

生徒の思考力・記述力の育成を目指す学習指導の実践 ～数学 B『数列』の指導の取り組み～

愛知県立豊田東高等学校 寺田直樹

1. 研究の背景と目的

筆者が在籍する愛知県立豊田東高等学校は、平成 24 年にユネスコスクールに認定され、持続可能な開発のための教育、「ESD (Education for Sustainable Development)」に取り組んでいる。持続可能な開発のための教育とは、地球温暖化や多文化共生社会、人口減少の問題といった現代社会の様々な課題を自らの問題として捉え、身近なところから取り組むことにより、それらの課題の解決につながる新たな価値観や行動を生み出すこと、そしてそれによって持続可能な社会を創造していくための教育を指す。本校では「環境教育」、「地域連携教育」、「国際理解教育」を三本の柱として、変化の激しい複雑な社会の担い手として、生徒に主体的に身近な問題について考え行動させる教育活動を行っている。

これまでにこうした ESD の理念を数学科の学習指導においても実現するための手立てを考え実践してきた。しかし、数学の学習指導の内容に「環境教育」、「地域連携教育」、「国際理解教育」を取り入れ、生徒に主体的にこれらの事柄について考えさせる活動をしていくことは大変難しいことであった。そこで数学の学習に ESD を取り入れるためには、三本の柱に主体的に取り組んでいくための「問題解決能力や思考力」、「他者と協力して問題解決する力」、「自分の意見を論理的に主張する力」など、学習の基盤となる態度や学習方法を獲得することが重要であると考えた。

さらに本校は、総合学科の高等学校であるため、生徒自身が履修科目を選択するため、少人数での授業も多く存在する。こうした背景からグループ活動や探求学習のしやすい状況にある。そこで本稿では、ESD の理念を実現していくために取り組んできた前年度までの実践を述べ、そこから得た課題や反省をもとにして設定した今年度の研究実践についてまとめる。

2. 平成 26, 27, 28 年度の取り組み

平成 26 年度には、第 1 学年を担当し、生徒が他者と協力して学習していく力の育成を目指した授業の実践を行った。具体的には、各単元の学習のまとめの時間にジグソー学習を取り入れ、生徒全員が「説明を聞く役割」、「説明をする役割」の 2 役を経験することを繰り返すことで、単なる授業の傍観者ではなく主体性や責任感をもって授業に臨ませることが目的であった。

次年度以降には第 2 学年、第 3 学年と持ち上がり、他者と協力して学習する活動を継続して行った。ジグソー学習に加えて、解法の過程を互いに見比べさせ、多様なアプローチを意識させる活動を行った。例えば、第 3 学年では『数学 I』、『数学 II』、『数学 III』、『数学 A』、『数学 B』を一通り学習した後に行った問題演習では、それらの各単元で学習した内容を活用して複数の方法で解決できる問題や共同的に問題解決を行いやすい問題を意識的に扱った。例えば、以下のような問題演習である。

座標平面上に点 $O(0, 0)$ 、点 $A(4, 0)$ 、点 $B(3, 5)$ の 3 点を頂点とするような $\triangle ABC$ について、重心、外心、内心の座標をそれぞれ求めよ。

上記の問題は、「三角形の 5 心」という観点から解決すれば『数学 A』の図形の性質の内容である。「座標平面上」という観念に着目すれば、『数学 II』の図形と方程式の内容である。問題解決の方法としては、重心や外心や内心の定義の確認、直線の垂直条件や内分点や外分点を求めること、ベクトルの利用といった様々な着眼点から一単元にとどまらず複数の単元の学習内容を想起し問題解決に活用することができる。こうした問題解決を協同的に学習することで多様なアプローチで問題解決する経験を積ませた。

このように 3 年間の指導において、生徒が他者と協力して学ぶことの楽しさや重要性を感じさせてきた。しかし、見慣れない問題に手が止まる生徒や、大学入試の総合問題や小論文などで思うように思考できない生徒の姿が目立った。つまり、数学の中で身につけた力を普段の社会生活に生かすことができているのかが課題として挙げられた。「わいわいと数学を解く楽しさ」は感じているが、様々な現実生活の問題解決において、どのように思考したり問題を解決したりすればよいか分からない生徒が多かったのである。

3. 平成 29 年の取り組み

平成 29 年度には再度第 1 学年の担当となり、前年度の反省から「日常生活でも活用可能な思考力の育成」を重点目標として学習指導に取り組んだ。その際に注目したのが「思考ツール」の活用である。

思考ツールとは思考を手助けするための図や表のことで、ビジネスの現場等でも広く使われている。例えば、考えや操作手順の流れを図表にまとめるフローチャート、ある概念を分類したり整理したりするときに用いられるマインドマップなどが知られている。数学の学習でこれまで使われてきた、ベン図やグラフも思考ツールの一種である。学習プリントや模造紙等に簡単に描くことができ、授業で活用しやすい。こうした思考ツールの使い方を伝え指導の中に取り入れることにより、数学の問題解決場面にとどまらず、現実事象の問題解決場面においてもどのように思考をすればよいかトレーニングしていくことにつながると考えた。また、教科書や参考書でみる典型的な数学の問題に取り組むだけでなく、一見どの単元の内容なのかわかりづらいような題材や、問題設定の把握はしやすいが解決は難しい題材を取り上げることで、生徒が手と頭をしっかりと動かして学習させることを目指した。

例えば次のような題材である。

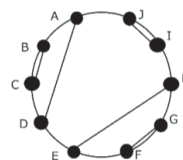
問題 1

円周上に 10 個の点 A から J がある。これらの点と点を次の 2 つの条件を満たすように線分で結ぶ方法は何通りあるか。

条件 1 どの点もちょうど一つの線分の端点になっている。

条件 2 どの線分も交差しない。

例えば、右図は 2 つの条件を満たす線分の引き方の 1 つである。



問題2

問題1における円周上の点の個数が20個であるとき、2つの条件を満たすような線分の引き方は何通りあるか。

上記の問題は第1学年『数学A』における場合の数と確率の単元の学習をした後、課題学習として生徒に取り組ませた題材である。問題を解くうえで、問題状況を円順列で学んだ「1点を固定する考え方」や「点の数を少なくする」といった思考を単純化する考え方をういていく必要がある。また点の個数を1つ増やすとどのように総数に変化するかといった変化を捉えようとする発展的な思考や、点が4つの場合の結果を、点が5つの場合の総数を数えるときに用いるといった前の結果を利用する考え方など、単に場合の数を数えるだけでなく発展的な考え方が必要となる。こうした発展的な考え方を視覚化するために用いるのが思考ツールである。フローチャートを用いて問題解決の流れをまとめさせることで、問題解決過程に用いた思考の流れを視覚化し、「似たような問題状況に出会ったときにはこうした考え方が使えるぞ」と生徒に意識付け、現実場面での問題解決に生かすような態度を育てられると考えた。フローチャートに限らず様々な問題解決に用いる思考ツールに触れさせることで、何か複雑なことを考える際に、図や表、記号や言語などを利用してより効率よく問題解決していく力の育成につながるのではないだろうか。数学の問題を解く際にも、初めて見るような問題に対して手を止めないためにも、問題の構造を把握し問題解決の見通しを立てるためにこうした思考ツールの活用は有効であるように感じる。

また、上記の問題に取り組んだ際には、グループ学習としていくつかの班をつくり問題解決をさせた。数学には苦手意識はあるものの普段から何か考えてみようとする生徒は、手を動かしてみようとする様子が見られた。一方、定期考査などで数学の学力を図った際に十分な点数を取る生徒にもかかわらず、発展的な考え方ができずただ答えを待つのみになってしまう生徒の姿も見られた。こうした原因として、数学が得意な生徒の中に、数学を学習する際に「解法の暗記や模倣」が大部分を占めており、じっくり悩んだり試行錯誤したりしてみるという経験の不足している者がいることが挙げられる。「解法の暗記や模倣」を学習の基盤にしている生徒も、内容の理解を疎かにしているわけではない。普段の授業ノートや考査、学習プリントをみると噛み砕いて説明したことをメモするなど、意味の理解を重視しており、やみくもに暗記をしているということはないのである。ただ、普段の数学で用いている思考方法をうまく他の場面で用いることができていないことが、初見の問題に出会ったときに手が動かない要因となっているのである。こうした生徒に思考方法を意識化し、「一部の数学の問題を解くときだけに用いるテクニック」ではなく「あらゆる問題に汎用的に使えるツール」であると感じさせることが思考ツールを用いることの注意すべき点であることを感じた。

4. 本年度の課題の設定

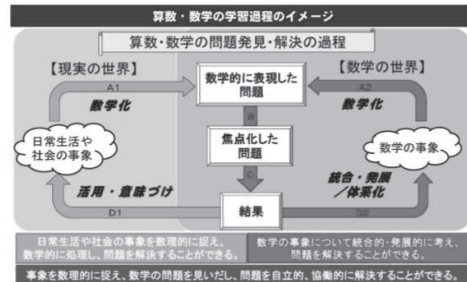
本年度では、日常生活にも活用できる思考力を育てるために、「情報を取捨選択し問題を把握する力の育成」を重点目標として学習指導を行っている。特に、「問題を解決するというのとは何がわかればよいのか」、「問題を解決するためにはどのような情報(数値)が必要なのか」ということを生徒に考えさせ

生徒の思考力・記述力の育成を目指す学習指導の実践
～数学 B『数列』の指導の取り組み～

る取り組みを行っている。

平成 29 年度に実施された大学入学共通テストの試行調査においても、文化祭での T シャツの価格に関する問題や、観光地の統計データに関する問題といった現実場面において数学的思考を用いる問題が出題されている。単に数値を求めさせるのではなく問題設定には、どのような目的があるのか、何を求めたいかが明確になっている。これらの問題では文章量が多かったり、複数の図表が用いられたりするなど問題を解くものが情報を整理して去る必要がある。一方、これまでに扱ってきた典型的な数学の問題では、数学的に単純化された問題条件の中でどのように定理や公式を使うのかが重要視されてきた。これからの社会における複雑な問題解決を行う上ではこうした単純化された問題状況ではなくむしろ複雑な背景の中から問題を見出し、情報を取捨選択し問題解決につなげていく力が要求されている。前年度までの取り組みの中では、授業の本質にずれが生じないようにするために生徒が問題を把握しやすい単純化された問題を提示してきた。問題解決をするための情報の取捨選択をすることは、生徒にとって経験の少ない活動となっていた。

平成 30 年度告示学習指導要領解説数学編のなかでは、数学的活動の二つの過程が示され、そのうちの一つの過程に、「日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程」がある。数学の世界だけでなく現実の世界の問題場面を数学化し、数学を活用して考察し、その結果をもとに次の活動に移るといったサイクルを重要視している。(学習指導要領解説数学編 算数・数学の学習過程のイメージ)



また、新井 (2018) が書籍「AI vs.教科書が読めない子どもたち」の中で指摘するように、高校の学習において、読解力が重要な位置を占めるにもかかわらず十分な読解力を身につけていない高校生がいることが指摘されている。そこで、本年度の取り組みとして、問題設定を生徒に提示する際に、雑多な状況から問題を把握、そのための情報として何が必要なのかを考えさせる授業を行った。このように情報を整理し、日常生活や現実の事象から問題を数学化し、その解決のために必要な情報を読み取る力を、数学における「読解力」だと捉え、思考力・読解力の育成を目指した学習指導を提案する。

5. 授業実践『数学 B』等差数列と等比数列の活用問題

(1) 対象クラス

第 2 学年 理系クラス 18 人 (男子 8 名, 女子 10 名)

(2) 教材と指導について

『数学 B』の「数列」における等比数列と等差数列を学習の後、応用問題の演習として以下の問題に取り組みさせた。

問題文

社員の A さんは 35 才で、4000 万円で自宅を購入しようと思っている。頭金として、1000 万円を用意したが、残りの代金は銀行の住宅ローンで賄おうと考えている。A さんは 4 人家族（妻 B さん、娘 C さん 6 歳、息子 D さん 4 歳）で収入は A さんの給料と B さんの給料（月々 8 万円）であるが、B さんの給料についてはすべて生活費に回す予定である。将来のことを考えると、できるだけ早い返済をしたいと考えている。A さんの現在の年収約 400 万円、現在は社宅に入っており、生活費などをすべて差し引き毎月積み立てとして 10 万円を貯金している。

ローンを借りる銀行として、X 銀行と Y 銀行の 2 つの銀行が候補となった。X 銀行では返済期間全期間の金地の年利率が 4% で、Y 銀行では初めの 10 年の金利が年利率 3% で残りの期間が 5 パーセントとなる。どちらの銀行でローンを組むとしても、毎月の返済を 8 万円にしようと考えている。

A さんは何年ローンをどちらの銀行から借りるべきか考察せよ。

問題設定としては、複利計算による 2 社のローン返済期間の比較である。つまり等比数列の和が出せれば比較可能である。しかし、これらの問題文には直接問題解決に必要な生活費による記述など不要な情報が並んでいる。また、最後の一文に問題解決の条件が書かれているのではなく、文章の途中に「できるだけ早く返済したい」という問題設定が書かれている。つまり、文章全体を読み、「何が解決のための条件なのか」、「どの情報を必要とするのか」といった問題の把握に情報の取捨選択が必要となる問題である。「金利の年利率」といった高校生にはなじみのない概念についても説明をしていくことを通して、生徒の問題解決に助言を加えながら指導をしていった。

(3) 授業の略案

	学習内容	指導上の留意事項
導入 15 分	問題の提示 (上記の問題) ○問題状況を把握する。	問題文を読ませ、問題解決の見通しを立てさせる。 ・問題文の中で不明な言葉を生徒に挙げさせる。 ・「何を聞かれているのか」を確認する。 ・「どのような情報が必要か」を確認する。
展開 25 分	○問題を解決する。	・「年利率の仕組み」について把握させるために簡単な表にまとめる。 ・支払合計は等比数列の和となることを確認する。 ・再度問題解決に取り組ませる (15 分)
まとめ 10 分	○解答の確認をする	・各会社から借りた場合の返済期間を数式とともに発表させる。

6. 授業実践の反省とまとめ

授業実践を通して、初めの問題把握にはかなりの時間がかかった。計画では 15 分程度であったが、実際には 20 分以上文章読解に時間を要した。問題状況を把握するためには「金利」や「残高」といった経済に関する知識や概念の理解や図表を読み取る力が求められるため、状況を理解できるかどうかで問

生徒の思考力・記述力の育成を目指す学習指導の実践

～数学 B『数列』の指導の取り組み～

題を数学化する力に差が生まれていた。生徒にとって把握しやすい場面を選ぶためには、教材研究を行う段階から数学だけでなく現実社会の様々な知識の理解を深める必要があった。生徒がスムーズに思考に移るためには、そうした知識を極力かみ砕いて説明することを想定しておかなければならない。

以下は授業後に実施したアンケートの中から生徒に感想を自由記述させたものの中から抜粋した感想の一部である。

- ・注意深く読むことは難しいが、読むことで考える力が身につくと感じた
- ・数学の力だけでなく、国語や他の教科の力を磨くことが結局数学の力にもつながる。
- ・社会に出たらよく読んで、深く考えることが重要になると思った。
- ・正直いつものような数学の問題のほうが解きやすくて好きだ。(同様な意見が多数)

以上のアンケートの抜粋から、普段の数学の学習の中で「読む」という活動は少なく、より実生活で生かすことのできるような思考力を磨くためには「読む」「書く」「話す」「情報を整理する」といった様々な思考形態に慣れさせていくことが重要であると感じさせられた。また、授業アンケートを行ったクラスには文章読解に苦手意識が高い生徒も多く、ネガティブな感想を持つ生徒も少なくなかった。これは普段の学習において、国語は国語、数学は数学といったように各教科の学習が生徒にとって関連付けられていないことが多く、総合的に学習するという経験が少ないということが原因にあると考えられる。他教科との連携、総合的な学習（探求）の時間の活用によって、「読むこと」や「書くこと」、「考えること」、「協同的な問題解決」などのトレーニングを繰り返し積むことで、教科横断的な学習を通して本質的に考える力を育成していくことが重要であると考ええる。

本研究の目的である ESD の視点に立った思考力の育成とは、次の世代が未だ見ぬ複雑な社会問題に直面した際、一人一人が自ら考え意見をもって行動するための思考力や問題解決能力の育成であった。今後の学習指導においても、教科の中にだけとどまるのではなく、多様な場面での問題解決に生かしていける力を意識して伸ばしていきたい。

7. 参考文献

- ・文部科学省 (2018) 「高等学校学習指導要領解説数学編」
- ・新井紀子 (2018) 「AI vs.教科書が読めない子どもたち」東洋経済新報社