

ポリドロンを用いた空間図形の授業実践

—アクティブ・ラーニング型授業の可能性と困難点—

数学科 天羽康、青山和宏、神谷良明、増田朋美、森永敦樹

本校には、平面図形や空間図形を苦手とした生徒や、実物を作成し考察するという経験が乏しい生徒が多く存在している。そこで、図形学習教具「ポリドロン」を用いた、主体的な学び・対話的な学び・深い学びの3つの観点を重視したアクティブ・ラーニング型授業の報告をする。

<キーワード> ポリドロン アクティブ・ラーニング 授業実践

1. はじめに

次期学習指導要領改訂に向けて、アクティブ・ラーニング型授業を取り入れる必要性が高まってきている。これまでの一方的な知識伝達型講義形式の受動的な学習を改善し、「どのように学ぶか」という学びの質や深まりを重視した数学的活動のさらなる充実が求められる。そこで、学校設定科目「数学研究」（2年3組を対象）の授業で実践した生徒の主体的・協働的な学習を促すための試みを報告する。本校には、平面図形や空間図形を苦手とする生徒が多く存在している。図形学習教具「ポリドロン」を用いて、アクティブ・ラーニング型の授業実践の可能性と困難点を、主体的な学び・対話的な学び・深い学びの3つの観点から明らかにすることとした。

2. 教具と授業設計

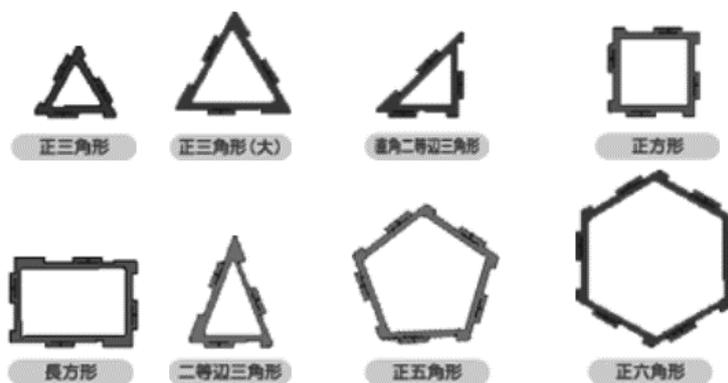


図-1 ポリドロン

(1) 教具「ポリドロン」について

ポリドロンは東京書籍の説明によると「4色8種類の幾何学的なかたちをはめあわせて平面的な模様や立体的な造形を作れるシステム遊具」とある。辺の蝶番をはめ合わせていくだけで、平面図形や空間図形を簡単に作成することができ、折りたたむようにすれば簡単に崩すことができる。ポリドロンを用いることで、ものをつくりながら学習する能動的な活動が多く取り入れられる。

(2) 授業設計

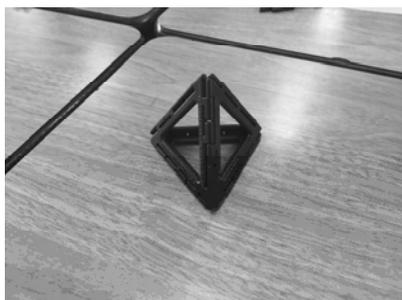
平成28年9月に「数学研究」の授業において2年3組42名を対象に行うことにした。6人1グループで実施し、各グループには正三角形、正方形、正五角形、正六角形のポリドロンを配布し、生徒と生徒の対話、生徒と教員の対話を通じて、自らの考えを広げ深める「対話的な学び」が実現できるよう、1時間の授業の中で15分から20分程度、グループ学習を中心に行う。これらの活動を通して、多面体の様々な問題に対して生徒同士がどのように関わって問題解決をするか分析する。

初めの2時間の授業までは計画し、3時間目以降は、実施していく中で新たに出てきた疑問や課題またはレポートの記述などについて授業で取り上げることにした。実際は5時間で授業を構成したが、今回は最初の2時間について報告する。

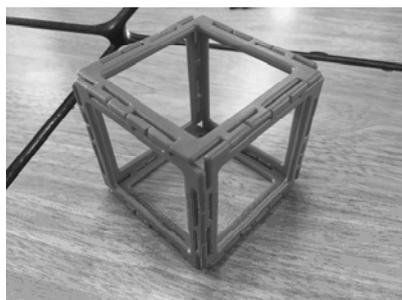
1) 授業① 正多面体の定義を考える。

授業の流れ

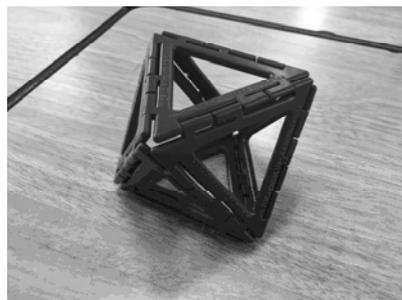
- ・正多面体の定義は何だろう。(発問)
- ・「合同な正多角形が集まってできる多面体」のことを正多面体というのではないか。(予想)
- ・ポリドロンを用いて作成する。(作業)
- ・正三角形6枚でできた六面体や10枚でできた十面体など「似非」正多面体ができる。(発見)
- ・できた多面体を比較して定義をどう修正すべきかを班で話し合う。(検証)
- ・どう修正すべきかを発表する。(発表)



正四面体



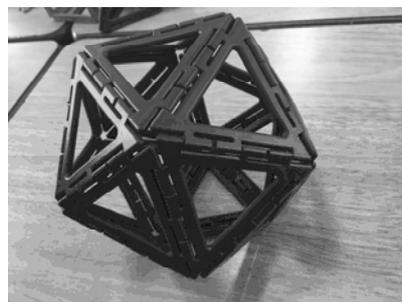
正六面体



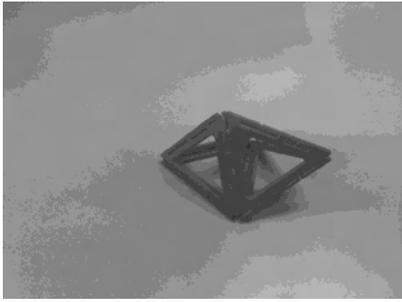
正八面体



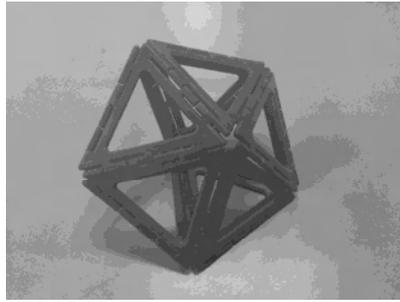
正十二面体



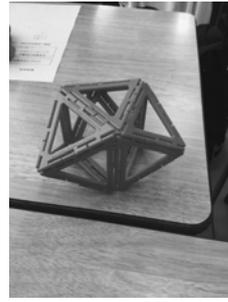
正二十面体



「似非」六面体



「似非」十面体



「似非」十四面体

2) 授業② 正多面体を作成し、面、辺、頂点の数を工夫して数える。

授業の流れ

- ・前時に学んだ正多面体の定義により、ポリドロンを用いて正多面体を作成する。(作業)
- ・正多面体の面、辺、頂点の個数を数える。(作業)
- ・工夫して数える方法はないだろうか。(発問)
- ・工夫の仕方を班の中で話し合う。(検証)
- ・工夫したことを発表する。(発表)

3. 授業の概要と分析

(1) 授業①

正多面体が5種類しか存在しないことや正多面体の定義については1年次に数学 A において既習ではあるが、言葉で説明することは難しく、曖昧になっている。そこで、暫定的に正多面体の定義を定め、発表させた。

生徒と教員の対話の様子 1

T : 正多面体の定義は何だと思えますか? S1 さん。

S1 : どの面も形や大きさが等しい多面体。

T : ありがとう。他には? S2 さん。

S2 : 同じです。

T : 同じ? まったく一緒?

S2 : あ、いや、「大きさや形」じゃなく、まとめて「合同」...

T : 「合同」! いい言葉が出てきましたね。続けて言ってみましょう。

S2 : 「形や大きさが等しい」をまとめて「どの面も合同な正多角形の多面体」。

T : ありがとう。では、正多面体の定義を「どの面も合同な正多角形の多面体」として実際に多面体を作ってみましょう。

しかし、実際に作成してみると、直感的に正多面体ではないと感じられる多面体ができる。そこで自分たちの定義ではどのような条件が不足していたのか、どう定義すれば「似非」正多面体を排除できるのかを話し合わせた。

生徒同士の対話の様子 1

S3：(似非十面体を持って) これって正多面体？違いつて？

S4：なんなんだ？

S5：(正四面体を持って) 頂点から見た形がどこでも一緒？

S4：頂点から出ている辺が一緒じゃない？ほらここ…

S5：あー、そういうことか。全部 3 本ってこと？

S3：確かに。



グループで話し合っているうちに、「一つの頂点に集まっている辺の数が同じなのではないか」「一つの頂点に集まっている面の数が等しいのかな」というグループが出てきたので、全体の前で発表させ、全体で検証を行った。

今回の授業では、正しい定義を導き出すことよりも自分たちが立てた仮説を検証し、反例を探すことをねらいとした。普段の受動的な授業に慣れているため、初めのうちは自分で性質を見つけたり法則に気づいたりすることが苦手としている生徒が多かった。教員からの全体に対しての誘導をなるべくなくし、生徒が手を動かし、グループ内で話し合わせることで、どの生徒も少しずつ課題に対して前向きに取り組むことができた。特に、数学を苦手としている生徒の多くが様々な多面体を手分けして作ることで積極的に参加していた。

(2) 授業②

前時に確認をした定義通りに正多面体を 5 種類（正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体）を作成し、面、辺、頂点の数を工夫して数える方法を考察した。実際に面、辺、頂点の数を数えていった。正四面体、正六面体、正八面体については数えやすいが、正十二面体や正二十面体となると「指が足りない!」「ここ数えたっけ」と苦勞をしていた。面、辺、頂点の数を表にまとめていくうちに、1 年次に数学 A において習ったオイラーの多面体定理を思い出す生徒が出てきた。既習ではあるが、「なにか関係式があったよね」とうろ覚えであった生徒も多かった。複雑な多面体になると辺や頂点の数を数えるのは容易ではなくなってくる。そこで、工夫して数えられないか考えさせた。グループ学習をする中で、「面の数がわかれば頂点の数が出せる」と気がついた生徒がいたので発表をしてもらい全体で共有をし、成り立つことを確認した。

生徒と教員の対話の様子 2

S6：面の数かける、えーと、一つ一つの面の頂点の数、割る、一つの頂点に集まる面の数。

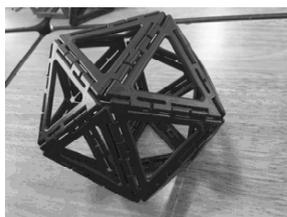
T：で、何が出る？

S6：頂点の数。

T：確かめてみましょうか。そして、なぜ成り立つのでしょうか。考えてみましょう。

S6：(正二十面体を持って) 正三角形が 20 枚あつて、全部バラバラだと頂点は 60 個だけど、一つの頂点に集まる面の数が 5 枚だから。

T：すばらしい。ありがとう。



「他にも関係式は作れないだろうか。」と発問し、面の数から辺の数を導く等式を考察させ、成り立つ理由を説明させて終了した。

今回の授業では、面、辺、頂点の数を工夫して数えることをねらいとした。意見交換が活発に行われるように、間違ってもいいので自由に発言するよう促した。また、手が止まっているグループには絶えず声掛けをするように心がけ、少しずつ誘導することでグループ内での話し合いは進み、関係式を導くことに成功した。また、「なぜ成り立つのか」という問いかけに対しても積極的に取り組み、自分の考えを適切に表現できたグループが多かった。

(3) 分析

1) 対話的な学び

最初はグループの中で理解できた生徒が他の生徒に教えるという姿が目立ったが、徐々に相談する時間が増え、生徒同士で意見が食い違った際に折り合いをつけることや相手の話をよく聞き補足説明するなど双方向で対話する姿が多く見られるようになった。実物を前にしているので説明がしやすく、生徒が前向きに取り組み、生徒同士がコミュニケーションを取りながら理解を深められた。また、課題に対して全員で分担して異なる多面体を作るよう提案しながら取り組む姿がほとんどのグループで見られた。今回のポリドロンを活用した授業を行うことで、対話的な学びは十分できていたといえる。

2) 主体的な学び

正多面体の美しさや「似非」多面体の不恰好さに興味を持ち、さらにはどのような差があり、「似非」多面体を排除し、正多面体に限定するためにはどのように定義をすれば良いか、どのような条件が必要かと考察しようとして取り組んでいた。また、数学が苦手な生徒が意見を出す場面は少なかったが、自分の手で多面体を作成し、辺や頂点に注目しながら積極的に観察していたのが印象的である。

3) 深い学び

数学において成績が上位の生徒の中には、手が止まってしまったり、すぐに課題を終わらせてしまったりしていた。また、ポリドロンが目新しかったようで、多面体作りを純粋に楽しめたことはとても良いことではあったが、本題から外れてしまう生徒も多かった。教員から与えられた課題に取り組むことに精一杯になってしまい、深い学びにつながったとは言いがたかった。しかし、面、辺、頂点の数を表にまとめてオイラーの多面体定理を確認したところ、他にも関係式を作れるのではないかと考え、面の数と頂点の数の関係式に気がついた生徒がいた。その生徒の発言をきっかけに、面の数と辺の数の関係を探る活動となぜ成り立つのか説明しようと試みるなど深い学びができた生徒も少なからず存在した。

また、上位層への新たな課題のを見つけ方や誘導の声掛けなどの工夫ができたかどうか、そのまま授業の質として現れ、生徒の学びに差が出てしまった。生徒に任せきりにならないよう、話が行き詰っているグループに適切なタイミングで声をかけ議論が先に進むような質問を投げかけるなどのサポートが必要である。

4. アンケートによる評価

(1) アンケートとその結果

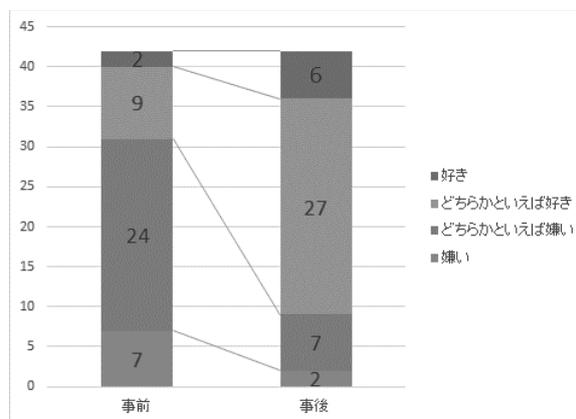
アンケートを実施することで、授業を行う前と授業を行った後で図形に対する意識がどのように変化したかを調査した。

対象 本校2年3組 42名

日時 9月(事前)、10月(事後)

質問1 「平面図形、空間図形は好きですか」

	事前	事後
「好き」	2人	6人
「どちらかと言えば好き」	9人	27人
「どちらかと言えば嫌い」	24人	7人
「嫌い」	7人	2人



事前と事後の意識の変化

「嫌い」「どちらかと言えば嫌い」から「好き」「どちらかと言えば好き」になったと回答した理由
○目の前に図形があるのでとてもやりやすく、考え方、展開された形が見えてくるのでとつきやすく好きになったかな。また、図形にはたくさん面白い性質があることを知って自分の手で見つけられるのが楽しかったから。

○全然できなかった図形の想像がしやすくなって、前よりパッと頭に浮かべられるようになったからです。

○今まで図形に慣れていなかったので、苦手意識やイメージがしづらかったですが、図形を実際に作ってみたり展開してみたりしたので、図形をパッとかくことができるようになりました。

○難しいことばかりではなくて図形の中から知っている図形を見つけたり、法則をみんなで作ったりして、手を動かして考えると楽しかったから。

- 1人でやってたら嫌いなままだったかもしれないが、班で話し合っただけで楽しくできたから好きになった。
- 数学Bで空間ベクトルに入ったときにイメージしやすく「わ～！分かる！」って思った。これは数研で図形のことをやったおかげだと思う。

「好き」「どちらかと言えば好き」から「どちらかと言えば嫌い」「嫌い」になったと回答した理由

- 図形をたくさん作ると、図形の性質や特徴がたくさん見えてきて今までより深く考えないといけなかったことがわかった。そうしたら、前より難しく感じて、少し苦手になった。

- ポリドロンを使っているときは考えやすかったが、使わないと難しい。なかなか図形に対する苦手意識が消えないので、図形に慣れるようにもっと訓練しなければいけないと感じました。

- 以前よりは頭の中で図形をイメージすることができたけど、若干の苦手意識はぬぐいきれません。

質問2 「ポリドロンを使った授業を通して成長できたこと、身についたこと」に対する回答

- 頭の中で図形をイメージする力が少し身についた。
- 今までは文章に書かれている図形がよくわからなかったけれど、頭でイメージして図にすることができるようになった。
- 展開図や図形の全体像を頭の中で組み合わせ、書き起こせる力が少しついたなと感じました。
- ベクトルの授業の時に図形が頭の中で描けるようになった。
- 辺の数、頂点の数がすぐわかるようになった。
- 展開図もすぐに思いつくようになって楽になった。
- 問題として与えられた図形を、頭の中で簡単に想像するということができるようになったと思う。また、その図形と切った断面とかを頭でわかるようにするということができるようになった気がする。
- 簡単にサッカーボールの絵が描けたことが成長したなと思った。

(2) 分析

ポリドロンを使ったアクティブ・ラーニング型の授業を行ったところ、空間図形に対して良い印象に変化した生徒が29名おり、授業を行う前と後の両方で「好き」「どちらかと言えば好き」と回答していた生徒6名を含めて合計35名の生徒が好意的に捉えていることは大きな成果であった。生徒の感想にもあるように、グループで試行錯誤しながら作った多面体についてお互いの考えを話し合うことは、結論を見つける活動につながり、とても効果的であった。実物が目の前にあることで、立体図形や展開図を「イメージしやすい」「平面にかくことができるようになった」と成長を実感している生徒が多かった。これまでの一方的な知識伝達型講義形式の受動的な学習に比べ、ポリドロンを用いた授業は、生徒の中にあっという間に漠然としたイメージを自分たちの手で具現化でき、到達目標が分かりやすく取り組めた結果と考えられる。

しかし、事後アンケートにおいても「嫌い」「どちらかと言えば嫌い」と回答している生徒が9名(21%)もいたことで課題は残っている。

本来は定義を正しく理解することで知識は深まっていくはずであるが、「図形の性質や特徴がたくさん見えてきて今までより深く考えないといけなかったことがわかった。そうしたら、前より難しく感じて、少し苦手になった。」とあるように、教員と生徒の定義のとらえ方に認識に差があるように感じられた。

5. おわりに

今回ポリドロンを使った授業を実践してみて、生徒がとても生き生きと取り組んでいたことがとても印象的であった。自分自身との対話、生徒と課題との対話、生徒同士の対話、生徒と教員との対話を通して、考えを言語化することで、自分の考えがより明確になる。自分一人で行くよりもより多くの情報を得ることができ、言語化する力や聴く力が生まれ、深い理解が生まれやすくなることを実感した。

主体的に考え、対話的に学びを深めることはできたが、その後にさらに自ら考え、新たな課題を発見するには至らなかった。今後の課題として、目的意識の持たせ方や発問の仕方を研究していきたい。さらに、生徒の知識・技能・価値観がどのように変化したかという点について、テストの点数のように測りにくいため評価が難しく、評価の観点や方法も研究していく必要がある。

参考文献

文部科学省（2010）「高等学校学習指導要領解説 数学編」実教出版

高橋洋一郎他（2014）「数学 A」啓林館

図形学習教具「ポリドロン」東京書籍 <https://www.tokyo-shoseki.co.jp/polydron/what.html>

付録（事後アンケート）

<p>数学研究アンケート</p> <p>3組（ ）番 氏名（ ）</p> <p>素直な気持ちでアンケートに答えてください。</p> <p>1. ポリドロンを使った授業を通して 図形は（ 好き どちらかと言えば好き どちらかと言えば嫌い 嫌い ） になりました。</p> <p>その理由</p> <p>2. ポリドロンを使った授業を通して、ここが成長できた、こんな力が身についた、と思うことを書いてください。</p> <p>ありがとうございました。</p>
--