

第49回愛知教育大学数学教育学会研究大会 提案

愛知県岡崎市立北中学校 西 尾 修 一

1. 主題

**既習事項を基に数学的な見方・考え方を働かせて考え、数学のよさを実感する生徒の育成
～1年「文字と式」の実践を通して～**

2. 主題設定の理由

学習指導要領改訂により、「見方・考え方」が、各教科等を学ぶ本質的な意義の中核をなすものとして改めて明示された。数学科においても、「数学的な見方・考え方」は、数学的に考える資質・能力を支え、方向づけるものであり、数学の学習に欠かせないものと位置付けられた。そして、その「見方・考え方」は、既習事項の習得・活用・探求という学びの過程で働くことにより、更に豊かになるとされている。

小学校から中学校に進学し、様々な環境の変化に適合できず、学習などに対して消極的になる生徒が問題視されている。数学科に対する意識調査では、「問題を理解できない」、「どこから考えたらよいかわからない」、「面白さを感じない」など、否定的・消極的な意見が目立ち、苦手意識をもっている生徒が存在しており、本学級においてもそういう兆候が見られる生徒がいる。

この主な原因として、小学校から中学校への学びの接続がうまく図られていなかったこと、既習事項を基にして考えることができていないこと、小学校の時と比べると抽象的で難解な学習が増え、数学の有用性を感じる場面が少ないことなどが考えられる。

そこで、生徒たちの実態を受けて、本主題を「**既習事項を基に数学的な見方・考え方を働かせて考え、数学のよさを実感する生徒の育成**」として、研究に取り組むことにした。本年度は中学校第1学年を担当したことで、副題を「**1年『文字と式』の実践を通して**」として、研究実践に取り組むことにした。

3. めざす生徒の姿

研究主題に迫るためにめざす生徒の姿を以下のように設定した。

既習事項を基に数学的な見方・考え方を働かせて考え、数学のよさを実感する生徒

4. 研究の仮説

この「めざす生徒の姿」に迫るために、次のような仮説を立てた。

- (1) 既習事項とのつながりを意識して、**数学的な見方・考え方を働かせて考えることができる授業を組み立てること**で、既習の知識、技能、経験等を関連付け、**数学的な見方・考え方を働かせて考えることができる**だろう。
- (2) **数学の有用性**を感じられる日常生活に関わりのある問題を取り上げ、**意図的指名**や、話し合いの視点を絞ること**で、働かせた数学的な見方・考え方**に気付いたり、**数学のよさを実感**したりすることができるだろう。

5. 研究の手だて

「仮説」を踏まえ、次のような手だてを考えた。

既習事項を基に数学的な見方・考え方を働かせて考え、数学のよさを実感する生徒の育成
～1年「文字と式」の実践を通して～

(1) 仮説1に対する手だて

- ① 本時で働かせたい数学的な見方・考え方と既習事項とのつながりを明確にして単元計画を立て、授業を組み立てる。
- ② 小学校からの既習事項を想起できるような、文字の役割や意味について具体的なイメージをもてる教具を使用する。

(2) 仮説2に対する手だて

- ③ 文字を使うことのよさを感じ得できる、日常生活に関わりのある教材を取り扱う。
- ④ 働かせた数学的な見方・考え方に気づき、数学のよさを実感できるように、発問を工夫したり、意図的指名や話し合いの視点を絞ったりする。

6. 単元の指導計画と手だて

単元の指導計画と手だて（①～④）の位置付けは以下の通り。単元計画において、「数学的な見方・考え方」と、「既習事項」を明記した（手だて②）。

実践 番号	時 数	学習目標	学習活動	既習事項	数学的な 見方・考え方	手だ て
実践 (1)	1	ワニ串を買ったときのおつりはいくら考えよう。	数量を文字で表し、変数としての文字のイメージ、役割を理解する。	・具体数での立式。 ・ことば、記号（□、△）、文字での立式。	・文字式を使った式も具体数やことばの式と同じように考えることができる。 ・おつりを表す式を一般的に表して考えることができる。	①② ③④
	2	ルールにしたがって文字式で表そう。	文字式の表し方に従って簡潔に表す。	・いろいろな数量を文字で表す。		
	2	文字に数を代入して、式の値を求めよう。	文字式の文字に値を代入して式の値を求める。	・いろいろな数量を文字で表す。		②
実践 (2)	1	文字式を作り、何を表した式なのかを考えよう。	文字式を自由に作り、その式の意味について考える。	・文字を使って立式する。 ・文字が表す具体的な事象を考える。	・具体的な事象と式を結び付け、文字式の表す意味を考えることができる。 ・式の意味から文字式の加法について考えることができる。	① ③ ④
実践 (3)	5	文字式の四則計算を考えよう。	一次式の加法、減法、乗法、除法を考える。	・式の意味から加法のしかたを考える。	・加法のしかたを基に、減法、乗法、除法のしかたを考えることができる。	① ④
	3	文字式で数量の関係を表そう。	等号、不等号を使って事象を表す。	・文字を使って立式する。 ・文字式の四則計算。	・第6時と同様に、具体的な事象と式を結び付けることで、数量の関係を、等式、不等式を使って表せることを考える。	①② ③
	1	マッチ棒は何本いるのか考えよう。	それぞれの自分の考え方を文字式で表す。	・文字式の四則計算。 ・具体的な事象と式を結び付けて等式で表す ・式の意味を読み取る。	・文字式を読み取ることによって、自分の思考だけでなく、相手の思考についても考えることができる。 ・マッチ棒の本数を表す式を一般的にして考えることができる。	①② ③④

	1	なぜ誕生日が当たったのか、マジックの仕組みをマジックの仕組みを考えよう。	文字式を用いてマジックの仕組みを説明する。	・文字式の四則計算。 ・具体的な事象と式を結び付けて等式で表す ・式の意味を読み取る。	・文字式を読み取ることによって、マジックの仕組み（思考の流れ）を考えることができる。	①② ③④
--	---	--------------------------------------	-----------------------	---	--	----------

【資料 1】単元の指導計画と手だて

7. 手だての検証と抽出見について

本論では、次の生徒Aの変容を追うことによって、検証していく。

生徒成績は中位である。小学校の時は算数に対して苦手意識がなく、簡単と感じていた。一方、現在は難しいと感じ、苦手意識を抱いている。その理由として、難しい問題が多くて、どこから考えたらよいかわからない、小学校の時と比べて面白いと感じる時が少ないなどと答えた。

【資料 2】生徒Aの実態

8. 研究実践

(1) 第1時 ワニ串を買ったときのおつりはいくらか考えよう (手だて①、②、③、④)

小学校において、具体数から始まり、ことばの式、記号(□、○)、文字を使った式まで取り扱っている。しかし、文字を使った式の経験は浅く、抽象的な表現や概念に十分慣れていない。従って、本時では、その現状を踏まえ、既習事項から段階的に文字を使った立式につなげるようにした(手だて①)。課題は、生徒にとって身近な話題として、リトルワールドでの班別行動における買い物の場面を取り上げた

【資料 3】(手だて③)。課題を提示すると、すぐに生徒

から「何本買ったの」と反応があった。「何本でもいいよ。班ごとで欲しい本数が違うでしょ。」と答えると、生徒たちは、それぞれ好きな本数でおつりを算出した。本時の授業記録は右の通り【資料 4】。出てきた式を板書して、同じところ、違うところに注目させた(T9)。そして、1本、2本、3本と変わっていく本数に着目するようにして、その部分を生徒の言葉でまとめ、言葉の式を作った。そして、既習事項を想起させて、具体数と同様に文字を使った式につなげられるように、「変わっている部分をどうやって表せたのか」問いかけ(T13)、 $6000-350 \times a$ の文字式まで段階的に到達するようにした(C13)(手だて④)。文字式が完成したら、本数を変えておつりを算出する活動を行った。ここでは、数字を書いたカードを出し入れできるフロ

班で 6000 円持っています。班別行動の時、アフリカンプラザで 1 本 350 円のワニ串を買ったと、おつりはいくらになりますか。

【資料 3】第1時課題

— 略 —

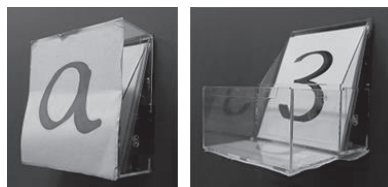
- T9 たくさん式が出てきたけど、この式で同じところ、違うところはどこですか。
- A10 同じところはワニ串 1 本の値段と出した金額です。変わっている部分は、ワニ串の本数です。
- T11 この変わっている部分はどうやって表せたかな。
- B12 □、○を使って表しました。
- C13 Xやaを使って表しました。例えば、a を使うと、 $6000-350 \times a$ って表せます。
- T14 この式は何を表しているのかな
- C15 おつりを表しています。

【資料 4】第1時授業記録
ッピーディスクケースを文字に見立てて使用した【資料 5】(手だて

②)。これは、具体数を代入する箱としての文字の役割や、変数としてのイメージを育む教具として、

既習事項を基に数学的な見方・考え方を働かせて考え、数学のよさを実感する生徒の育成
～1年「文字と式」の実践を通して～

小学校での既習事項である具体数に立ち返って考えられるように単元を通して使用した。生徒は、この教具を使いながらワニ串の本数を好きな本数に変えておつりを求める活動を行った。この時、18本以上は6000円では買うことができないこと、制限があることにもふれるようにした。



【資料5】教具

本時の生徒Aの日記からは資料6の通り。「小学校の…簡単だった」からは、数学的な見方・考え方を働かせ、本時の内容が、小学校での既習事項の延長上であったことを理解し、具体数と同様に文字式を考えることで理解できたことを実感している様子がわかる。また、「文字を使うとまとめて表せる」は、文字式を導き出す過程から、式を簡潔・明瞭に表すことができることを

難しいかと思っていたけれど、小学校の時に勉強したことがたくさんできて、同じように考えれば簡単だった。…（中略）…文字を使うとまとめて表せるし、数字を入れればおつりがすぐわかる。法則みたいで便利だった。

実感したことがわかる。そして、「数字を入れればおつりがわかる。法則みたいで便利」は、教具を使って、具体数を入れ替えて、本数を変えておつりを算出する活動から、一般化して表されることについて考え、そのよさ実感した様子がうかがえた。

【資料6】第1時終了時の生徒Aの授業日記

（2）第6時 文字式を作り、何を表した式か考えよう（手だて①、③、④）

前時までの既習事項として、文字を用いて立式すること、文字式の表し方（ルール）、文字に具体数を代入して式の値を算出した。本時では、文字式と具体的な事象を結び付け、文字式の意味理解を深めるために、ひとりひとりが具体的な事象を基に文字式を作り、友達同士でその式が何を表しているかを考える活動を行った（手だて①）。具体的な事象として買い物の場面を設定した【資料7】（手だて③）。

買い物をする場面
※半分なら値段は半額
・りんご1個 a 円
・なし1個 b 円
・オレンジ1個 c 円
・メロン1個 d 円
・箱 100 円
・ビニール袋 8 円
・お金（自由）

【資料7】買い物場面

まずは、時間を取り、ひとりひとりが自由に文字式を作る活動を行った。自分の式ができたら、その式を隣同士でどんな意味かを考えた後、全体の場面で考える活動を行った。全体で取り上げた主なものは以下の通り【資料8】。

番号	文字式	式の意味
①	$4a+2b+8$	りんご4個となし2個とビニール袋1枚を合わせた代金
②	$500 - (a+b)$	りんご1個となし1個を買って500円払った時のおつり
③	$1500 - (3a+2c+100)$	りんご3個とオレンジ2個と箱を買って1500円払った時のおつり
④	$5a + \frac{1}{2}d + 8b$	りんご5個とメロン半分となし8個を合わせた代金
⑤	$(2a+b) + (2a+b) + 200$	りんご2個となし1個を2セットと箱2個を合わせた代金

【資料8】主な式とその意味

全体においても、式を出して、その意味を考える活動を行った。最後に⑤を出した。すぐに、なぜかっこがあるのかという疑問が出てきた。しかし、かっこの中をひとまとまりとしてりんご2個となし3個を1セットとして考えたという説明を聞いて、多くの生徒が納得していた【資料9】

(H12) ここで、式の意味を考えることにより、文字式の加法へと発展的につなげられるように、「同じことを表している式はないか」と問いかけた(T14) (手だて④)。すると、①と⑤の式の意味が似ていることに気付いた(J15)。しかし、①「 $4a+2b$ 」と⑤「 $(2a+b)+(2a+b)$ 」では、式の形が異なるので、式に注目できるように「本当に同じですか」と、板書の式を指して問い返した。すると、式を変形して考え「⑤の式もかっこを取ってそれ

ぞれたすと $4a+2b$ になって同じなる」(M19) ことに気付くことができた。授業後の生徒Aの日記は資料10の通り。生徒Aの日記、「たくさんの式が出てきて楽しかった。」からは、隣同士や全体でのかわ

…(略)… たくさんの式が出てきて楽しかった。難しいのもあったけど文字式を見れば、相手の考えがわかる。最後の2つの考えは、見た目は違うけど最終的に同じになるのが面白い。

【資料10】第6時終了時の生徒Aの授業日記

解できることを実感している。本時では、数学的な見方・考え方を働かせて、様々な文字式を買い物場面という具体的な事象と結び付けて考えることができた。その結果、生徒Aの日記にあるように、自分の思考を表現したりや相手の思考を理解したりすることができるという文字を用いることのよさに気付くことができたといえる。また、「最後の2つ…同じになる」から、見た目は違うが、式の変形をすることで同じになることにも気付くことができた。これは、次時の文字式の四則計算につながる見方・考え方だといえる。

(3) 第7～11時 文字式の四則計算を考えよう(手だて①、④)

前時に式の意味を具体的な事象が考えることができた。また、「 $(2a+b)+(2a+b)$ 」と「 $4a+2b$ 」は、同じということが、式の意味から考えることができている。それらを用いて加法から文字式の四則計算を考えるようにした(手だて①)。課題は、具体的な事象をあえて提示せずに、「 $4a+3a$ 」という式のみを提示してスタートした(資料11)。

— 略 —

- H12 このかっこのりんご2個となし1個でひとつのセットという意味があります。それが2つだから、こういう式になりました。
- I13 なるほど。そういうことか。
- T14 ここまで大丈夫かな。では、今までの式で同じことを表している式はないかな。
- J15 ①のりんご4個となし2個と、⑤のりんご2個、なし1個の2セットは同じ数です。
- T16 本当に同じですか。
- K17 どちらもりんご4個、なしは2個を表しています。
- L18 でも、式が違うよね。
- M19 ⑤の式もかっこを取ってそれぞれたすと、りんごは2個と2個で4個、なしは1個と1個で2個で $4a+2b$ になって同じになるよ。

【資料9】第6時授業記録

わりを通して、自分とは異なる多くの文字式に触れ、その意味を考える活動を楽しんでいる様子がわかる。「文字式を見れば相手の考えがわかる」

からは、文字式を読み取ることで相手の考えを理解

- T1 $4a+3a$ を考えましょう。どうやって考えますか。
- A2 $7a$ です。(ほぼ全員)
- T3 どうして $7a$ になるのですか。自分の考えをノートに書きましょう。(机間指導)
- B4 $4+3=7$ なので、 a をつけて $7a$ です。
- T5 どうして a をくっつけていいのですか。

【資料11】第7時授業記録

自力解決の時間を取ると、多くの生徒が $7a$ という答えを算出した。よって、なぜ $7a$ になるのかを考える時間を取った。机間指導をして、半数くらいの生徒が書いていた「 $4+3=7$ に a をつけて $7a$ 」(B4) という考えを指名した(手だて④)。ここで、既習事項と結び付け、前回で得た数学的な見方・考え方を想起させるために「どうして a をつけ

- | | |
|----|--|
| C6 | <u>前回の時にやったけど、$4a$ はりんご4個の値段だったでしょ。そうやって考えると、今回の式は $4a+3a$ でりんご7個分の値段だから、$4+3=7$ で、最後に a をかければ $7a$ になると思います。</u> |
| T7 | 続けてありますか。 |
| D8 | <u>「$(2a+b)+(2a+b)$」と「$4a+2b$」が同じだから、今回も $4a$ と $3a$ をたせると思う。</u> |

【資料12】第7時授業記録都(続き)

てよいのか」(T5)と発問した。すると、「前回の時にやったけど… $7a$ になると思います。」(C6)や、「 $(2a+b)+(2a+b)$ …と思う」(D8)など、前時の既習事項を生かして考える意見が出され、多くの生徒が理解することができた。またこの見方・考えは、第8時～第11時では、加法の時に適用した具体的な事象を用いて考える見方・考え方を減法、乗法、除法に広げて考えることができた。

9. 考察

(1) 手だての検証

① 仮説(1)に対して

第6時では、働かせたい数学的な見方・考え方を明らかにして、式の意味を考え合う活動を組み立てた。それによって、既習の文字式と具体的な事象と式を結び付け、数学的な見方・考え方を働かせて、式の表す意味を考えることができた。第1時では、教具の活用により小学校の既習事項を想起して文字の役割や意味について考えることができた。

よって、働かせたい数学的な見方・考え方と既習事項とのつながりを明確にして単元計画を立て、授業を組み立てたり、小学校からの既習事項を想起できるような、文字の役割や意味について具体的なイメージをもてる教具を使用したりすることで、既習の知識、技能、経験等を関連付け、数学的な見方・考え方を働かせて考えることができたといえる。

② 仮説(2)に対して

班別行動(第1時)、買い物(第6時)のように、いずれも具体的な事象のもと、文字を用いることのよさを感じられる題材であったと考えられる。また、第6時において、教師が、話し合いを焦点化したことで、「違う考えも整理すると同じ文字式になること」という見方・考え方に生徒は気づき、文字式のよさを感じることができた。生徒Aの日記より、本実践を通して感得した文字を使うことでの数学のよさについては、数量の関係を簡潔・明瞭に一般的に表すことができること[第1時]、自分の思考を表現したり、相手の思考を理解したりすること[第6時]、わからない数を代用して計算することができること、式の意味を読み取ることで、新たな事実を見いだすことなどが挙げられる。単元を通して多くの数学のよさに触れることができたといえる。

よって、文字を使うことのよさを感得できる、日常生活に関わりのある教材を取り扱ったり、働かせた数学的な見方・考え方に気づき、数学のよさが実感できるように、適切な教師支援をすることで、働かせた数学的な見方・考え方に気付いたり、数学のよさを実感したりすることができたといえる。これは、まさにめざす生徒の姿に迫ることができたと考えられる。