

コスモサイエンスコース1年生「応用数学」授業紹介

愛知県立春日井高等学校 小谷 希 織

1 コスモサイエンスコースについて

本校コスモサイエンスコースとは、普通科の中で、特に先端科学技術について詳しく学ぶことのできるコースである。高校時代から先端科学技術に触れることで、将来、国際的な視野をもって活躍できる人材を育成することを目的としている。普通コースにはない、科学施設の見学や大学・企業の話聞く時間が設けられており、数学・理科・英語の授業の一部でやや応用的な授業が行われている。この「やや応用的な授業」が今回紹介する「応用数学」である。

生徒は入学時にコスモサイエンスコースを選択することができ、入学後は3年間同じコース（2年次から理系に含まれる）となる。現在普通コース7クラス、コスモサイエンスコース1クラスの学年編成である。

2 数学応用について

2-1 数学応用

数学応用は1年次と3年次に開講されており、特に1年次の数学応用は探求的な活動を通して数学への興味関心を引き出し、数学のよさや奥深さを感じさせることをねらいとしている。

2-2 授業の目標

今年度応用数学を担当するにあたり、次のことを目標とした。

- ・自分の考えを積極的に表現すること。
- ・物事を筋道立てて考え、発表できるようにすること。
- ・数学的な事象に対して、「そうなんだ」で終わらずに「なぜそうなるのか」を追究する姿勢を持つこと。

2-3 授業の方法

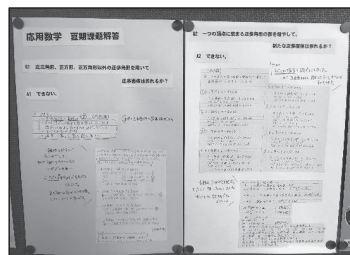
授業は週に1時間あり、基本的には1授業（50分）完結で話をする。生徒への問いかけを多くし、生徒が手を動かす・考える時間を多く取ることを意識している。また、なるべく毎回次の週までの課題を提示し、じっくり考えたり他の生徒と話し合ったりする時間を設けている。

そして毎回授業の最後にリアクションペーパーを配布し、①前回の課題の回答②今回の授業について知っていたこと・考えてみたこと③最近、数学について興味のあること・考えて（自ら研究して）いること④最近、科学について興味のあること・考えて（自ら研究して）いること、について書かせている。

①では、取り組んだ課題に対し全員の前で答えを問うと、指名された生徒しか発表することができない。全員の考えを知り、良い解答はすべて取り上げるためにこの方法をとっている。生徒の解答や興味深い考えは授業の冒頭で紹介することもあれば、掲示物を作成して紹介することもある。

②では、授業内で生徒から引き出しきれなかった意見や考えを知るこ

↓夏休みの課題から作成した掲示物



とができる。これに対してコメントを書き入れ、褒めたり助言をしたりすることで、生徒の数学への意欲を高めることができるのではないかと考えている。

③④では生徒の興味を調べ、授業の題材選びの際参考になっている。数学だけでなく科学（理科）についても尋ね、教科横断型の題材を考えている。

授業では、掲示物を作成するだけでなく、パワーポイントのアニメーション機能を用いて動きをみせたり、手作りの模型を触らせたりと、様々な手段で生徒の想像力を高め、理解を深める手助けをしている。

またこの授業では毎年講師の先生をお招きして出前授業を行っている。今年度は愛知教育大学から橋本行洋先生、堀部模型研究所から堀部和経先生にお越しいただき、整数の性質と江戸期の数学についてお話をいただいた。生徒は先生方のお話に興味を持つだけでなく、数学を研究する方々から直接お話を伺ったことで刺激を受けた。生徒は既存の問題を解くことに対し面白さや楽しさを感じていたが、自分で数学の問題を見つけ考えることに対して敬意を抱くとともに興味を持ったようだった。

3学期には冬休みの時間を使って課題研究をし、発表会を行う。ここでは「ただ計算しただけ」「調べたことを書き写しただけ」のレポート・発表にならないよう、1・2学期の授業で追究することの大切さを示したり、レポート例を作成し掲示したりして指導している。

2-4 2学期までの授業テーマと概要

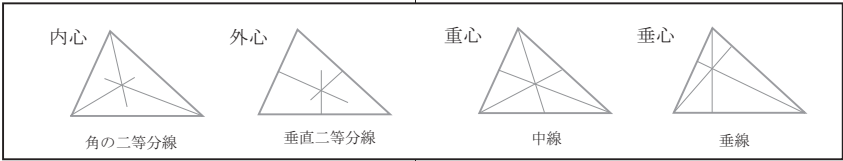
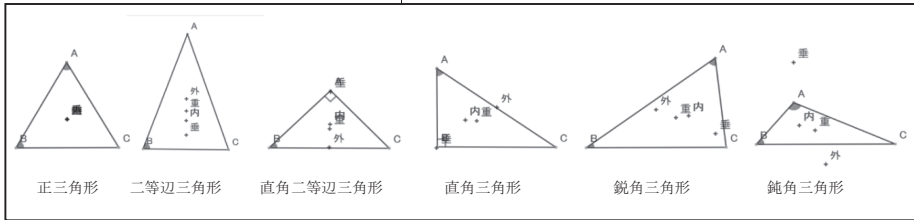
- 第1回 ガイダンス&クイズ・・・物事を様々な角度から見ることを必要とするクイズ。
- 第2回 なぜ数学を学ぶのか・・・4つの目的論を紹介。
- 第3回 平均・・・相加平均・相乗平均・調和平均の例と大小関係。
- 第4回 見える化・・・展開の公式、数列の和の公式、相加相乗調和平均を図で表す。
- 第5回 Pythagoras の定理・・・Pythagoras の定理の証明を5通り。
- 第6回 10円玉調査・・・10円玉の発行年を集計する。
- 第7回 多面体・・・ストローと輪ゴムで多面体を作成し、多面体の性質を学ぶ。
- 第8回 2学期ガイダンス&クイズ・・・柔軟な発想が必要なクイズ。
- 第9回 次元・・・座標空間での次元。図形の次元を上げる、下げる方法。
- 第10回 対数・・・対数の定義と、常用対数が使われている例。
- 第11回 出前授業1-1・・・出前講義「余りから見える数の世界－現象編－」
- 第12回 出前授業1-2・・・出前講義「余りから見える数の世界－解説編－」
- 第13回 無限級数・・・初項1、公比 $\frac{1}{2}$ の無限等比級数の和を、図で考える。
- 第14回 三角形の五心・・・三角形の四心を紙で折って作図し、その位置関係を調べる。
- 第15回 出前講義2-1・・・出前講義「江戸期の数学・ビーズ編み」
- 第16回 出前講義2-2・・・出前講義「ピクスの定理・オイラーの多面体定理

3 授業例

- 3-1 授 業：応用数学 第14回 三角形の五心
- 3-2 対応単元：数学A 図形の性質
- 3-3 対象生徒：1年生 コスモサイエンスコース 30名（男子19名女子11名）
- 3-4 使用教材：授業プリント、作図シート（三角形6種×5枚）
- 3-5 目 標：数学Aで学習した三角形の内心、外心、重心を復習しながら、各点の位置にどのような法則があるか探る。また、作図の際に道具を使わず折って点の位置を探すことで、五心の性質（二等分線の交点である、など）を再確認する。ジグソー法を用い、普段グループ活動で友人に任せっきりになってしまう生徒も積極的に取り組ませる。

コスモサイエンスコース1年生「応用数学」授業紹介

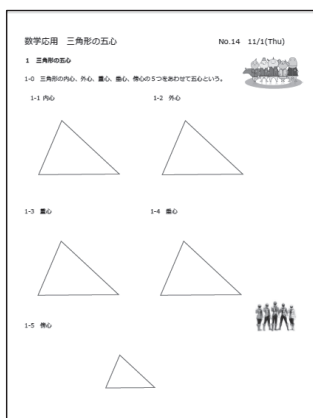
3-6 指導計画 [凡例 □学習内容 ・学習活動、留意点 ○予想される解答 ●予想される解答(難)]

	学習内容・学習活動	指導上の留意点
準備	・ 班に分かれ、座席を移動しておく。	・ 席で班を分け、移動指示。5人ずつの6班編成。
導入	・ 課題の把握。 課題「三角形の五心の性質を見つける」 □ 三角形の五心の復習。	・ 課題の提示。 ・ 外心、内心、重心は生徒に書き方を問いかけながら板書する。 ・ 垂心は教科書に記載されているが授業では取り上げられていない場合もあるため、説明する。 ・ 傍心は教科書にも記載がないため、説明する。
展開 I	<p>・ 傍心以外の4つの点を1人1つ担当し、道具を使わずに作図する。残った1人はサポートする。</p> <p>※正三角形、二等辺三角形、直角三角形、直角二等辺三角形、鋭角三角形、鈍角三角形の6つ</p>	<p>・ 班ごとに異なる三角形の作図シートを配布(※)。</p> <p>・ 今回は道具を使わなくても点の位置が分かること、板書にあるそれぞれの点の性質を意識して考えることを指示。</p> <p>・ 机間指導、作図助言。</p> <p>・ 折り紙で角の二等分線・垂直二等分線・中線が作図できることを助言し、それらを用いて四心を作図させる。</p>
		<p>・ 班ごとに異なる種類の三角形を渡したことを伝え、自分の手元にある三角形の種類と、点の位置を覚えるよう指示する。</p> <p>・ 班ごとに進行状況を確認しながら、次の班の指示をしておく。</p>
展開 II	<p>・ 次の班に移動する。</p> <p>・ 最初の班の結果を新しい班で伝え合い共有する。</p> <p>・ 三角形の種類と四心の位置について、気づいたことを挙げる。</p>	<p>・ 30秒で移動を完了させる。</p> <p>・ 各班1人ずつ指名し板書する。</p>
		

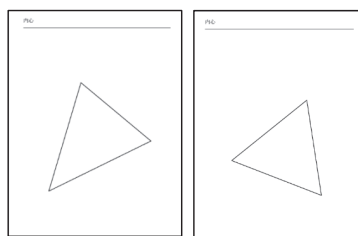
展 開 Ⅱ	<p><予想される気づき></p> <p>○正三角形はすべての点が重なる。 ○二等辺三角形はすべての点が一直線上にある。 ○直角三角形は、外心が直角の対辺上にある。 ○直角三角形は、垂心が直角上にある。 ○鈍角三角形は垂心と外心が三角形の外部にある。 ○鋭角三角形はすべての点が三角形の内部にある。</p> <p>●正三角形以外の三角形では、それぞれの点は重ならない。 ●すべての三角形で、外心、重心、垂心は一直線上にある。</p>	<p>・外心は外接円の中心であることから、直角の対辺が外接円の直径になるため外心が対辺上にあることに気づかせる。</p> <p>・出なければまとめて紹介する。</p> <p>・出なければまとめて紹介する。出れば「オイラー線」という名前があることを紹介する。</p>
ま と め	<p>□外心、重心、垂心を結ぶ直線を「オイラー線」という。</p> <p>・オイラー線における外心重心間：重心垂心間の比を予想する。</p> <p>□三角形の四心について、正三角形であるための条件は何か。</p>	<p>・次週までの課題にする。</p> <p>・展開Ⅱで出なければ、次週までの課題にする。</p>

3-7 使用したプリント

授業プリント (一部)



作図シート (一部)



4 授業に対する生徒の反応

4-1 調査方法

第13回の講義のあとに授業アンケートを行い、その結果を集計・考察した。第14回の講義のあとにも、この回の評価を集計した。

今回、全授業のうちガイダンスを含むものと出前講義を除いた10回について、「興味を持った、楽しかったか」「内容は難しかったか」の2点を5段階で評価させた。また、「数学Iのテストの点数」「普段の数学I・Aの内容が好きか」「応用数学の授業が好きか」についても5段階で回答させた。

コスモサイエンスコース1年生「応用数学」授業紹介

4-2 調査結果

・各授業の評価平均(5段階評価、5興味が持てる…1あまり興味がない、5難しい…1易しい)

	②なぜ数学	③平均	④見える化	⑤Pythagoras	⑥10円玉	⑦多面体	⑨次元	⑩対数	⑪無限級数	⑫三角形
興味	3.03	3.53	4.00	3.97	4.03	4.07	4.20	3.43	4.33	4.07
順位	10	8	6	7	5	4	2	9	1	3
難易度	2.17	2.90	3.31	3.10	2.07	3.21	3.90	3.52	3.00	2.57
順位	9	7	3	5	10	4	1	2	6	8

・各データの相関係数

- ①数学Ⅰの成績(点数で5段階に分けた) ②数学が好きか(5段階) ③応用数学が好きか(5段階)
 ④興味を持てたかの評価平均(第13回まで) ⑤難易度の評価平均(第13回まで)

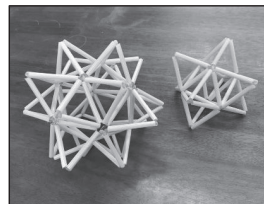
①と②	①と③	②と③	①と④	①と⑤	②と④	②と⑤	③と④	③と⑤
0.51	0.35	0.55	0.22	0.11	-0.01	0.31	-0.13	-0.14

・感想(自由記述) ◎複数意見 ○単数意見

[応用数学の授業について]

- ◎普段の授業(数Ⅰ・A)ではない内容や発想で面白い・楽しい
- ◎知らなかったことが出てくるので面白い・楽しい
- ◎気づかなかった発想やもの見方がたくさん出てくるので面白い
- ◎今まで気になっていたこと、知りたいと思っていたことを扱っているのが楽しい
- ◎数Ⅱ・数Ⅲの内容や、高校の教科書にはない内容を扱うのが楽しい、嬉しい
- ◎自分で手を動かす(作る、数える)内容が楽しい。
- 数Ⅰ・Aの授業と違い、単純な好奇心で数学を楽しめるから
- 難しいことも意外と身の回りに利用されている事がわかる
- 手作りの模型が出てくるのでイメージがしやすい
- 毎回謎が残る
- 感動することが多い

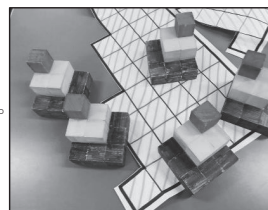
↓ストローで作成した多面体



[各テーマについて]

- ◎ (Pythagoras の定理) 証明の方法がたくさんあって面白い
- ◎ (見える化) 式を図や立体で表すと簡単になることが面白い
- (多面体) 自分で定理を見つけることができました。見つけたときの喜びを知れた。
- (無限級数) 無限(の和)なのに有限(の値に収束)なのが面白い
- (10円玉調査) 自分たちの手で調査した方が納得できる。
- (対数) pHの話が面白かった

↓数列の和を考えるための模型



4-3 調査結果の考察

各授業の評価について、生徒が興味を持てたのは順に⑪無限級数と⑨次元であった。どちらも1年生で扱う内容でなく、⑨次元は難易度評価でも一番高かった。生徒は先の学年や大学で習うことに興味を持っていることが分かり、自由記述の感想にも表れている。次に興味の評価が高かった⑫三角形の五心と⑦多面体は、どちらも自分の手を動かして模型を作る、作図をする内容である。難易度も高すぎず、感想でも自分の手を動かす内容が楽しいと答えた生徒が多かった。全体を見ると興味の評価と難易度の高さには相関が見られない。「難しいけど面

白い」「簡単に面白い」結果の授業もあれば、「簡単に面白くない」「難しく面白くない」授業もあった。⑩対数は1年で学習しない単元であり、生徒のリアクションペーパーでも対数が気になるという意見が複数あったため扱った。前半に対数の定義と基本的な計算方法を紹介し、対数の基本性質を用いて星と星の距離のような大きい数の計算ができる例を提示した。後半はなじみのあるpHを例に挙げ、もし対数が無かったらどうなるかという話をした。スライドのアニメーションを用いたため、pHについてはリアクションペーパーで面白いと回答した生徒が多かったが、前半の対数の計算について難しいと感じた生徒が多かった。

各データの相関について、ほとんどの項目で相関はみられなかったが、①数学Iの成績と②数学が好きか、②数学が好きかと③応用数学が好きか、には弱い正の相関がみられた。応用数学の授業では数学I・Aの成績に関わらず全員に数学の楽しみや魅力を味わって欲しいという思いがある。①数学Iの成績と④興味を持たせたかに正の相関、⑤難易度に負の相関(難易度は1が易しいであるため負)が無かったことから、数学の問題を解くことが苦手だからといって応用数学で扱う内容に興味を持てなかったり、難しく感じたりしたわけではないことが分かった。逆に数学Iの成績が良い生徒が必ずしも応用数学の内容を簡単に感じたわけではないことについては、普段の授業で問題がすぐ解けてしまって退屈だと感じることはあっても、応用数学の授業では退屈を感じず興味を持って取り組めたこととらえたい。

記述による感想からは、生徒の数学に対する興味関心の高さがうかがえた。特にまだ授業で習っていないことへの関心が強く、普段のリアクションペーパーでも「サインコサインを早く学びたい(一学期)」「対数について教えて欲しい」といった感想があった。次元についても、3Dゲームや漫画・アニメのことを指す2次元など普段身近に感じているにもかかわらず高校までの数学では単元として扱わないため、生徒の関心は非常に高かった。

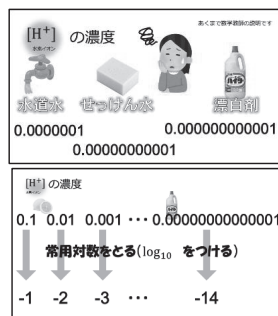
逆に既習単元の内容では、④見える化の授業で多項式の展開公式を図で表したり、⑤Pythagorasの定理の授業で教科書にない証明を複数考えたりと、今までと違った見方をすることや一つの事柄に対して複数、しかも多くの見方をすることに対して関心が高かった。

5 まとめ

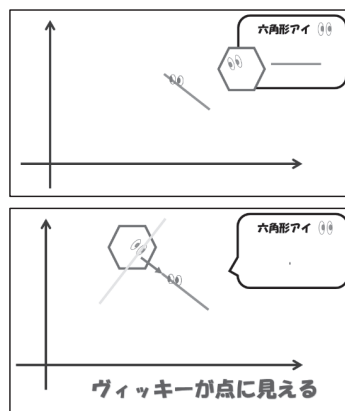
4の結果を踏まえ、応用数学の題材を選ぶ際には「数II数IIIなどの枠や既習未習にとられないこと」「未習単元は、定義などの説明を必要としない内容にすること」「生徒の手を動かす活動を入れること」を意識したい。

応用数学の授業は毎年担当者が固定されていないため、翌年度に担当者が代わるとはじめてから内容を考えることになりがちである。生徒への授業アンケートなどを通して得た結果を次年度の担当者に共有するか、同じ教員が複数年担当して、生徒により良い数学体験をさせたい。生徒の興味がある分野や関心の高さも年度によって異なる。常に生徒の興味と最新の数学・科学にアンテナを伸ばし、よりよい応用数学の授業を追究したい。

↓対数・スライド(一部)



↓次元・スライド(一部)



↓平均・授業プリント(一部)

数学応用 平均 No.2-3

2-2-3 速度... (200kmの道なりを120km/hで走り40km/hで往復した、往と帰りとを平均速度は、

⑬ (200 ÷ 60) = 20
⑭ (120 ÷ 40) = 30

50km/h = 2400km/h = 2400/50 = 48km/h

⑬ 1200 × 2 = 2400 × 2
1200/60 = 20, 2400/40 = 60, 1/20 + 1/60
高2

⑬ 60+40 = 100 ÷ 2 = 50
⑭ 60 × 40 = √2400
49
49km/h
ちと低い
⑮ 2 / (1/20 + 1/60) = 2400/48 = 48km/h
高2

平均速度は、調和平均

2-3 計算結果からなにが正しいかはあるだろうか

2-3-1 3つの解をそれぞれで平均で計算した結果
相和 > 相乗 > 調和

2-3-2
正に2乗 (≠0では0)で場合分け
0 < a < b
a/2 ≥ √ab ≥ a/(a+b) (a=bの時等号成立)

3. まとめ (今日わかったこと)

次週まわす課題