chi^2(2)=0.15$, *n.s.*）。答案用紙には，子どもが用いた方略などを書くように指示していた。子どもが用いた方略には，①計算そのものを書いている，②答えの見積もりをして演算を選んでいる，③作図をしている，④未記入，などがあった。②と③は，いずれも見積もり過程を示しているので見積もり方略とした。問題ごとに，計算，見積もり，未記入，のどの方略を用いたかの頻度を求め，全問題中に占める割合を求めた。計算方略が最も高く55％，見積もり方略が35％，未記入が10％であった。方略の頻度率ごとの差について検定したところ有意な差が認められた（$\chi^2(2)=28.64$, $p<.001$）。

(2) 変換課題

4問の平均正答率は82％で，80％台という高い正答率であった。変換課題は，小数を百分率へ，また百分率を小数へ変換する問題であり，子どもは小数と百分率へ変換する困難性をもっていないことが示唆される。

(3) 関係課題

関係課題は，公式を用いずに，量の大きさの見積もりだけで考える問題であった。2問の平均正答率は67％であった。

(4) 作図課題

正しく作図できた子どもの正答率は，問題①で48％，問題②で42％であった。問題①で誤答した子どもの誤りについて分析したところ，誤答した子ども全員が30％のところに斜線を引いていた。部分だけで捉えており，全体と部分の関係について理解していないことが示された。問題②は，全体の部分の部分についての理解問題である。全体の部分の部分を求めず，部分だけを示した誤りと未記入についての頻度を求め，誤答した全問題中に占める割合を求めたところ，部分だけを示した誤りが91％，未記入が9％であった。

(5) 等全体の文章問題

全体を示さずに割合だけを示して比較量の大小について答える問題であった。この問題は，全体の量が示されていないために，全体が分からないと比較量の大小について答えられない。割合の大きさを比較するには，全体が同じでなければならないという等全体の概念を理解していないと正解できない。正答率は52％であった。答案用紙には，答えた理由を書くように指示していた。正答した子どもの理由について分析したところ，「全体の数が分からない」「どれくらい生産したかが分からない」「100％がどれくらいか分からない」という全体の量の大きさについて述べていた。誤答した理由について分析したところ，「60％と40％では，60％が大きくて40％が小さい」という部分の％の大小だけで判断した子どもが100％であった。誤答した子どもは，全体が同じでなければならないという等全体の概念を獲得していないことが明らかである。

(6) 等全体のグラフ問題

①の問題は，グラフの読み取りが正確にできるかについて問う問題である。正答率は81％と高い正答率であり，グラフの読み取りは正確である。②の問題は，グラフを用いた等全体の問題である。正答率は55％であった。答案用紙には，答えた理由を書くように指示

していた。子どもが答えた方略には，（a）等全体の知識で考えて説明している（例：全体が小さいほどペットボトルの割合は多くなる），（b）計算で割合を求めて説明している，（c）部分だけで説明している（例：7月と8月と9月は，グラフを見るとペッボトルは同じ），（d）全体の量で説明している（7月は80kgのうちの20％だけど，9月は100kgのうちの20％だから），（e）未記入，などがあった。Figure 2に，等全体の知識，計算，部分，全体，未記入などのどの方略を用いたかの頻度を求め，グラフ問題の全問題に占める割合を示した。Figure 2から見られるように，等全体の知識を用いて見積もりをして解決した子どもが多く見られた。割合の大小比較において，計算をして解く子どもはわずか3％であった。

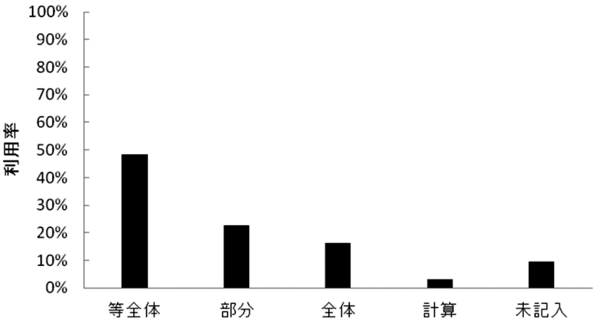


Figure 2　等全体のグラフにおける方略の利用率

次に，等全体について理解していることが，3用法の解決，構成要素と関連があるかについて調べた。最初に，等全体のグラフ問題と3用法の解決の関連について検討した。等全体のグラフ問題で正解の子どもを正解群，不正解の子どもを不正解群とした。3用法の問題の正解の合計点を求めた。正解群の3用法の得点は2.73点（SD=0.56），不正解群の3用法の得点は1.58点（SD=0.96）で，正解群が不正解群より有意に高かった（t（67）=4.13，p<.001）。等全体を理解している子どもは，3用法の問題の解決が容易であることが示唆される。次に，等全体のグラフ問題と構成要素の関連について検討した。等全体のグラフ問題で正解の子どもを正解群，不正解の子どもを不正解群とした。正解群と不正解群について，3用法の構成要素の問題の①，②，③それぞれにおいて，基にする量，比べる量，割合の3つとも正答した場合に1点とした。各問の総合合計点を人数で割った値を求めたところ，正解群の平均値は2.70点（SD=0.58），不正解群の平均値は1.78点（SD=1.05）であった。2群の平均値の差を検定したところ正解群が有意に高かった（t=3.07，p<0.01）。等全体の概念を獲得している子どもは，3用法の構成要素の同定は容易であることが示唆される。また，等全体のグラフと等全体の文章問題の関連について検討した。等全体のグラフ問題で正解の子どもを正解群，不正解の子どもを不正解群とした。正解群と不正解群の得点について，フィッシャーの直接確率の検定をおこなったところ有意差が見られた（p=0.03）。等全体の概念を獲得している子どもは，グラフ問題や文章問題の形式にかかわらず等全体の概念を理解していることが示唆される。

（7）3用法の要素の同定問題

割合の構成要素の同定の正答率について，①，②，③のそれぞれの完全正答のみを正答として分析した。第1用法の正答率は90％，第2用法の正答率81％，第3用法の正答率は58％であった。用法ごとの差について検定したところ有意差は認められなかった（$\chi^2(2)=0.32$，*n.s.*）。

考　察

これまでの割合に関する指導は，教科の論理に基づいたカリキュラムに基づいており，公式を最初に学習し，公式を用いて問題を解決するという指導がとられていた。そこでは，割合の意味的な理解に用いる時間は少なく，ドリル学習を主にした指導であった。本研究では，インフォーマルに獲得している量的な概念を強調し，割合の意味や量としての大きさを主に指導した。さらに，これまで全く考えられていなかった認知的障害としての等全体の概念を指導した。本研究の目的は，こうした子どもの思考を基にしたカリキュラムを構成してそれを評価することであった。

テキストのカリキュラムでは，3用法が小数倍と％の両方で合計5時間で指導されたが，新しいカリキュラムでは，3用法の公式についての指導は3時間だけであった。3用法の問題解決に費やした時間は，新しいカリキュラムより2時間も少ない。一般的には，問題解決に多くの時間を費やした方が，3用法の解決の成績は高いと考えられる。本研究における新しいカリキュラムの3用法の正答率は，第1用法が55％，第2用法が61％，第3用法が52％であった。栗山・吉田（2013）の教科書に従って指導した子どもは，第1用法が58％，第2用法が70％，第3用法が60％であった。直接的には比較できないが，新しいカリキュラムで指導した子どもとテキストで指導した子どもにおいて，3用法の問題解決の正答率に差はないことが考えられる。本研究では，割合の量概念としての割合を強調し，割合の意味や量としての大きさを主に指導した。さらに，こうした点を指導するために，割合モデルを用い，教材としての割合マシーンを使用した。こうした指導が，3用法の学習時間が少ないにも関わらず問題解決に効果をもたらしていることが示唆される。しかし，本研究の3用法の正答率は5割程度であり，満足できる結果とはいえない。3用法の問題ごとで用いられた方略をみると，計算方略が55％，見積もり方略が35％，未記

入が10％であった。問題解決において見積もり方略の重要性が指摘されている（Mulligana & Mitchel-more, 1997；Sowder，1992）。しかし，子どもが見積もり方略を十分に使わず，計算方略に依存していたことが考えられる。割合モデルを利用した見積もり方略を，どのようにして子どもに獲得させるかについて更なる検討が必要である。

本研究のカリキュラム構成では，等全体の概念の指導を取り入れた点が，今までのテキストのカリキュラムと全く異なる重要な点である。栗山・吉田（2016）は，基準量が異なり，割合の量を判断する問題で，割合を学習する以前の4年生と5年生の正答率はそれぞれ，1.7％，7％で，割合を学習した6年生においても正答率は18.8％と極めて低かった。この問題は，基準量は異なるが比較量が同一であり，等全体の概念を獲得していれば，この問題は容易な問題であるが，そうでない子どもには極めて困難な問題である。現行の算数のカリキュラムでは，この等全体という概念は，学習目標としては設定されていない(啓林館，2015)。実践現場では，このことに少し触れる教師もいるが，学習目標となっていないために，深く学習する機会はないと言える。つまり，子どもが等全体という概念を獲得する機会そのものが少ない。そのことが，割合を学習した6年生において，基準量が異なる問題における割合の量の判断の理解の困難さをもたらしていると考えられる。本研究では，カリキュラムに等全体を取り入れた結果，等全体のグラフ問題の正答率は55％であった。栗山・吉田（2016）の研究の約3倍も高い。本研究の新しいカリキュラムに等全体の概念を取り入れることにより，子どもは等全体の概念を獲得することが示されたといえる。Yoshida & Sawano (2002) は，分数について，教科書のカリキュラムに基づいて指導した子どもより，認知的障害への対応を組み込んだ新しいカリキュラムに基づいて指導した子どもの方が，分数の概念的理解の成績は2倍以上も高いことを示している。本研究の結果は，彼らの結果とも一致している。

また，等全体概念と3用法の解決や3用法の構成要素の同定の正答率についての関連を検討した。等全体のグラフ問題【6】と3用法の解決問題【1】，等全体のグラフ問題【6】と3用法の要素の同定問題【7】との関連がみられることから，基準量が異なる場合についての等全体の理解と，公式の選択や3用法の構成要素の正しい理解との関連性が示された。このことから，等全体における基準量が異なる場合について理解できるかどうかが，公式の選択や3用法の構成要素の同定への理解，ひいては割合の概念的理解と関連のあることが示唆された。

本研究では，子どもがもつ豊かなインフォーマルな知識と認知的障害を基にした新しいカリキュラムを構成し，それを基にした教授介入により，等全体の概念の獲得に効果をもつことが実証された。さらに，3用法の解決，公式を用いずに量の大きさの見積もりだけで考える関係課題においても，ある程度の効果をもつことが示唆された。算数・数学についての知識・技術を実際の場面で活用することが弱いことが指摘されている（文部科学省・国立政策研究所，2015）。子どもの思考を基にしたカリキュラム構成による教授介入は，こうした指摘に対しての効果的な解決策の1つになることを示している。

子どものインフォーマルな知識を組み込み，さらに新しい概念を学習するさいに具体的な認知的障害を同定した上でカリキュラムを構成するという，「子どもの論理」からのアプローチは，「比率や比例」など他の多くの概念にも容易に適用可能である。そのためには，それぞれの領域で，子どものもつインフォーマルな知識や認知的障害を具体的に明らかにしていくことが今後の課題である（栗山，2013；Yoshida & Sawano, 2002）。これからの21世紀型学習スキルでは，既存のカリキュラムとは異なる子どもの思考や発見能力を取り入れた新しいカリキュラム構成が重要な課題の一つとなっており，今後検討されるべき重要なことであると考えられる。こうして，これまでの教科の論理に基づくカリキュラムを脱却するためには，子どもの論理に基づくカリキュラムが有望であり，将来の教育における重要なアプローチの1つとなる可能性をはらんでいる。

さらに，今後の課題として，本研究では比較のためのテキストで指導された統制群が設定されていないという問題点がある。また，新しいカリキュラム構成により教授介入を行ったクラスが1クラスだけであり，この結果が，さらに一般性をもつためには，教師と子どもの数を増やして検討する必要がある。

付記

本研究は，平成26～28年度日本学術振興会科学研究費補助金「基盤研究（C）：課題番号26380879，研究代表者：栗山和広」の助成を受けたものである。

引用文献

Bruer, J.T. (1993). *Schools for thought*. Cambridge: MIT Press. 松田文子・森敏昭（訳）1997　授業が変わる：認知心理学と教育実践が手を結ぶとき　北大路書房

Carpenter, T.P., Fennema, E., & Romberg, T.A. (1993). Toward a unified discipline of scientific inquiry. In T.P. Carpenter, E. Fennema & T.A. Romberg (Eds.), R*ational numbers: An integration of research*. Hillsdale (pp. 1–11), NJ.: Lawrence.

De Corte, E. (2000). Marrying theory building and the improvement of school practice: A permanent challenge for instructional psychology. *Learning and Instruction, 10*, 249–266.

Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Hart K. (1988). Ratio and proportion. In J. Hiebert & M.J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle graders* (pp. 198–219). Hillsdale, NJ: Lawrence.

石田淳一・神田恵子（2008）．5学年「割合」単元における関係図や線分図をかいたり，よんだりする指導に関する研究　科学教育研究，*32(3)*，153-163.

Jitendra, A.K., Star, J., Starosta, K., Leh, J., Sood, S., Caskie, G., Hughes, C., & Mack, T. (2009). Improving students' learning of ratio and proportion problem solving: The role of schema-based instruction. *Contemporary Educational Psychology, 34 (3)*, 250–264.

Jitendra, A.K., Star, J.R., Rodriguez, M., Lindell, M., & Someki, F. (2011). Improving students' proportional thinking using schema-based instruction. *Learning and Instruction, 21*, 731–745.

教師用指導書　算数5年　啓林館（2015）.

Kieren, T.E. (1983). Partitioning equivalence and the construction of rational number ideas. In W. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Poliak, & M. Suydam (Eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress of Mathematics Education* (pp. 506–508). Boston: Birkhauser.

Kiren (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hibert & M.J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle graders* (pp. 162–181). Hillsdle, NJ: Lawrence.

Kieren, T.E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive nderstanding. In T.P. Carpenter, E. Fennema & T.A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 49–84). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

栗山和広（2007）．割合概念における構成要素の同定九州保健福祉大学研究紀要，*8*，9-14.

栗山和広（2011）．割合の学習以前に子どもがもつインフォーマルな知識　愛知教育大学研究報告，*61*，83-88.

栗山和広（2013）．子どもの思考に基づいたカリキュラム構成による教授介入：割合概念の場合　科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書．1-6.

栗山和広・吉田甫（2013）．子どもの思考を基にした教授介入：割合概念について　愛知教育大学研究報告，*62*，99-104.

栗山和広・吉田甫（2016）．割合概念の学習における認知的障害―等全体のインフォーマルな知識に着目して―　教授学習心理学研究，*12(1)*，1-9.

Lamon, S.J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Leinhardt, G. (1988). Getting to know : Tracing student's mathematical knowledge from intuition to competence. *Educational Psychologist*, *23*, 170–193.

Mack, N.K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*, 16–32.

Mack, N.K. (1993). Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T.P. Carpenter, E. Fennema, & T.A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 85–106). Hillsdale, NJ: Lawrence.

文部科学省・国立政策研究所（2015）．平成27年度全国学力学習状況調査報告書

Moss. J., & Case, R. (1999). Development children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*, 122–147.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*, 122–147.

中村亨史（2008）．割合概念の理解における児童の思考の様相：ノート記述の分析をとおして　日本数学教育学会誌，*90(4)*，2-10.

Smart, J.R. (1980). The teaching of percent problems. *School Science and Mathematics*, *80*, 187–192.

Sowder, J.T. (1992). Making sense of numbers in school mathematics. In Leinhardt, G., Putman, R., & Hartrup. R.A. (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp 1–52). Hillsdale, NJ: Lawrence.

渡辺敏（2011）．児童が潜在的に持っている割合の見方を生かした導入についての研究　日本数学教育学会誌，*93(2)*，11-21.

吉田甫・河野康男（1999）．割合における構成要素の同定の困難性と問題解決　宮崎大学教育文化学部紀要　教育科学，*1*，1-9.

吉田甫・河野康男・横田浩（2000）．割合概念の解決におけるインフォーマルな知識の利用と解決方略の分析　宮崎大学教育文化学部紀要，*2*，123-133.

Yoshida, H. & Sawano, K. (2002). Overcoming cognitive obstacles in learning fractions: Equal partitioning and equal-whole. *Psychological Reasearch*, *44*, 183–195.

（2016年9月20日受理）