

# 2次元パターン空間を利用した新しい 点パターン・マッチング法

小川秀夫

情報教育講座

## A Novel Method for Point Pattern Matching Using 2D Pattern Space

Hideo OGAWA

Department of Information Sciences, Aichi University of Education, Kariya 448-8542, Japan

### 1. ま え が き

点パターン・マッチングはパターン認識における極めて基本的で重要な処理であり、今日に至るまで多くの研究者により種々のマッチング法が開発されてきた(文献1~7)。点パターン・マッチングの研究では、多くの場合、次のことが要請される。(1)オクルージョンや雑音などによる点の欠落と挿入に対処するため、部分マッチングが可能であること。(2)少なくとも相似変換に不変であり、点の局所的な位置ずれに対処できること。(3)高速マッチングが可能であること。

筆者は、以前に上記の要請を考慮した点パターン・マッチング法を開発した(文献4参照)。先の手法では、いくつかの3点部分パターンのマッチングから始めて、得られた部分対応を結合処理と拡張処理により次第に成長させることにより、極大部分対応を得るものであった。さらに、筆者は先の手法の改良として、2点部分パターンのマッチングから始める方法、及びパターン空間に対応点の存在範囲を求め、その限られた領域内のみを探索することにより2点部分パターンの対応候補を決定する方法を文献(7)で報告した。

本論文では、文献(7)で示した“パターン空間に対応点の存在範囲を求める方法”を改良し、さらに部分対応の結合処理を高速化する方法を提案する。

また、本論文ではこの手法を星座のマッチングに適用した実験について述べる。ここでは、マッチングの評価に相似変換の“倍率”を考慮することを提案する。

### 2. 部分対応の表現

平面上の二つの点パターンを $M$ 及び $W$ とする。ここで、 $M$ はモデル点パターン、 $W$ は対象世界のインスタンス点パターンとする。 $M$ 及び $W$ は次のように記述できる。

$$M = \{P_1, P_2, \dots, P_m\} \quad (1)$$

$$W = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\} \quad (2)$$

ここで、 $P_i = (x_i^p, y_i^p)$ 、 $Q_j = (x_j^q, y_j^q)$ であり、 $(x_i^p, y_i^p)$ 及び $(x_j^q, y_j^q)$ はそれぞれの座標系における $P_i$ 点及び $Q_j$ 点の座標値である。

さらに、本論文では $P_i$ 点で値 $i$ 、その他で値0を取る2次元配列としてモデル点パターン $M$ を表すことにし、この2次元配列を $M$ のパターン空間と呼ぶ。また、 $W$ についても同様である。

今、 $M$ の部分パターン $S$ と $W$ の部分パターン $T$ の間に1対1対応 $F: S \rightarrow T$ が存在するとき、この部分対応 $F$ を本論文では次のように表し、これを配列表現と呼ぶ。

$$[v_1, v_2, \dots, v_m] \quad (3)$$

ここで、

$$v_i = \begin{cases} Q_j & \text{if } P_i \in S \text{ and } Q_j = F(P_i) \\ \phi & \text{otherwise} \end{cases}$$

である。また、 $\phi$ は対応する点が定まっていないことを表す。

次に、部分対応 $F$ の“大きさ”をその配列表現における $\phi$ でない要素 $v_i$ の個数とし、 $n(F)$ と記す。また、部分対応 $F$ の“適合度”を $c(F)$ と記し、次の式で定義する。

$$c(F) = \frac{1}{1 + \alpha \cdot \left(\frac{\epsilon}{d}\right)^2} \quad (4)$$

ここで、 $\epsilon^2$ は相似変換のもとでの対応点間の最小平均2乗誤差であり、モデル点パターンの上で評価した値とする。 $d$ はモデル点パターンの大きさ、すなわち $M$ の2点間の距離の最大値である。また、 $\alpha$ は任意の定数である。

なお、以降本論文では $c(F)$ を与えた相似変換を“ $F$ に付随する相似変換”と呼ぶ。

### 3. マッチング法

本論文で提案する点パターン・マッチング法の概略を次に示す。まず、点パターン $M$ から $N$ 個の2点部分パターン $\{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ を任意に決定する。各 $S_n$ に対して、設定された適合度のしきい値 $C_i$ を基に、対応が正しいとする支持(3.1で詳述する)が設定値 $T_i$ %以上得られる部分対応をすべて求める。

次に、これらの部分対応の配列表現に対して結合処理を繰り返すことにより、より大きな部分対応を生成する。このように生成された各部分対応について、拡張処理により、最初に選んだ $N$ 個の2点部分パターンに含まれない点に対する対応点を決定する。

最後に、部分対応 $F_i$ の“良さ” $g(F_i)$ を次式で評価し、 $g(F_i)$ が最大の部分対応 $F_i$ をマッチング結果とする。

$$g(F_i) = c(F_i) \cdot \frac{n(F_i)}{m} \quad (5)$$

ここで、 $m$ はモデル点パターン $M$ を構成する点の数である。

#### 3.1 2点部分パターンのマッチング

##### 3.1.1 マッチング手順

任意に定められた2点部分パターン $S_n$ に対して、対応が正しいとする支持が設定値 $T_i$ %以上得られるすべての部分対応を次のように求める。ここで、 $S_n = (P_i, P_j)$ とする。

(1)  $P_i$ と $P_j$ が $W$ の2点 $Q_k$ と $Q_l$ にそれぞれ対応するとする。この部分対応 $F$ に付随する相似変換を $\Phi$ とする。

(2) この処理でまだ用いていない任意の点 $P_r \in M$  ( $P_r \neq P_i, P_r \neq P_j$ )を一つ定める。

(3)  $M$ の3点部分パターン $(P_i, P_j, P_r)$ と適合度がしきい値 $C_i$ 以上でマッチングする $W$ の3点部分パターン $(Q_k, Q_l, Q_u)$ の存在、すなわち $P_r$ に対応する $Q_u$ の存在を $W$ のパターン空間で調べる。

ここで、 $Q_u$ が存在したとき、(1)の部分対応 $F$ は、一つのモデルパターン点 $P_r$ から支持されたという。

(4) 2点 $P_i$ と $P_j$ を除いた $M$ の点の $T_i$ %、すなわち $((m-2) \cdot T_i / 100)$ 個の異なるモデルパターン点から支持が得られるまで(2)と(3)を繰り返す。

$T_i$ %の支持が得られた場合のみ、部分対応 $F$ を配列表現で記憶する。

(5)  $W$ の2点のすべての組み合わせ $(Q_k, Q_l)$ に対して、上記(1)から(4)の処理を行う。

以上により、2点部分パターン $S_n$ に対するすべての部分対応(部分対応の集合)が求められる。この処

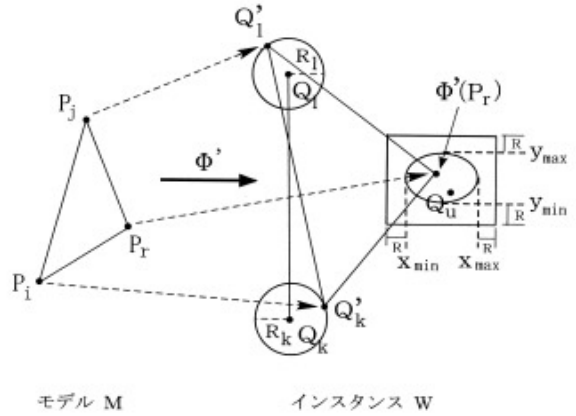


図1 対応点の存在範囲

理を各 $S_n \in \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ について行うことにより、部分対応の $N$ 個の集合が得られる。これを第一世代の部分対応と呼ぶ。

##### 3.1.2 探索範囲の決定法

ここで、上記(3)において $P_r$ に対応する $Q_u$ の存在を $W$ のパターン空間で調べるために、その探索範囲の決定法を述べる。3点部分パターンは適合度のしきい値 $C_i$ 以上でマッチングすればよいので、図1に示すように、 $P_i$ 及び $P_j$ が $Q_k$ 及び $Q_l$ を中心とし、式(6)を満たす半径 $R_k$ 及び $R_l$ の円周上の任意の点 $Q'_k$ 及び $Q'_l$ にそれぞれ対応するような相似変換 $\Phi'$ を考える。この $\Phi'$ によって、 $P_r$ は $W$ のパターン空間の点 $\Phi'(P_r)$ に変換される。

$$R_k^2 + R_l^2 = 2R^2 \quad (6)$$

ここで、 $R$ は設定された適合度のしきい値 $C_i$ に対応する $W$ のパターン空間での許容誤差であり、次のように与えられる。

$$R = \sqrt{\frac{1-C_i}{\alpha \cdot C_i} \cdot \frac{\|Q_k - Q_l\|}{\|P_i - P_j\|}} \quad (7)$$

円周上の任意の点 $Q'_k$ と $Q'_l$ の組合せで定まる相似変換 $\Phi'$ による $\Phi'(P_r)$ の範囲、すなわち $x$ 座標、 $y$ 座標それぞれの最大値と最小値はLagrange乗数法により、次のように求めることができる。ここでは、点 $\Phi'(P_r)$ の $x$ 座標の範囲について述べる。

$Q'_k, Q'_l, Q_k$ 及び $Q_l$ の座標を $(x'_k, y'_k), (x'_l, y'_l), (x_k, y_k)$ 及び $(x_l, y_l)$ として、式(6)の制約条件は次のように表される。

$$\xi(x'_k, y'_k, x'_l, y'_l) \equiv (x'_k - x_k)^2 + (y'_k - y_k)^2 + (x'_l - x_l)^2 + (y'_l - y_l)^2 - 2R^2 = 0 \quad (8)$$

また、Lagrange関数は次式となる。

$$L(x'_k, y'_k, x'_l, y'_l, \lambda) = (\Phi'(P_r))_x + \lambda \xi(x'_k, y'_k, x'_l, y'_l) \quad (9)$$

ここで  $(\bullet)_x$  は  $\bullet$  の x 座標成分であり,  $\lambda$  は Lagrange 乗数である。

従って, 次の連立方程式の解を求め, これらにより定まる相似変換  $\Phi'$  により点  $\Phi'(P_r)$  の x 座標の最大値と最小値が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial y_k} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_l} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial y_l} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

点  $\Phi'(P_r)$  の y 座標の範囲についても  $(\Phi'(P_r))_y$  を用いて同様である。

最後に,  $Q_u$  の存在を調べる範囲は,  $P_r$  の対応点についても誤差が R だけ許されるので, ここで得られた x 座標, y 座標の範囲を上下左右に R だけ拡張した四角形領域 (図 1 参照) として決定される。

W のパターン空間のこの四角形領域を調べ, この中に W の点があれば, これを  $Q_u$  と見なす。実際には, 探索範囲が四角形領域であるため, 部分対応

$$F : (P_i, P_j, P_r) \rightarrow (Q_k, Q_l, Q_u)$$

に付随する相似変換を求め, その適合度がしきい値  $C_l$  以上であることを確かめる必要がある。

### 3.1.3 モデル点パターンの重心の利用

次の部分対応の結合処理を高速化するために, 先のマッチング手順 (4) で  $T_i$  % の支持が得られた部分対応  $F_i$  について次の処理を行う。ここで, モデル点パターン  $M$  の重心を  $P_G$  とする。上記探索範囲の決定法により点  $\Phi'(P_G)$  の範囲, すなわち x 座標, y 座標それぞれの最大値と最小値を求め, これらの値を  $F_i$  の配列表現と共に記憶しておく。

なお, 以降この x 座標と y 座標により定まる W のパターン空間の四角形領域を部分対応  $F_i$  に付随する重心対応四角形と呼び,  $G_i$  と記す。二つの重心対応四角形  $G_i$  と  $G_j$  に交わり (共通部分) があるとき, 部分対応  $F_i$  と  $F_j$  に付随する相似変換は類似していると思えることができる。

### 3.2 部分対応の結合

第一世代の部分対応で異なる集合に属する任意の部分対応  $F_i$  と  $F_j$  が次の (条件 1) を満たすとき, 後で示す  $F_i$  と  $F_j$  の結合処理を行い新しい部分対応  $F_k$  を生成する。

(条件 1) 部分対応  $F_i$  と  $F_j$  にそれぞれ付随する重心対応四角形  $G_i$  と  $G_j$  に交わり (共通部分) がある。

この段階で得られた部分対応を第二世代の部分対応と呼ぶ。

次に, 現世代 (最初は第二世代) に属する部分対応のすべての組合せに対して結合処理を行い, 次世代の部分対応を生成する。この結合処理を新しい部分対応

が生成されなくなるまで繰り返す。ただし, 次世代の新しい部分対応が生成された場合には, 現世代の部分対応のうち, どれとも結合できなかった部分対応も次世代に残すものとする。

【結合処理】 $F_i, F_j$  及び  $F_k$  をそれぞれ,  $[v_1^i, v_2^i, \dots, v_m^i]$ ,  $[v_1^j, v_2^j, \dots, v_m^j]$  及び  $[v_1^k, v_2^k, \dots, v_m^k]$  とする。  $v_l^k$  ( $l = 1 \sim m$ ) を次のように定める。

- (1)  $v_l^i = v_l^j$  ならば,  $v_l^k = v_l^i$  とする。
- (2)  $v_l^i = \phi$  かつ  $v_l^j \neq \phi$  ならば,  $v_l^k = v_l^j$  とする。
- (3)  $v_l^j \neq \phi$  かつ  $v_l^i = \phi$  ならば,  $v_l^k = v_l^i$  とする。
- (4) その他の場合は処理を中止し,  $F_k$  は作らない。この処理により得られた部分対応  $F_k$  に対して適合度  $c(F_k)$  を求め, これがしきい値  $C_l$  以上であれば, 新しい部分対応として次世代に残す。

### 3.3 部分対応の拡張

結合処理により得られた各部分対応  $F_i$ , すなわち  $[v_1^i, v_2^i, \dots, v_m^i]$  について部分対応  $F_k$ , すなわち  $[v_1^k, v_2^k, \dots, v_m^k]$  を次のように生成する。下記の (2) (3) は  $l = 1 \sim m$  について行う。

- (1) 部分対応  $F_i$  に付随する相似変換  $\Phi$  を求める。
- (2)  $v_l^i \neq \phi$  ならば,  $v_l^k = v_l^i$  とする。
- (3)  $v_l^i = \phi$  ならば, 点  $P_l \in M$  を  $\Phi$  により変換し, 点  $\Phi(P_l)$  を求める。W のパターン空間で  $\Phi(P_l)$  を中心とする一辺の長さが  $2R$  の正方形領域内を探索し,  $\Phi(P_l)$  との距離が R 以下で  $\Phi(P_l)$  に最も近い W の点  $Q_u$  を求め,  $v_l^k = Q_u$  とする。このような点が無い場合は,  $v_l^k = \phi$  とする。
- (4) 得られた部分対応  $F_k$  に対して適合度  $c(F_k)$  を求める。

## 4. 実験と考察

ここでは, まず本マッチング法を 2 次元形状のマッ

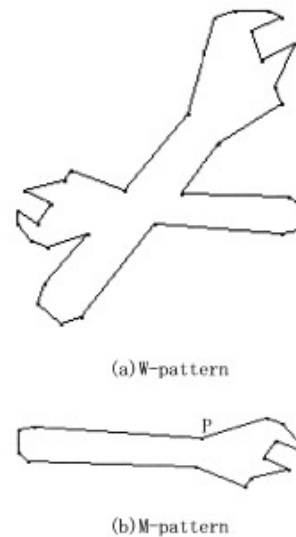


図 2 2次元形状のマッチング

チングに適用した実験について述べる。図2(a)は大小二つのレンチのインスタンス点パターン $W$ であり、同図(b)はレンチの形状を表すモデル点パターン $M$ である。 $M$ 及び $W$ はそれぞれ15個と32個の点から成り、 $W$ の小さい方のレンチでは、 $M$ の1点(図中の点 $P$ )に対応する点が大きい方のレンチによって隠ぺいされている。

実験では、適合度のスケール定数 $\alpha$ を $0.625 \times 10^3$ 、最初にランダムに選ぶ2点部分パターン $N$ を3、適合度のしきい値 $C_i$ を0.9、支持の設定値 $T_i$ を90%とした。本手法により正しい部分マッチングが得られ、さらに大小二つのレンチのマッチングを同時に得ることができた。パーソナルコンピュータ(Pentium-4 3.6 GHz, Windows XP, Visual C++言語)で実験を行った場合の処理時間は平均で0.051秒であった。

$M$ の点の対応点が欠落している場合には、文献(4)で示した3点部分パターンのマッチングから始める方法では、選ばれる3点の中に対応点が欠落している点が含まれると部分対応は得られないことになる。本手法では、(1)2点部分パターンとしたこと、及び(2)2点部分パターンに対してマッチングの支持が設定値 $T_i\%$ 以上あればよいので、対応点が存在している $M$ の点数が $((m-2) \cdot T_i/100)$ 個以上あれば、常に部分マッチングは得られること、により点の欠落に対する頑健性が向上したと考えられる。

次に、本マッチング法を星座のマッチングに適用した実験について述べる。図3はインスタンス点パターン $W$ であり、図4に示すモデル点パターン(星座)を含む(同図に位置を矢印で示した)121個の点(星)から構成されている。また、図4はモデル点パターン $M$ として用いた“こぐま座”及び“白鳥座”であり、それぞれ7個、11個の点(星)から構成されている。

この実験では、 $W$ の点の数が多く、空間全体に分布しているため、 $W$ の中にモデル点パターン $M$ と類似した点の配置が多く存在する。そこで、正しい部分対応を得るために、部分対応 $F_i$ の“コンパクトネス” $s(F_i)$ を導入し、これを $F_i$ に付随する相似変換 $\phi_i$ の倍率 $|\phi_i|$ を用いて次式により評価することにした。

$$s(F_i) = \frac{\min_{j \in J} \{|\phi_j|\}}{|\phi_i|} \quad (11)$$

上式で、 $J$ は得られた部分対応 $F_j$ のインデックス $j$ の集合である。

これを用いて、式(5)で定めた部分対応 $F_i$ の良さ $g(F_i)$ を次式で再定義し、この値が最大の部分対応 $F_i$ をマッチング結果とした。

$$g(F_i) = c(F_i) \cdot \frac{n(F_i)}{m} \cdot s(F_i) \quad (12)$$

この実験でも、適合度のスケール定数 $\alpha$ は $0.625 \times$

$10^3$ 、最初にランダムに選ぶ2点部分パターン $N$ は3とした。また、次に示す処理時間は、先のパーソナルコンピュータで実行した場合の値である。

こぐま座及び白鳥座は、適合度のしきい値 $C_i$ を0.8として正しいマッチングが得られた。このとき、支持の設定値 $T_i$ を100%とした場合、得られた第一世代の部分対応の数はそれぞれ平均156個、39個であり、全体の処理時間はそれぞれ平均0.079秒、0.142秒であった。全体の処理時間の中で第一世代の部分対応を得るための処理時間がそれぞれ96%、98%を占めていた。支持の設定値 $T_i$ を80%とした場合には、得られた第一世代の部分対応の数はそれぞれ平均761個、583個となり、全体の処理時間は平均0.300秒、0.477秒であった。また、第一世代の部分対応を得るための処理時間はそれぞれ全体の49%、74%であった。

次に、本マッチング法の各ステップにおける計算量について簡単に述べる。2点部分パターンのマッチング、すなわち第一世代の部分対応を求めるステップでは、 $W$ の2点のすべての組合せに対してマッチングが図られ、各マッチングにおいて $M$ の他の点からの支持が計算される。ここで、支持の判定は、 $W$ のパターン空間の限られた領域内のみを探索することにより行われるため、 $W$ の点の数には無関係となり、支持の計算は $M$ の点の数にのみ依存する。したがって、このステップでの計算量は、 $M$ の点の数を $m$ 、 $W$ の点の数を $n$ として $O(m \cdot n^2)$ と考えられる。なお、実際の処理では、支持しない点の数を同時に数えることにより2点部分パターンのマッチングを高速化することができる。第二のステップ、すなわち部分対応の結合処理では、第一世代の部分対応で異なる集合に属する要素のすべての組合せが考慮される。各集合の要素数は、先に示したように適合度のしきい値 $C_i$ と支持の

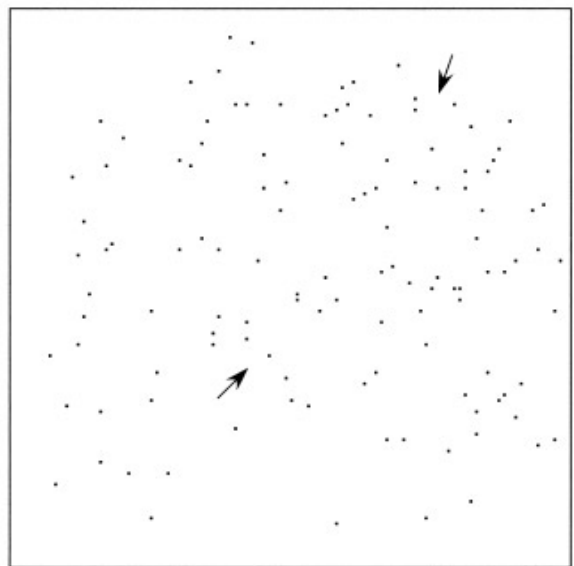


図3 点パターンの例(星空)

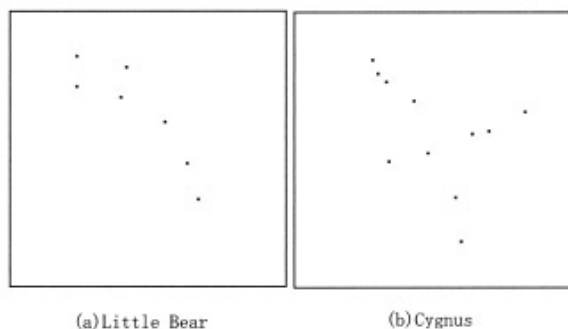


図4 点パターンの例(星座)

設定値  $T_i$  に依存して異なるが、一般に大きなモデル点パターン ( $M$  の要素数が大きい) ほど少なくなる。また、(条件1)により実際に結合処理が実行される組合せは大幅に削減される。星座の実験では、全組合せの概ね1割であった。

最後のステップ、すなわち部分対応の拡張処理の計算量は、結合処理により得られた部分対応の数と  $m$  の積に比例すると考えられる。実際には、この処理の対象となる部分対応の数は少なく、拡張処理は極めて少ない時間で済む。

## 5. む す び

本論文では、文献(7)で示した“パターン空間に対応点の存在範囲を求める方法”を改良した。さらに、モデル点パターンの重心に対する重心対応四角形の概

念を導入することにより部分対応の結合処理を高速化する方法を提案した。これらにより点の局所的な位置ずれに対するマッチングの頑健性が向上し、より高速な点パターン・マッチングが可能となった。

## 参 考 文 献

- (1) S. Ranade and A. Rosenfeld, “Point pattern matching by relaxation”, Pattern Recognition, vol.12, no.4, pp.269-275, 1980.
- (2) H. Ogawa, “Labeled point pattern matching by delaunay triangulation and maximal cliques”, Pattern Recognition, vol.19, no.1, pp.35-40, 1986.
- (3) 張 鴻賓, 美濃導彦, 池田克夫, “順序付けによる点パターンの高速マッチング・アルゴリズム”, 情報処理学会論文誌, vol. 31 no. 7 pp. 1005-1013, 1990.
- (4) 小川秀夫, “部分対応の結合と拡張による点パターン整合”, 電子情報通信学会論文誌, vol. J79-D- , no. 6 pp. 1176-1180, 1996.
- (5) S. H. Chang, F. H. Cheng, W. H. Hsu and G. Z. Wu, “Fast algorithm for point pattern matching: invariant to translations, rotations and scale changes”, Pattern Recognition, vol. 30 no. 2 pp. 311-320, 1997.
- (6) P. B. Van Wamelen, Z. Li and S. S. Iyengar, “A fast expected time algorithm for the 2-D point pattern matching problem”, Pattern Recognition, vol. 37, no. 8, pp.1699-1711, 2004.
- (7) 小川秀夫, “部分対応の結合と拡張による点パターン整合法の改良”, 愛知教育大学研究報告第55輯(自然科学編), pp.5-8, 2006.

(平成19年8月27日受理)

