イプシロン　2019. Vol.61，169 － 173

q- 超幾何差分方程式の漸近解析

<修士論文要旨>

愛知教育大学大学院教育学研究科
217M064　**安　達　駿　弥**

1　主結果

本修士論文では, q-超幾何級数の満たす線形 q-差分方程式の解の接続問題を考える. q-超幾何級数は次で定義される.

$$ {}_r\varphi_s\left(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x\right) = {}_r\varphi_s\left(\begin{matrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\end{matrix};q,x\right) := \sum_{n\geq 0}\frac{(a_1,a_2,\ldots,a_r;q)_n}{(b_1,\ldots,b_s;q)_n(q;q)_n}\left\{(-1)^n q^{\frac{n(n-1)}{2}}\right\}^{1+s-r} x^n. \tag{1.1}$$

ここで $x\in\mathbb{C}$ であり, 複素パラメータ $q\in\mathbb{C}^*(:=\mathbb{C}\setminus\{0\})$ は $0<|q|<1$ を満たすとする. 本論文ではパラメータ $\boldsymbol{a}=(a_1,a_2,\ldots,a_r)\in\mathbb{C}^r$, $\boldsymbol{b}=(b_1,\ldots,b_s)\in\mathbb{C}^s$ に対して, $a_1\cdots a_r b_1\cdots b_s\neq 0$ と $b_j\notin q^{-\mathbb{N}}\,(1\leq j\leq s)$ を仮定する. また級数の定義に現れる $(a;q)_n$ は q-shift factorial と呼ばれる記号で

$$(a;q)_n := \begin{cases}1 & (n=0)\\ (1-a)(1-aq)\cdots(1-aq^{n-1}) & (n\geq 1)\end{cases},\quad (a;q)_\infty = \prod_{i=0}^{\infty}(1-aq^i) \tag{1.2}$$

で定義される. 短縮のために $(a_1,a_2,\ldots,a_r;q)_n := \prod_{j=1}^{r}(a_j;q)_n\ (n\in\mathbb{N}\cup\{\infty\})$ と約束する.

級数 (1.1) は $r>s+1$ のとき発散し, $r=s+1$ のときは $|x|<1$ で収束し, $r<s+1$ のときは整関数となる. 以下 $r>s+1$ を仮定し, $k=r-s-1$ と書く.

命題 1. q-超幾何級数 (1.1) は q-超幾何 (差分) 方程式と呼ばれる次の r 階線形 q-差分方程式を満たす.

$$\left[x(-\sigma_q)^{1+s-r}\prod_{i=1}^{r}(1-a_i\sigma_q)-(1-\sigma_q)\prod_{j=1}^{s}\left(1-\frac{b_j}{q}\sigma_q\right)\right]y(x)=0.$$

ここで q-差分作用素 σ_q は $\sigma_q y(x)=y(qx)$ で定義される. この q-差分方程式を ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ と書く.

一般に n 階線形 q-差分方程式の解空間は n 次元線形空間となり, その基底は基本解と呼ばれる. 本論文では q-超幾何方程式 ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の原点周りの基本解と無限遠点の周りでの基本解の間の線形関係を求めた. より正確には, 原点周りの基本解を無限遠点周りに解析接続した結果は無限遠点周りの基本解の線形結合でどのように表わされるか？ という問題を考えた. このような問題は q-差分方程式の接続問題と呼ばれる.

1.1　q-超幾何方程式の形式解

接続問題の解答を与えるためには, まず各点周りの方程式の基本解を与える必要がある. そこで方程式 ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の基本解を定める. 線形 q-差分方程式の一般論を用いると方程式の原点周りと無限遠点周りの形式的冪級数解を構成することができる. もしその形式解が収束しているならば, それらは実際の解となる.

形式解の構成に関する結果を述べるために, テータ関数と呼ばれる特殊関数を用意する. テータ関数 $\theta_q(x)$ は

$$\theta_q(x) := \sum_{n\in\mathbb{Z}} q^{\frac{n(n-1)}{2}}x^n = (q,-x,-q/x;q)_\infty$$

という級数で定義される $\mathbb{C}^*$ 上の正則関数である. 2 つめの等式は Jacobi の三重積公式と呼ばれる公式である. また $\lambda\in\mathbb{C}^*$ に対して, その q-spiral を $[\lambda;q] := \lambda q^{\mathbb{Z}} = \{\lambda q^n\,;\,n\in\mathbb{Z}\}$ で定義すると, 三重積公式からテータ関数が

$$\theta_q\left(-\frac{\lambda}{x}\right)=0 \quad\Leftrightarrow\quad x\in[\lambda;q]$$

を満たすことがわかる. また, その定義から $[\lambda;q]$ は $\mathbb{C}^*/q^{\mathbb{Z}}$ の同値類である.

無限遠点周りの形式解は全て収束する q-超幾何級数で表される．

命題 2. パラメータに関して $a_i,\ a_l/a_m \notin q^{\mathbb{Z}}\ (l \neq m)$ を仮定する．このとき $x=\infty$ 周りの ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の r 個の形式解は次で与えられる．

$$y_i^{(\infty)}(x) = \frac{\theta_q(-a_i x)}{\theta_q(-x)}\,{}_r\varphi_{r-1}\left(\tilde{\boldsymbol{a}}_i;\tilde{\boldsymbol{b}}_i;q,\frac{qb_1\cdots b_s}{a_1\cdots a_r x}\right) \quad (1\le i\le r). \tag{1.3}$$

ここで

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_i = \left(a_i,\frac{a_iq}{b_1},\frac{a_iq}{b_2},\dots,\frac{a_iq}{b_s},0,\dots,0\right)\in\mathbb{C}^r,\quad \tilde{\boldsymbol{b}}_i=\left(\frac{a_iq}{a_1},\dots,\frac{a_iq}{a_{i-1}},\frac{a_iq}{a_{i+1}},\dots,\frac{a_iq}{a_r}\right)\in\mathbb{C}^{r-1}.$$

これらの形式解は $|x|>|qb_1\cdots b_s/a_1\cdots a_r|$ かつ $x\in\mathbb{C}^*\setminus[1;q]$ で収束する．

形式解 (1.3) は全て収束しているので ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の無限遠点周りの基本解として採用する．一方, 原点周りの形式解には, 発散解と収束解が混ざる．

命題 3. パラメータに関して $b_j,\ b_l/b_m\notin q^{\mathbb{Z}}\ (l\neq m)$ を仮定する．さらに

$$t^k = x,\quad p^k = q$$

とおくと, $x=0$ 周りでの ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の形式解は次で与えられる．

$$\hat{y}_1^{(0)}(x) = {}_r\varphi_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x), \tag{1.4}$$

$$\hat{y}_{j+1}^{(0)}(x) = \frac{\theta_q(x)}{\theta_q(qx/b_j)}\hat{z}_{j+1}(x) = \frac{\theta_q(x)}{\theta_q(qx/b_j)}\,{}_r\varphi_s\left(\boldsymbol{a}_j;\boldsymbol{b}_j;q,\left(\frac{b_j}{q}\right)^k x\right)\quad (1\le j\le s), \tag{1.5}$$

$$y_l^{(0)}(x) = \frac{1}{\theta_p(-\omega^l p^{\frac{k+1}{2}}t)}u_l^{(0)}(t) = \frac{1}{\theta_p(-\omega^l p^{\frac{k+1}{2}}t)}\sum_{n\ge0}u_{ln}t^n\quad (s+2\le l\le r). \tag{1.6}$$

ここで ω は 1 の原始 k 乗根,

$$\boldsymbol{a}_j=\left(\frac{a_1q}{b_j},\frac{a_2q}{b_j},\dots,\frac{a_rq}{b_j}\right)\in\mathbb{C}^r,\quad \boldsymbol{b}_j=\left(\frac{b_1q}{b_j},\dots,\frac{b_{j-1}q}{b_j},\frac{q^2}{b_j},\frac{b_{j+1}q}{b_j},\dots,\frac{b_sq}{b_j}\right)\in\mathbb{C}^s,$$

であり, さらに $t\in\mathbb{C}^*\setminus\bigcup_{l=s+2}^r[\omega^{-l}\sqrt{p};p]$ である．これらの形式解のうち $\hat{y}_1^{(0)}(x),\hat{y}_2^{(0)}(x),\dots,\hat{y}_{s+1}^{(0)}(x)$ は一般に発散し, $u_{s+2}^{(0)}(t),\dots,u_r^{(0)}(t)$ は $t=0$ 周りで収束する．

これらの形式解のうち (1.6) は原点周りで収束するため原点周りの基本解の一部として採用できる．しかし (1.4) と (1.5) は発散するのでそのままでは関数として意味を持たない．

1.2 発散級数解の Resummation

命題 3 と 2 で得られた形式解のうち, 収束している (1.6) と (1.3) はそのまま ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の解となるが, 発散している (1.4) と (1.5) はそのままでは意味を持たない．この困難を解決するのが Zhang [3] によって導入された (第 1 種) q-Borel 総和法である (混乱の恐れがないときは "第 1 種" を省略する)．この q-Borel 総和法は q-Borel 変換と q-Laplace 変換という 2 つの変換からなる手法である．まず q-Borel 変換を定義する．

定義 1. $\mathbb{C}[[x]]$ を x の形式的冪級数環として $\hat{f}(x)=\sum_{n\ge0}a_nx^n\in\mathbb{C}[[x]]$ とする．このとき $\hat{f}(x)$ の **(第 1 種) q-Borel 変換**を次で定義する．

$$(\mathcal{B}_q^+\hat{f})(\xi) := \sum_{n\ge0}a_nq^{\frac{n(n-1)}{2}}\xi^n.$$

次に q-Laplace 変換を定義するために q-Laplace 変換可能な関数がなす関数空間 $\mathbb{H}_{q;1}^{[\lambda;q]}$ を定義する: $g(\xi)\in\mathbb{H}_{q;1}^{[\lambda;q]}$ であるとは, 収束級数 $g(\xi)\in\mathbb{C}\{\xi\}$ が ξ-平面上で $[\lambda;q]$ の各点の近傍を全て含むような領域 Ω に解析接続されて Ω 上で q-指数増大度を持つとき, すなわちある正数 L と M が存在して

$$|g(\xi)| < L\theta_{|q|}(M|\xi|),\quad \xi\in\Omega\setminus\{0\}$$

という評価を満たすときを言う．この関数空間を定義域として q-Laplace 変換を定義する．

定義 2. ある $[\lambda;q]\in\mathbb{C}^*/q^{\mathbb{Z}}$ に対して $g(\xi)\in\mathbb{H}_{q;1}^{[\lambda;q]}$ とする．このとき $g(\xi)$ の **(第１種) q-Laplace** 変換を次で定義する．

$$(\mathcal{L}_q^{[\lambda;q]}g)(x):=\sum_{n\in\mathbb{Z}}\frac{g(\lambda q^n)}{\theta_q(\frac{\lambda q^n}{x})}.$$

関数 $g(\xi)$ を q-Laplace 変換して得られる関数 $(\mathcal{L}_q^{[\lambda;q]}g)(x)$ は原点の穴あき近傍で定義されて $[-\lambda;q]$ に 1 位の極を持つ有理型関数を定める．また q-Laplace 変換は q-Borel 変換の逆変換である．つまり $f(x)\in\mathbb{C}\{x\}$ に対して $(\mathcal{L}_q^{[\lambda;q]}\circ\mathcal{B}_q^+f)(x)=f(x)$ が成り立つ．

定義 3. 形式的冪級数 $\hat{f}(x)$ の q-Borel 変換 $(\mathcal{B}_q^+\hat{f})(\xi)$ が $(\mathcal{B}_q^+\hat{f})(\xi)\in\mathbb{H}_{q;1}^{[\lambda;q]}$ を満たすとき，$\hat{f}(x)$ は $[\lambda;q]$-**summable** であるという．そして $(\mathcal{L}_q^{[\lambda;q]}\circ\hat{\mathcal{B}}_q^+\hat{f})(x)$ は $\hat{f}(x)$ の $[\lambda;q]$-sum, または q-Borel 和と呼ばれる．

$\hat{f}(x)$ がある線形 q-差分方程式の形式解である場合, その q-Borel 和 $(\mathcal{L}_q^{[\lambda;q]}\circ\hat{\mathcal{B}}_q^+\hat{f})(x)$ は $\hat{f}(x)$ と同じ q-差分方程式を満たす．つまり

(第 1 種) q-Borel 総和法を用いることで, 線形 q-差分方程式の発散級数解から収束解を作ることができる

ということである．

ここで q-超幾何差分方程式に話を戻すと, 発散冪級数解 (1.4) と (1.5) に対して q-Borel 総和法を適用すれば, 原点周りの収束解を構成できるということになる．これらの発散級数解は全て q-超幾何級数 ${}_r\varphi_s$ を用いて表されているため, q-超幾何級数 (1.1) の q-Borel 和がわかればパラメータを置き換えることによって全ての発散級数解の q-Borel 和が直ちに得られる．

命題 4 ([1])**.** $q'=q^k$ とする．このとき発散する q-超幾何級数 $\hat{f}(x)={}_r\varphi_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ は任意の $\lambda\in\mathbb{C}^*\setminus[(-1)^k;q]$ に対して $[\lambda;q']$-summable であり, その $[\lambda;q']$-sum ${}_rf_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};\lambda;q,x)=(\mathcal{L}_{q'}^{[\lambda;q']}\circ\hat{\mathcal{B}}_{q'}^+\hat{f})(x)$ は次で与えられる．

$$\begin{aligned}{}_rf_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};\lambda;q,x)=&\frac{(a_2,\dots,a_r,b_1/a_1,\dots,b_s/a_1;q)_\infty}{(b_1,\dots,b_s,a_2/a_1,\dots,a_r/a_1;q)_\infty}\frac{\theta_{q'}(q'a_1^kx/\lambda)}{\theta_{q'}(q'x/\lambda)}\frac{\theta_q((-1)^{1-k}a_1\lambda)}{\theta_q((-1)^{1-k}\lambda)}\\&\times{}_r\varphi_{r-1}\left(\begin{matrix}a_1,a_1q/b_1,\dots,a_1q/b_s,\mathbf{0}_k\\a_1q/a_2,\dots,a_1q/a_r\end{matrix};q;\frac{qb_1\cdots b_s}{a_1\cdots a_rx}\right)\\&+\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r),\end{aligned}\tag{1.7}$$

ここで $x\in\mathbb{C}^*\setminus[-\lambda;q']$ で $|x|>|qb_1b_2\cdots b_s|/|a_1\cdots a_r|$ である．また "$\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r)$" は第 1 項における a_1 をそれぞれ $a_2,\dots,a_r$ と入れ替えて得られる $r-1$ 個の項の和を表す．$[\lambda;q]$-sum (1.7) は q'-spiral $[-\lambda;q']$ 上に 1 位の極を持つ．

上で述べた q-Borel 総和法の性質より $(\mathcal{L}_{q'}^{[\lambda;q']}\circ\hat{\mathcal{B}}_{q'}^+\hat{f})(x)$ 自身は原点周りでの有理型関数となる．つまり (1.7) は原点周りの有理型関数解 $(\mathcal{L}_{q'}^{[\lambda;q']}\circ\hat{\mathcal{B}}_{q'}^+\hat{f})(x)$ を無限遠点周りへ解析接続した結果を与えているということになる．

注意 1. 命題 4 は古典的な超幾何関数に対する Borel 総和法を考えた Ichinobe [2] の結果の q-類似となっている (cf. [1, Theorem 3.2])．

命題 4 において $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})\mapsto(\boldsymbol{a}_j,\boldsymbol{b}_j)$ $(j=1,2,\dots,s)$ と入れ替えることで, (1.5) における $\hat{z}_2(x),\hat{z}_3(x),\dots,\hat{z}_{s+1}(x)$ の q-Borel 和も直ちに得られる．したがって次の系が得られた．

系 1. 発散形式解 (1.4) と (1.5) に現れる発散冪級数 $\hat{y}_1^{(0)}(x),\hat{z}_2(x),\dots,\hat{z}_{s+1}(x)$ は全て任意の $\lambda\in\mathbb{C}^*\setminus[(-1)^k;q]$ に対して $[\lambda;q']$-summable である．それゆえ

$$\begin{aligned}y_1^{(0)}(x;\lambda)&:=(\mathcal{L}_{q'}^{[\lambda;q']}\circ\hat{\mathcal{B}}_{q'}^+\hat{y}_1^{(0)})(x),\\y_{j+1}^{(0)}(x;\lambda)&:=\frac{\theta_q(x)}{\theta_q(qx/b_j)}(\mathcal{L}_{q'}^{[\lambda;q']}\circ\hat{\mathcal{B}}_{q'}^+\hat{z}_{j+1})(x)\quad(1\le j\le s)\end{aligned}$$

は原点周りでの ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の有理型関数解を与える．さらにこれらの解析接続は次で与えられる．

$$y_1^{(0)}(x;\lambda)={}_rf_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};\lambda;q,x),$$
$$y_{j+1}^{(0)}(x;\lambda)=\frac{\theta_q(x)}{\theta_q(qx/b_j)}{}_rf_s\left(\boldsymbol{a}_j;\boldsymbol{b}_j;\lambda;q;\left(\frac{b_j}{q}\right)^k x\right)\quad(1\le j\le s),$$

ここで $x\in\mathbb{C}^*\setminus\left([-\lambda;q']\cup\bigcup_{j=1}^{s}[-b_j^{-k}\lambda;q']\right)$ であり $|x|>|qb_1\cdots b_s/a_1\cdots a_r|$ である．

ここまで得られていたものと合わせると方程式 ${}_rE_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$ の原点周りと無限遠点周りの基本解

$$\mathcal{Y}^{(0)}=(y_1^{(0)}(x;\lambda),\dots,y_{s+1}^{(0)}(x;\lambda),y_{s+2}^{(0)}(x),\dots,y_r^{(0)}(x)),\quad \mathcal{Y}^{(\infty)}=(y_1^{(\infty)}(x),\dots,y_r^{(\infty)}(x))$$

が得られる．これらの解析接続の間に成り立つ接続公式が我々の主定理である．

接続公式を与えるためには，基本解の解析接続を行う必要がある．原点周りの基本解のうち，$y_1^{(0)}(x;\lambda),\dots,y_{s+1}^{(0)}(x;\lambda)$ の解析接続はすでに系 1 で与えているので，ここでは収束解 $y_{s+2}^{(0)}(x),\dots,y_r^{(0)}(x)$ の解析接続を与える．

命題 5. 収束解 (1.6) に対する解析接続は次で与えられる．

$$\begin{aligned}y_l^{(0)}(x)=&\frac{(q/a_1,b_1/a_1,\dots.b_s/a_1;q)_\infty}{(q,a_2/a_1,a_3/a_1,\dots,a_r/a_1;q)_\infty}\frac{\theta_p(-a_1\omega^l p^{\frac{k+1}{2}}x^{\frac{1}{k}})}{\theta_p(-\omega^l p^{\frac{k+1}{2}}x^{\frac{1}{k}})}\\&\times{}_r\varphi_{r-1}\left(\begin{matrix}a_1,a_1q/b_1,\dots,a_1q/b_s,\mathbf{0}_k\\a_1q/a_2,\dots,a_1q/a_r\end{matrix};q,\frac{qb_1\cdots b_s}{a_1\cdots a_rx}\right)\\&+\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r)\quad(s+2\le l\le r).\end{aligned}\tag{1.8}$$

ここで $x\in\mathbb{C}^*\setminus[q^{-\frac{k+1}{2}};q]$ で $|x|>|qb_1\cdots b_s/a_1\cdots a_r|$ である．

この命題は，収束解 (1.6) が満たす q-差分方程式に対して **(第 2 種)** q**-Borel** 総和法を用いることで示される．この命題と系 1 を合わせて基本解 $\mathcal{Y}^{(0)}$ の解析接続が全て分かったことになるので，その結果を (2) を用いて $\mathcal{Y}^{(\infty)}$ との関係式として表すことで，主定理である接続公式が得られる．

定理 1 (Main Theorem)**.** $\lambda\in\mathbb{C}^*\setminus[(-1)^k;q]$ とする．すると $\mathcal{Y}^{(0)}$ と $\mathcal{Y}^{(\infty)}$ の間の接続公式は次で与えられる．

$$\begin{aligned}y_1^{(0)}(x;\lambda)=&\frac{(a_2,\dots,a_r,b_1/a_1,\dots,b_s/a_1;q)_\infty}{(b_1,\dots,b_s,a_2/a_1,\dots,a_r/a_1;q)_\infty}\frac{\theta_{q'}(q'a_1^kx/\lambda)\theta_q((-1)^{1-k}a_1\lambda,-x)}{\theta_{q'}(q'x/\lambda)\theta_q((-1)^{1-k}\lambda,-a_1x)}y_1^{(\infty)}(x)\\&+\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r),\end{aligned}\tag{1.9}$$

$$\begin{aligned}y_{j+1}^{(0)}(x;\lambda)=&\frac{(a_2q/b_j,\dots,a_rq/b_j,b_1/a_1,\dots,b_s/a_1;q)_\infty}{(qb_1/b_j,\dots qb_{j-1}/b_j,q^2/b_j,qb_{j+1}/b_j,\dots,qb_s/b_m,a_2/a_1,\dots,a_r/a_1;q)_\infty}\\&\times\frac{\theta_q(x,(-1)^{1-k}a_1q\lambda/b_j,-x)\theta_{q'}(a_1q^kx/\lambda)}{\theta_q(qx/b_j,(-1)^{1-k}\lambda,-a_1x)\theta_{q'}(b_j^kx/\lambda)}y_1^{(\infty)}(x)+\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r),\end{aligned}\tag{1.10}$$

$$\begin{aligned}y_l^{(0)}(x)=&\frac{(q/a_1,b_1/a_1,\dots.b_s/a_1;q)_\infty}{(q,a_2/a_1,a_3/a_1,\dots,a_r/a_1;q)_\infty}\frac{\theta_p(-a_1\omega^lp^{\frac{k+1}{2}}x^{\frac{1}{k}})\theta_q(-x)}{\theta_p(-\omega^lp^{\frac{k+1}{2}}x^{\frac{1}{k}})\theta_q(-a_1x)}y_1^{(\infty)}(x)\\&+\mathrm{idem}(a_1;a_2,\dots,a_r).\end{aligned}\tag{1.11}$$

ここで $1\le j\le s,\ s+2\le l\le r,\ |x|>|qb_1\cdots b_s/a_1\cdots a_r|$ であり

$$x\in\mathbb{C}^*\setminus\left\{[-\lambda;q']\cup\bigcup_{i=1}^{r}[a_i^{-1};q]\cup\bigcup_{j=1}^{s}\left([-b_j^{-k}\lambda;q']\cup[-b_j;q]\right)\cup[q^{-\frac{k+1}{2}};q]\right\}$$

である．

参考文献

[1] Adachi, S., The q-Borel Sum of Divergent Basic Hypergeometric Series ${}_r\varphi_s(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b};q,x)$, *SIGMA*, **15** (2019), 016, 12 pages.

[2] Ichinobe, K., The Borel Sum of Divergent Barnes Hypergeometric Series and its Application to a Partial Differential Equation, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.*, **37** (2001), 91-117.

[3] Zhang, C., Une sommation discrète pour des équations aux q-defférences linéaires et à coefficients analytiques : théorie générale et examples, *Differential Equations and Stokes Phenomenon*, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 2002, 309-329.