

研究題目 「確実に計算ができる生徒の育成をめざして」 ～1年「文字の式」・2年「連立方程式」の授業を通して～

一宮市立南部中学校 魚住有香

1 研究のねらい

我々は、数学の基本である計算について、力を伸ばすためにはどうすればよいかと考えてきた。そして、類似問題を吟味し、その問題をどのように取り入れるのかを研究し、一定の成果を得ることができた。また、念頭で操作する場面を授業の中で増やしていき、瞬時に答えさせることで、概念形成の一助となるようにしていった。念頭で操作ができるということは、基本的な解法を理解しているということであり、文字式の計算などでは、今後の数学に必要な基本的な計算が瞬時に解ける力を持っているということである。今年度、この研究を継続して行うのが4年目となる。音声計算や類似問題を取り入れた今までの研究は、概念形成を積み重ねることで一定の成果はあったが、学習した後に本当に計算力として身につけているかどうか、定かではなかった。その追跡調査を行うことで、本研究における概念形成が有効であったかどうか確かめることができるのではないかと考える。さらに、過去の研究で行ってきた類似問題をさらに検討し、生徒にとって力となる問題内容の吟味や、どの場面で出題するかを考えることが、生徒に数学の力をつけさせることにつながると考える。

以上のような考えから、確実に計算ができる生徒の育成を目指して、「文字の式」、「連立方程式」の単元で授業実践をすることとした。

2 研究の仮説

確実に計算ができる生徒の育成のための手段として、類似問題を授業の中で効果的に取り入れていく。生徒は一度問題が解けたことで自信を持ち、意欲も高まることから、問題を分析し、説明、例題の後に類似問題を扱い、練習問題を行わせる指導過程を確立していきたい。

これらのことを考え、以下の仮説のもと、研究を進めることにした。

概念の形成を大切にし、念頭で操作する力を高めるための、類似問題を取り入れた指導過程を導入することによって、確実に計算ができる生徒の育成ができるであろう。

3 研究の内容

(1) 類似問題を取り入れた指導過程

計算を解くためには、まず新しく学んだ計算の仕方が分からないといけない。一つの例を説明した後に、計算の仕方が理解できたかを確認し、別の例でも問題を解くことができるかを確認していくことで概念形成ができる。このように「例題」と「問い」の間のギャップをうめるために類似問題を取り入れた。また、問題を解く過程には、いくつかの考え方を組み合わせたり、細かな計算を繰り返したりすることがある。その一つ一つを確実にできるようにさせなければ、問題を解くことができない。簡単な考え方をノートに書いてじっくり考えているようでは、結局問題が解けない場合も多い。「簡単な考え方を念頭で操作することは、問題を解くうえで必要な力である。」という認識のもと、例題で考え方を確認した後に、数多くの問題をテンポ良く解きながら念頭で処理する力を高めた。このとき、教師はこのレベルまでは念頭で操作して解かせるという目標をもつてのぞむようにした。スクリーンなどに提示された問題を解き、声に出して答えを言ったり、問題の内容や、出題する順番を検討し、様々な問題に生徒が対応できるようにしたりした。扱う問題は念頭操作できるレベルの問題

のみを扱った。また、全体解決の場で確認した内容を生徒が理解しているかを把握するようにした。

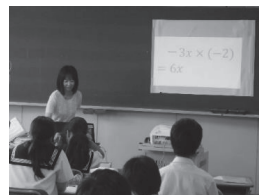
① 実践例 <1年「文字式」において>

(1) P70の例1 (文字式×数) を解く。

(1) $2x \times 5$ (2) $6x \times (-3)$

○ 類似問題を解く。

ここでは、スクリーンを利用し、短い時間でより多くの問題に取り組むことができるように、工夫をした。(念頭で操作するライン・・・式の答え)



<文字式の係数がマイナス>

・ $-3x \times 8$ ・ $-4x \times 9$ ・ $-7x \times 1$

<文字式も数もマイナス>

・ $-5x \times (-3)$ ・ $-3x \times (-2)$

<文字の係数が分数>

・ $-\frac{2}{5}x \times 10$ ・ $\frac{2}{3}x \times 12$

<文字式の係数が1>

・ $x \times 5$ ・ $-x \times 10$ ・ $-x \times 6$

<かける数が分数>

・ $-24x \times \frac{2}{3}$ ・ $6x \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ ・ $-6x \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

<その他>

・ $0.7a \times 8$ ・ $-3 \times (-6x)$

(2) P70の例2 (文字式÷数) を解く

(1) $12x \div 3$ (2) $4x \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

○ 類似問題を解く。(念頭で操作するライン・・・式の答え)

<除数がマイナス>

・ $6x \div (-2)$ ・ $10x \div (-5)$ ・ $14x \div (-7)$

<除数がプラス>

・ $-12x \div 3$ ・ $-\frac{3}{4}x \div 9$ ・ $-4x \div \frac{2}{5}$

<整数÷整数=分数>

・ $7x \div (-3)$ ・ $-2x \div (-5)$ ・ $-11x \div 6$

<文字式も数もマイナス>

・ $-8x \div (-4)$ ・ $-12x \div (-3)$ ・ $-4x \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

<答えの係数が1や-1>

・ $-x \div (-1)$ ・ $-5x \div 5$ ・ $\frac{6}{5}x \div \frac{6}{5}$

<その他>

・ $12x \div \frac{4}{3}$ ・ $-5x \div 1$



確実に計算ができる生徒の育成をめざして
 ～1年「文字の式」・2年「連立方程式」の授業を通して～

〔授業の展開例〕 類似問題を行う場面

段階	学習内容及び生徒の活動	指導上の留意点及び重点【評価】
展 開	3 P70の例1(文字式×数)をみんなで解く。 (1) $2x \times 5$ (2) $6x \times (-3)$	<ul style="list-style-type: none"> 積の交換法則を用いて、ていねいに指導していく。 実質的に係数の乗法を計算することになることに気づかせる。
	4 P70問1の類似問題を解く。 (問題は別記載)	<ul style="list-style-type: none"> 例1になくて、問1にある形を練習する。 ①文字式の係数がマイナス ②文字式の係数が1 ③文字式も数もマイナス ④かける数が分数 ⑤文字の係数が分数
	5 P70問1を解く。	
	6 P70の例2(文字式÷数)をみんなで解く (1) $12x \div 3$ (2) $4x \div (-\frac{2}{5})$	<ul style="list-style-type: none"> 乗法同様に、実質的に係数の乗法を計算することになることに気づかせる。 除数が分数の場合は、除数の逆数をかえることによって乗法に直して計算することを確認する。
	7 P70問2の類似問題を解く。 (問題は別記載)	<ul style="list-style-type: none"> 例2になくて、問2にある形を練習する。 ①除数がマイナス ②文字式も数もマイナス ③除数がプラス ④答えの係数が1や-1
	8 P70問2を解く。	

② 実践例 <2年「連立方程式」において>

<パターンⅠ>

そのまま、「+」か「-」かして計算すれば、文字を1つ消去できる。

教科書 P38 ひろげよう
$$\begin{cases} 3x + y = 250 \dots ① \\ x + y = 150 \dots ② \end{cases}$$
 <念頭で操作するライン>
『ひいて $x=0$ 』『たして $\square x = \triangle$ 』

○ 類似問題を解く。『①の式から②の式をたすかひくかして、文字 $y(x)$ を消去する。』

$$\begin{array}{cccc} \cdot \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases} & \cdot \begin{cases} x + y = 11 \\ x - 2y = -1 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + y = 5 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \\ \cdot \begin{cases} 3x + y = -2 \\ x - y = -6 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 4x - y = -7 \\ 2x - y = -5 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ -3x + y = -6 \end{cases} & \cdot \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \end{array}$$

<パターンⅡ>

どちらかの式を何倍かしてから、「+」か「-」かして計算すれば、文字を1つ消去できる。

教科書 P40 例2
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \dots ① \\ 2x + 3y = 5 \dots ② \end{cases}$$
 <念頭で操作するライン>
『②を \square 倍してたす』『①を \circ 倍してひく』

○ 類似問題を解く。『①か②を何倍かし、たすかひくかして文字 $y(x)$ を消去する。』

$$\begin{array}{cccc} \cdot \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 6x - y = 15 \\ 5x + 2y = -13 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 4y = 17 \end{cases} & \cdot \begin{cases} 4x - 5y = -1 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases} \end{array}$$

<パターンⅢ>

両方の式を何倍かしてから、「+」か「-」かして計算すれば、文字を1つ消去できる。

教科書P40 例2

$$\begin{cases} 4x+7y=-2 \dots \textcircled{1} \\ 6x-5y=28 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

<念頭で操作するライン>
『①を□倍、②を△倍してひく』

○ 類似問題を解く。

『①と②をそれぞれ何倍かし、たすかひくかして、文字y(x)を消去する。』

$$\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x-5y=-21 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+5y=3 \\ 3x-4y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-5y=-10 \\ 3x-4y=6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-6y=2 \\ -7x+8y=0 \end{cases}$$

(2) 検証の方法

- ① 授業の最後にわかったことや感想を書かせる時間を取り、理解度の確認をする。
- ② 定期テストで出題し、正答率から基礎基本の定着を分析する。(3つの中学校) 単元終了後、まとめの小テストを行い、分析する。
- ③ 定期テストで出題した問題と同じものを1年後のテストで同じ生徒に出題し、正答率をとる。

[定期テストで出題をした問題]

(ア) $\begin{cases} x+3y=14 \\ -x+y=10 \end{cases}$ (イ) $\begin{cases} 5x-y=11 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ (ウ) $\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 3x+2y=3 \end{cases}$

- そのまま計算 ○ 片方を何倍かする ○ 両方を何倍かする

4 研究の結果

<1年生での研究の結果>

単元終了後にまとめの小テストを行った。その結果は、下記のとおりである。

問題番号	1	2	3	4	5
問題	$3x \times 6$	$7x \times (-2)$	$(-5x) \times (-6)$	$15x \times \left(-\frac{2}{3}\right)$	$36x \div 4$
正答率	0.992	0.96	0.952	0.904	0.984

《成果》

- ・問題1, 2, 3, 5は95%以上の正答率であった。
 - ・小テストに取り組む様子を見てみると、類似問題を扱ったことによって、問題を解くスピードが速く、見直しをする時間を確保できた生徒が多かった。
 - ・生徒の感想では、「よく理解できた」「スラスラ解けてうれしかった」という記述が多かった。
- ～生徒の感想より～

ほとんど間違えずに問題を解けました。

採点も楽勝だったので、少し分数のところの計算がおそろいでも自分の頭を強化しようと思います。

難しいかじでしたが、分かれば簡単でとてもおもしろく、わかって楽しかったです。

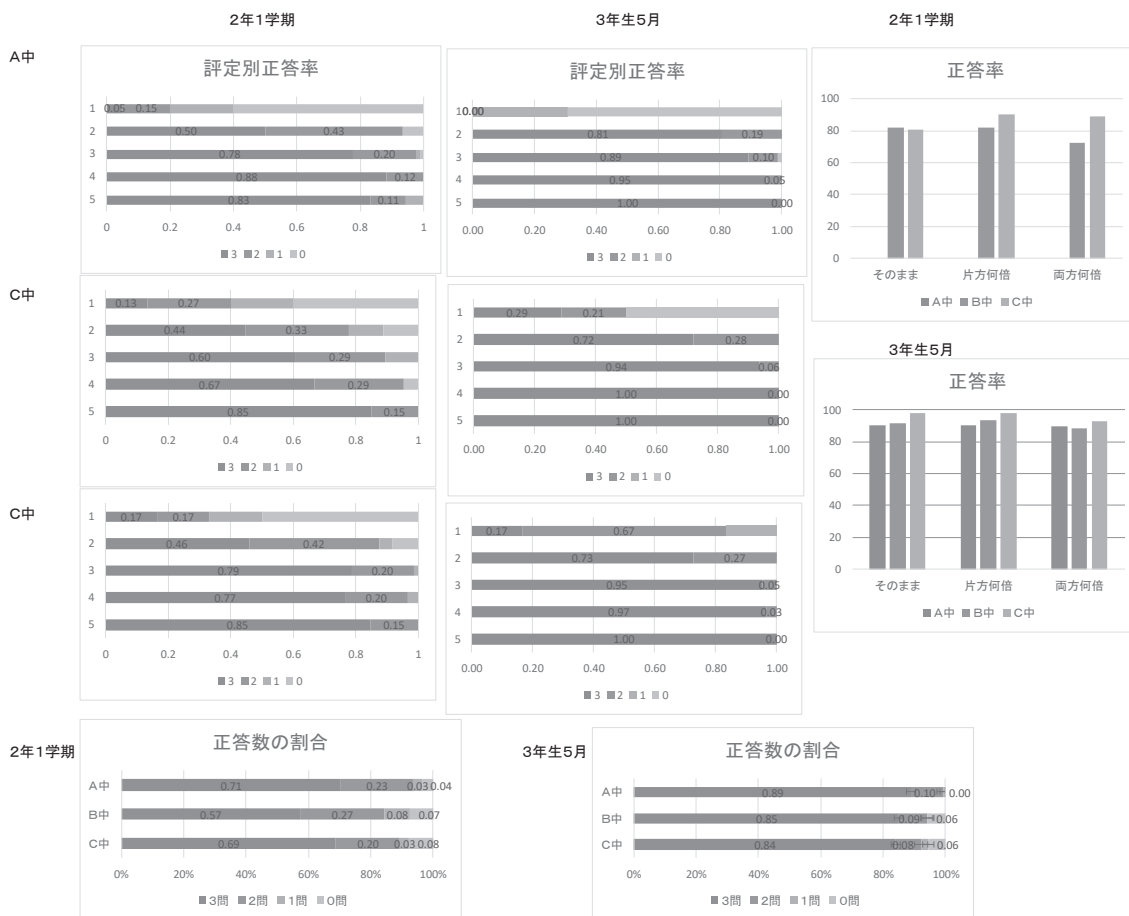
確実に計算ができる生徒の育成をめざして
 ～1年「文字の式」・2年「連立方程式」の授業を通して～

《課題》

- ・分数が入った問題を苦手とする生徒が多いことが分かった。文字の式の単元に入る以前に、正の数・負の数の単元で徹底させていくべきだった。
- ・生徒の感想では、「分数の計算に注意したい」、「文字式のきまりを忘れないようにしたい」、「符号ミスに注意したい」という記述があった。

＜2年生での研究の結果＞

3つの中学校の定期テストで同じ問題を3問出題し、学校ごと、評定ごとに集計を行った。テストを行った時期は、2年生の1学期と3年生の1学期である。



《成果》

- ・学校ごとの評定別正答率を見ると、成績が「2」の生徒が、A中（3問正解50% 2問以上正解93%）B中（3問正解44% 2問以上正解77%）C中（3問正解46% 2問以上正解88%）と高い割合となっている。
- ・各問題の正答率を見ると、C中の（2）（3）が90%程度と高くなっている。片方何倍と両方何倍の正答率の方が高くなっているのは、検討した類似問題を効果的に活用し、念頭で操作することを意識した練習問題を行うことで、概念が身についたと言えるのではないかと考える。

ただ、(1)の正答率が80%にとどまっているのは、(2)(3)に重点を置き、練習してきたため、(1)のような基本問題に割く時間が少なかったのではないかと考えられる。

・類題を扱うことで解き方の概念が形成され、96%の生徒が1問以上解けるようになった。

《課題》

・学校ごとの評定別正答率を見ると、成績が「1」の生徒で1問も正解ができていない生徒が、A中(60%)B中(40%)C中(55%)となっている。

・B中は、(1)(2)の正答率が8割を超えているが、(3)の両方何倍かするものは、7割程度となっている。誤答例を確認し、「なぜ間違えたのか」そして「どうしたら今後間違えなくて済むのか」ということを確認していく必要がある。

・「そのまま」よりも、「片方何倍」「両方何倍」の類似問題、練習を多く扱ったためか、式を何倍かすることを優先的に考えてしまい、「そのまま」の問題が解けなかったり間違えてしまったりする生徒が多かった。まずは、係数がそろっているものがあるかどうか見つけることを、類似問題を扱うときを含めて徹底させていくべきだった。

5 研究のまとめと今後の課題

(1) 本実践のまとめ

・類似問題を十分に検討し、授業実践を積み重ねることができた。生徒もその授業の流れに慣れ、短い時間でテンポよくできるようになっていった。

・連立方程式の追跡調査では、実践当時と1年後の同じ問題に対する正答率を比較し、類似問題や念頭で操作することが概念形成に繋がったことがわかった。

・CDケースでの実践やパワーポイントを利用した類似問題の提示など、教具や教材の工夫を行い、生徒の概念形成の一助とすることができた。

・類似問題を扱うことで、生徒は様々なパターンの問題に触れることができ、解き方を再確認できた。

・定期的に計算問題を復習することで、定着につながった。

(2) 今後の課題

・どの段階までを念頭で操作させるかの線引きをしていくことが難しい。生徒の実態に合わせて決めることができるように今後もっと研究していきたい。また、念頭で操作することができないような問題について、どのように類似問題を提示していくのが課題である。

・今回行った、1年生の「文字の式」、2年生の「連立方程式」の単元だけではなく、3年生の「平方根」や他の単元での実践を積み重ねていきたい。計算領域以外の単元でも実践を行えるように準備をしていきたい。

・今回の研究の追跡調査を行い、時間が経過しても学んだことが力として身につけているかどうかを確認していきたい。