

# 数理的探究における思考のサイクルを回すための教材開発と授業研究

## <修士論文要旨>

愛知教育大学大学院 教育学研究科  
 数学教育専攻 数学教育学領域  
 217M061 天羽 康

### 序章 本研究の目的

世界的にも理数教育の充実や創造性の育成が重要視されており、米国等における STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) 教育においては、問題解決型の学習や探究的な学習が重要視されている。また、次期学習指導要領において、特に数学・理科に関しては、SSH での成果などをもとに、選択科目として「理数探究」の新設が予定されている。「理数探究」に取り組むにあたり、生徒の探究活動を充実させるためには、教員の支援や仕掛けが不可欠である。そのためには、これらを仕掛けることのできる教材が必要である。

本研究の目的は、「理数探究」に向けた教材を開発し、実践することと、開発した教材で、生徒がどのような学習ができたかを明らかにすることである。特に、科学的な現象に焦点を当てて、適切な数学的モデルを設定し、実験・データの処理・分析なども含めた探究のプロセスを設計し、授業化を行うことで探究の過程を遂行する力の育成をめざしていきたい。

### 第1章 高等学校における数学教育の現状と課題

次期学習指導要領は、「理数探究」や「総合的な探究の時間」を取り入れることにより、生徒が自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力を育成する教育の質的な変換を図っている。しかし、現在の高等学校の現状で考えると、「理数探究」や「総合的な探究の時間」を実施するためには、作業的・体験的な活動を取り入れた授業、ICT 機器等のテクノロジーを活用した授業、さらには実現象と関連付けた授業に関する教材開発や実践的研究を行うことが大きな課題と考えた。

そこで本研究の課題は次の3点である。

- 研究課題① 日常生活や科学的な現象をもとに多様な問いが生まれる教材を開発すること
- 研究課題② ①をもとにした指導計画を作成し、ICT 機器の活用方法について検討すること
- 研究課題③ ②を実践して、生徒の取り組みの様相を明らかにすること

### 第2章 数学的活動とテクノロジー活用の意義

#### 2.1 学習指導要領解説に記述されている数学的活動—思考のサイクルに焦点を当てて—

「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」によると、図2-1の学習過程を遂行することを「数学的活動」と位置づけ、算数・数学において学習の過程が重要であることが述べられている。この学習過程では現実の世界のサイクルと数学の世界のサイクルの2つのサイクルが別々にまわるよりむしろ相互に乗り入れて発展している。

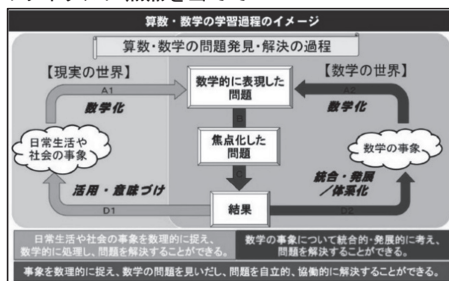


図2-1 算数・数学の学習過程のイメージ

#### 2.2 理数探究について

今回の学習指導要領の改訂では、新たに共通教科として「理数」を位置づけ、「理数探究基礎」及び「理数探

究」が科目として設定された。この教科・科目の設定のねらいとしては、「高等学校学習指導要領の改訂のポイント」（文部科学省，2018）によると，数学・理科にわたる探究的科目については，「理数を学ぶことの有用性の実感や理数への関心を高める観点から，日常生活や社会との関連を重視（数学，理科）するとともに，見直しをもった観察，実験を行うことなどの科学的に探究する学習活動の充実（理科）などの充実により学習の質を向上」させ，「将来，学術研究を通じた知の創出をもたらすことができる創造性豊かな人材の育成を目指す」とある。

### 2.3 テクノロジー活用の意義

課題解決の資質・能力を育成する際の ICT 活用の具体例とその利点について，「学習指導要領解説」では，ICT の積極的かつ適切な活用が効果的とされている。

ICT 機器を活用することは，実験・観察が短時間で繰り返し行えたり，知的好奇心を引き起こしたりするだけでなく，生徒が ICT 機器との対話を通じて限られた時間の中で思考の質を高めることができると考え，本研究では超音波距離センサに注目した。

## 第3章 ICT 機器を活用した探究的な学習の教材開発

### 3.1 重力と摩擦の関係を探究する教材の開発

理想的な摩擦のない状態で水平な面を滑らせると，アイスパックのように等速直線運動になるはずである。では，摩擦がある状態での等速直線運動は不可能なのだろうか。物体が斜面を滑り落ちるときは重力により加速をする。一方，水平な面を滑らせると摩擦により減速する。このことから，「重力による加速と摩擦による減速が打ち消し合って等速直線運動が実現されるような角度の斜面をつくれるはずである」という予想のもと，超音波距離センサを用いて，実験と考察を行った。

### 3.2 ボールが繰り返しバウンドする現象を基にした教材の開発

実験の結果を観察することで物体が落下する運動に 2 次関数が潜んでいることに気づき，それが正しいことを数学的に証明できるのではないかと考えた。さらには，実験の結果を観察することで生まれてくる様々な数学的な問いに焦点を当てることで数理的探究を通して思考のサイクルが深まるのではないかと考え，教材化を行った。

今回は頂点の軌跡に注目したが，頂点の軌跡以外にも「得られたグラフのパーツはどのような関数か。また，それらのグラフは相似か合同か。」や「そもそも地面に接していないように見えるのはなぜか。それも少しずつ違うのはなぜか。」といった生徒が探究したくなる問いも考えられそうであり，この現象は，さまざまな教材化・授業化が可能な素材であることが明らかになった。

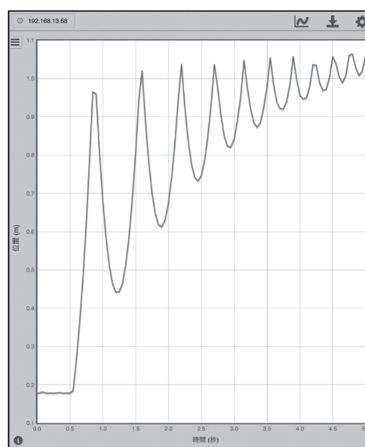


図 3-1 実験で得られたグラフ

## 第4章 ICT 機器を活用した探究的な学習の授業設計

### 4.1 重力と摩擦の関係を探究する授業の設計

3.1 で開発した教材を基に授業設計を行った。超音波距離センサを用いた実験を行い，条件を変更しながら実験・観察をすることで身近な事象を捉え，生徒が主体的・対話的に様々な運動から摩擦と重力の関係に気づ

くことをねらいとした。また、測定の方法に関しては生徒が自らサンプリング回数や斜面の角度を変更するなどの工夫をしたり、データロガーの回帰機能を用いたりして、課題の解決に取り組めるよう自由度を広げた。この活動を通して、生徒が数学的な見方・考え方を働かせて、様々な関数と見立てていくことを期待した。加えて、一連の問題解決過程におけるグループ活動や発表を通して、他者の意見を理解し自分の意見との差異を認識することで、多様な価値観や考えを知ることに繋がると考えた。

#### 4.2 ボールが繰り返しバウンドする現象を基にした授業の設計

1年目の実践の課題を踏まえ、3.2で開発した教材を基に授業設計を行った。高校生を対象とした授業を設計するにあたり、平成30年9月静岡大学工学部の学生を対象に模擬授業を行った。その模擬授業に基づき、教材の適切性と思考のサイクルの可能性について考察を行った。

### 第5章 ICT機器を活用した探究的な学習の授業実践

#### 5.1 重力と摩擦の関係を探究する授業の実践とその分析

##### 5.1.1 実践の概要

平成29年12月、愛知教育大学附属高等学校の1年生2クラスを対象として4.1.1で挙げた授業設計を基に、「物体が斜面を滑り落ちる運動」(4時間)をテーマに本教材を実施した。実験・考察を円滑に進めるため、5人1組の8班で授業を行った。



図5-1 体を動かしてグラフを作成する様子

##### 5.1.2 分析と考察

###### ① ハードウェアを接続し、支障なく動かすことができたか

機器の接続や操作にはすぐに慣れることができ、グループで対話をしながら協力して実験を行うことができた。iPadの設定でBluetooth接続が切れていることに気づき、自発的に解決ができた場面があるものの、超音波距離センサとiPadのBluetooth接続がうまくいかなかったり、超音波距離センサが正しく作動しなかったりするなどの機器に基づくトラブルが発生し、生徒では解決できない場面もあり、3セット用意した予備のうち2セットを使用することがあった。3セット程度用意しておかないと、このような実験を円滑に進めることができないということがわかった。

###### ② ソフトウェアを上手く使いこなすことができたか

ソフトウェアのフィッティング機能の利用やサンプリング回数の変更をし、実験・検証を的確に進めることができた。しかし、生徒の感想から「数値を変更したら滑らかなグラフになった」とあるように、周波数の理解はできていない様子だった。また、ボタンを押すだけで解決できるわけではなく、グラフを拡大しなければ観察できないことに生徒自身が気づき、操作することができた。普段からスマートフォンやタブレットの扱い

に慣れている生徒にとっては拡大・縮小は「当たり前に行える操作」の一つであると考えられる。データを読むだけでも生徒たちなりの対話が行えたと言える。

③ ①、②を基にして予想し実験、検証しまた予想に戻るような探究サイクルを的確にすることができたか

実験結果は簡単に処理できるため、なるべく生徒に任せて、自分たちで試行錯誤しながら解決させた。少なくとも実験機器を十分にセッティングして自分たちなりの答えを出すということは上手くできていた。

④ 摩擦と重力が打ち消し合うところを見出すことができたか

中学校理科の延長で考えている高校生からすると「転がり摩擦を利用した実験」や「いかに摩擦を少なくするか」にこだわってしまい、解説した後の実験でも「摩擦を失くす」（重力と釣り合うところを探すのではなく理想状態に近づける）ことに注目が行ってしまった。



図 5-2 滑り摩擦を減らした実験

### 5.1.3 まとめと課題

超音波距離センサは初めて使用する高校生にとっては扱いやすく、超音波距離センサを利用すれば、従来から使われている記録タイマーやビデオカメラによる実験に比べ、実験精度の向上や実験・解析の時間短縮が見込め、良い実験が行えた。超音波距離センサは単に距離を測るためのツールではなく、予想→実験→検証→予想→…といった探究サイクルを手軽に実現できるツールと言えるのではないかと。

しかしながら、高校生にとって摩擦は「実験では無いほうがよいもの」であり、「いかに小さくするか」、「いかに理想状態に近づけるか」という思いが非常に強いことがわかった。数学の授業の中で物理実験を行う際には、摩擦や重力について「生徒がどのように理解しているか」を理解しておかなければならないことを実感した。

実験については、その場で結果が出るため、すぐに斜面の角度や器具の設定を修正することで手軽にやり直しができるといった小さな思考のサイクルはまわっていた。しかしながら、数学的に深められたかという点に課題が残った。

## 5.2 ボールが繰り返しバウンドする現象を基にした授業の実践とその分析

### 5.2.1 実践の概要

本実践は平成 30 年高校 11 月に、愛知教育大学附属高等学校第 38 回高等学校シンポジウムにおいて、愛知教育大学附属高等学校 1 年生 1 クラスを対象として公開授業を行った。1 年生の 1 学期の学びを振り返りつつ追究できるように、課題を「繰り返し現れる 2 次関数は相似か合同か」に設定し、実践を行った。

### 5.2.2 分析と考察

#### (1) 気づきや問いの可能性


中学 3 年生でこだわりを持って相似・合同を扱っていた高校 1 年生にとっては受け入れやすいと想定して取

り組んだところ、実験結果のグラフを見ることで、繰り返し現れる二次関数が「似ている」「同じだ」という声が自然と出た。「繰り返し現れる二次関数は相似か合同か」は自然な問いとして妥当であることを確認できた。また、その他にも「地面に接地する瞬間の高さのデータが異なるのはなぜか」「頂点の軌跡がどのような式になるのか」「バウンドが止むまで続けたらどうなるか」といった、注目に値する事実や問いが多いことがわかった。それらを元に、生徒がグループ等の中で多様な探究を展開するためのきっかけを提供してくれると判断できた。

### (2) 思考のサイクルの可能性

実験結果は簡単に処理できるため、なるべく生徒に任せて、自分たちで試行錯誤しながら解決させた。少なくとも実験機器を十分にセッティングして自分たちなりの答えを出すということは上手くできていた。「ただ単に問題を解いて終わり」ではなく、予想からはじまり、実験し結果から規則性を発見するまで学習の一連の流れを体験させることができた。その理由として、扱っているグラフが自分たちの実験で得られたデータである点が多い。与えられた問題を受け身で解いているのではなく、自分たちのグラフだから、自分たちでどうにか解決しようという強い気持ちがあったように思われる。

「繰り返し現れる二次関数は相似か合同か」について、生徒から次のような発言があった。

「繰り返し現れる二次関数は相似か合同か」生徒の発言より	
T:こうすればわかるんじゃないかなという人いますか？はい、S1さん。	
S1:最初、合同かと思ってんですけど...あの、前に出てもいいですか？	
T:どうぞ。	
S1:ここ（一番左の放物線）とここ（左から二つ目の放物線）を重ねたときに、たぶん重なりはするんですけど、途中までしかないから...この形は一致するけど大きさとかは一緒じゃないから相似じゃないかになって。	
S(全員):(えーすごーい)	
T:みなさん、どう思う？はい、じゃあS2くん。	
S2:左側の大きい放物線ですけど。「伸ばしたら一緒になる」ということは、式が一緒だということじゃないですか。あの一。「伸ばしたら合同になる」というのは形の話で、二次関数としては式が同じだったら合同だと思います。	
S(全員):(あー)	
T:どうわかった？では次に、S3くんに聞いてみましょう。	
S3:この二次関数は範囲決めはされていないから。どのグラフであれ、永遠に続くから。例えば、一番右の、そのちっちゃいやつを一番左に持って行ったとしても、一番右はずっと永遠に続いているから、すっぽりはまるということで、傾き（ここでは二次の係数aの値を指している）も同じだし、すべての傾きが同じだから合同じゃないかになって。	

実測値の処理においては、必ず誤差が生じる。とはいうものの、今回の現象において、それぞれの二次関数の二次の係数aの値はかなり共通の値をとっている。どこに注目すれば、合同と言えるはずかという推論を展開していくことができるなど、数学の特徴を主体的に議論することで、思考のサイクルが深まっていくことを確認できた。

### (3) ICT 機器をうまく使いこなすことができたか

ソフトウェアのフィッティング機能の利用やサンプリング回数の変更をし、実験・検証を的確に進めることができた。また、ボタンを押すだけで解決できるわけではなく、グラフを拡大しなければ観察できないことに生徒自身が気づき、操作することができた。普段からスマートフォンやタブレットの扱いに慣れている生徒に

とっては拡大・縮小は「当たり前に行える操作」の一つであると考えられる。データを読むだけでも生徒たちなりの対話が行えたと言える。3時間の授業ではあるが、生徒たちはアプリケーションをかなり円滑に使うことができた。しかし、思いもかけずアプリケーションが突然停止し、記録が消えてしまうなどのソフトウェアの問題も多々起こった。随時保存したり、スクリーンショットしたりするなど、データの残し方に関して工夫することや予備の機械を用意することで解決できると考える。

### 5.2.5 まとめと課題

本実践では、ICT機器の活用を前提とした問題解決型の教材を開発し、生徒の学習の様相をまとめた。生徒にとってはハードルの高い、自由度の高い課題であったものの、生徒の学習は活発で、概ね自分たちなりにデータと向き合う生徒が多かった。実践のアンケートでも「試行錯誤するのが楽しかった」「もう少し時間がほしかった」といった前向きなコメントが多く、実験に対して意欲的に取り組む姿が印象的であった。加えて、得られたデータから推論することで数学的な思考のサイクルがまわっていたといえる。また、実験で得られたグラフを基に感じることや予想が多様になり課題の適切性を実感することができた。

## 終章 まとめと今後の課題

2つの教材についての授業実践を通して、ICT機器を活用して得られたデータから推論を始めることができ、繰り返し実験することにより思考のサイクルを回すなど、概ね目的としていた生徒の学習を引き出すことができた。数理的探究の過程を経験し、「探究の過程を遂行する力」の育成を図ることができたと判断した。今後の課題として、次の3点をあげる。

- ①複数の学年・教育目標に応じた、複数の教材化の可能性を具現化
- ②探究的な学習の評価基準や視点の枠組み
- ③探究的な学習でICT活用するための環境整備

## 引用・参考文献

文部科学省(2016).「理数探究（仮称）に関する資料」.

[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/060/siryu/\\_icsFiles/afiedfile/2016/05/12/1370460\\_12.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/060/siryu/_icsFiles/afiedfile/2016/05/12/1370460_12.pdf)

文部科学省(2016).「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめについて（報告）」.

[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/1376993.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/1376993.htm)

文部科学省(2016).「高等学校の数学・理科にわたる探究的科目の在り方に関する特別チームにおける審議の取りまとめについて（報告）」.

[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/070/sonota/1376995.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/070/sonota/1376995.htm)

文部科学省(2016).「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ（第2部）」.

[http://www.mext.go.jp/component/b\\_menu/shingi/toushin/\\_icsFiles/afiedfile/2016/09/09/1377021\\_1\\_4.pdf](http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/_icsFiles/afiedfile/2016/09/09/1377021_1_4.pdf)

文部科学省(2018).「高等学校学習指導要領の改訂のポイント」.

[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/\\_icsFiles/afiedfile/2018/04/18/1384662\\_3.pdf](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/_icsFiles/afiedfile/2018/04/18/1384662_3.pdf)

文部科学省(2018).「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」.

[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/1407074.htm](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1407074.htm)