

四分位数や箱ひげ図の導入段階と課題に関する一考察 —生徒による発想を生かした導入について—

愛知教育大学 青山和裕

1. はじめに

2021年の4月から中学校においても新教育課程が本格実施される。「データの活用」領域については、第2学年に四分位数と箱ひげ図が導入されることが大きな変化の1つである。青山(2019)では、知立市立知立中学校の榊原健先生による箱ひげ図の指導提案を取り上げ、箱ひげ図の指導に必要な事項と照らしてまとめた。榊原実践では、単元構成わずか5時間という中で、箱ひげ図の導入から仮説設定を伴う問題解決活動までを扱っていた。知識・技能のみの指導に偏ることなく、統計的問題解決過程での活用なども実現できていた点が評価できる一方で、限られた時間内であったため、箱ひげ図の欠点やヒストグラムとの比較・対比など扱いきれていない面があったことも指摘した。

また、四分位数と箱ひげ図の導入の仕方については、教師主導による事実伝達が主であったことなども検討すべき点である。算数・数学の指導課程では、新規概念の指導においても、児童・生徒がそれに近い視点を持ったり発見したりするなどの過程を意識して指導されることが多い。用語や記号については数学的事実として教師が伝達する必要があるものの、似寄りの概念をすでに児童・生徒が獲得した状況でラベリングをするというような展開である。

本稿では、この視点に立ち、四分位数と箱ひげ図の導入段階に注目する。愛知教育大学附属岡崎中学校の大鹿兼作先生が、2020年9月に行った実践において、生徒がデータを区分して分析するように意図して単元を構成していたため、その実践の内容についても取り上げ、箱ひげ図の指導に向けた示唆を得る。

2. 生徒の発想を生かした四分位数・箱ひげ図の導入に向けた困難点について

(1) データを「個数」によって区分する発想を引き出すこと

現行の教育課程では高等学校数学Iにおいて指導されている四分位数と箱ひげ図であるが、高等学校教科書においては、四分位数と箱ひげ図の導入の仕方については、生徒に発見させるものではなく、事実伝達によるものとなっている(例えば高橋他, 2011)。時間をかけずに効率よく導入し、活用に重きを置くためにはこのような導入の仕方になるもの当然である。ただ、教員からの事実伝達ではなく、生徒が統計の問題について考えている中で、四分位数や箱ひげ図につながる考えに気付くように仕向け、その上で導入したいという考えをもつ教員も多くいることだろう。峰野・富田(2013)などはそれを試みた実践の例であるが、四分位数や四分位範囲に近いものを生徒が見出すところまでは至っていない。

生徒から四分位数につながる考えを引き出すにはどのような教材を用いればよいのか。度数分布表やヒストグラムでもデータを階級ごとに分けているため、似ている点はあるが、度数分布表

ではデータを「値」に注目して分けている点が全く異なる。度数分布表では、例えばハンドボール投げのデータを整理するために、10m以上15m未満、15m以上20m未満などといったように、データの値に注目し、多くの場合は均等感覚で階級を設定し、それぞれの階級に該当するデータの個数を拾い出す。それに対して、四分位数による区分は、データの「個数」に注目して、各区分に同じ個数のデータが当てはまるように境界を設定する。出来上がった区分の間隔は均等ではないが、それぞれに該当する個数は均等となる。4区分にこだわる必要はなく、3区分でも5区分でも10区分でもよいが、個数に応じて区分する発想さえ出てくれば、4つで区分する方法が一般的に採用されていることを伝えればよいし、それを図示する方法として箱ひげ図があることを伝えることも特に無理はないだろう。

(2) 四分位数・箱ひげ図に関連する問題例

データを個数に応じて区分することが必要となったり、自然とそういった発想が引き出されたりする場面・問題があればいいわけであるが、既存の統計教材の中ではあまりそういったものは見当たらない。四分位数や箱ひげ図に関する知識・理解を評価する問題としては1群のデータを箱ひげ図に表し、そこからの読み取りを問う問題も扱われている(例えば図1)。

例 9 箱ひげ図を用いてデータの傾向を読みとってみよう。

次の箱ひげ図は、頭痛になった105人に対して、ある頭痛薬を飲んでから頭痛が治まるまでにかかった時間(分)の調査結果を表している。

箱ひげ図より、第1四分位数が55分で第3四分位数が85分であるから、ほぼ半数の人が頭痛が治まるまでに55分から85分までの時間がかかっていることがわかる。

また、最も時間がかかった人の治まるまでの時間は98分であることなどがわかる。

問 7 上の例9の箱ひげ図について、次の空欄にあてはまる数をかけ。

- (1) 頭痛が治まるまでにかかった時間が最も短い人の時間は 分である。また、範囲は 分である。
- (2) ほぼ半数の人は、 分以内で頭痛が治まった。
- (3) 頭痛が治まるまでに85分以上かかった人の割合は、全体のほぼ % である。

図1：四分位数・箱ひげ図の知識・理解に関する問題(高橋他, 2011, p. 175)

統計的な問題解決では多群比較をする場面で箱ひげ図を用いるものが多い。例えば学習指導要

領解説で挙げられている例が挙げられる(文部科学省, 2017)。

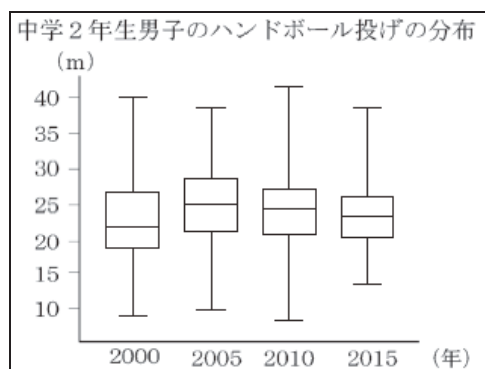


図2：箱ひげ図による多群比較(文部科学省, 2017, p. 122)

これは、「中学生の体力は以前に比べて落ちているかどうか」について追究する中での利用例である。箱ひげ図の利点として、グループ数が多いデータで多群比較をする際に比べやすく、続く分析的を絞りやすいことが挙げられる。四分位数と最小値・最大値の5つの値のみで作成することができるため、失われる情報量も多いが、焦点化してデータの特徴や傾向をとらえることができるのである。指導においてもこの利点を生かすことを意識する必要があるため、箱ひげ図の単元では多群比較の教材が多くなることが予想される。

知識・理解の問題は四分位数や箱ひげ図を学習した前提があるため、生徒による区分を引き出すような問題としては不向きであり、また、多群比較の文脈でも個数で区分するという発想は引き出しにくいだろう。四分位数や箱ひげ図を未習の生徒に多群比較の問題に取り組ませれば、ヒストグラムを用いたり代表値を用いて何とか解決しようとするはずである。

3. 大鹿実践の概要

(1) 実践の概要

2020年9月に大鹿先生が行った実践は、第1学年を対象としており、四分位数や箱ひげ図の単元ではない。単元を通じて四分位数も箱ひげ図も扱わないが、問題解決に取り組む中で、データを様々な観点で区分する考えを生徒から出させることをねらいとしている点が特徴である。四分位数の導入に通じる授業実践と位置付けることができる。

「オリジナルの附中度チェック」という題材で単元を構成している。脳トレアプリを用いて、第1学年144人を対象に、6つの項目について調べたデータを集め、その結果から附中度チェックについての判定基準を設定するというものである。6つの項目は、「反応力」「思考力」「個性」「発信力」「行動力」「仲間関係」であり、各項目1点～5点で測定されている。これら6つの項目を総合して附中度チェックの判定基準を設定し、その後学校の全生徒を対象に附中度を測定しようというねらいである。

5 単元構想表 (12時間完了)

【第9時終了時】



図3：大鹿実践の単元構想図

下の図4は、第1学年143人(1名欠席)の6項目の合計点をまとめたヒストグラム(棒グラフ)である。各項目の点数が1～5点であったためか、附中度チェックの判定結果もA～Eの5段階で行うというのが暗黙の了解となっていたようで、生徒たちはこのデータをどのように5区分に分けるかについて各々の考えに基づいて取り組んでいた。

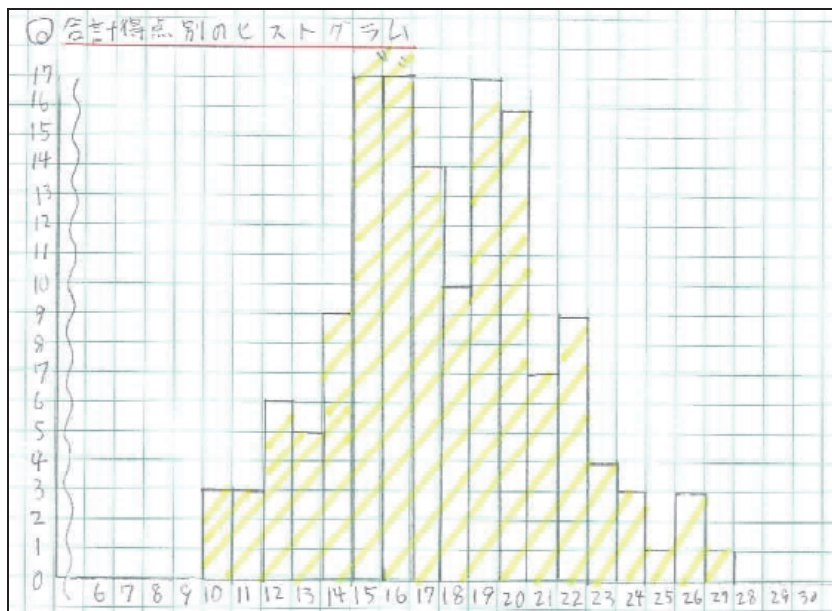


図4：第1学年の6項目の合計点

(2) 生徒の考え

A～E判定の基準を作るという課題のためか、各区分に該当する人数についてはどの生徒も着目していた。また、度数分布表のように値によって均等に区分するという考えを出す生徒はいなかったが、分析の途中で階級幅10のヒストグラムを用いている生徒がいた。

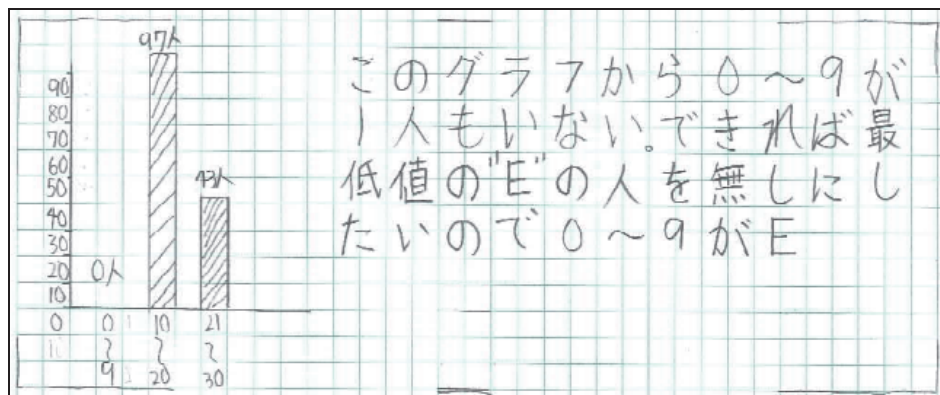


図5：ヒストグラムを用いた分析

C判定が5段階の真ん中であるため、平均値や中央値と関連付け、その付近をC判定になるように設定し、そこから人数が均等になるように区分するという考えが多く出ていた。

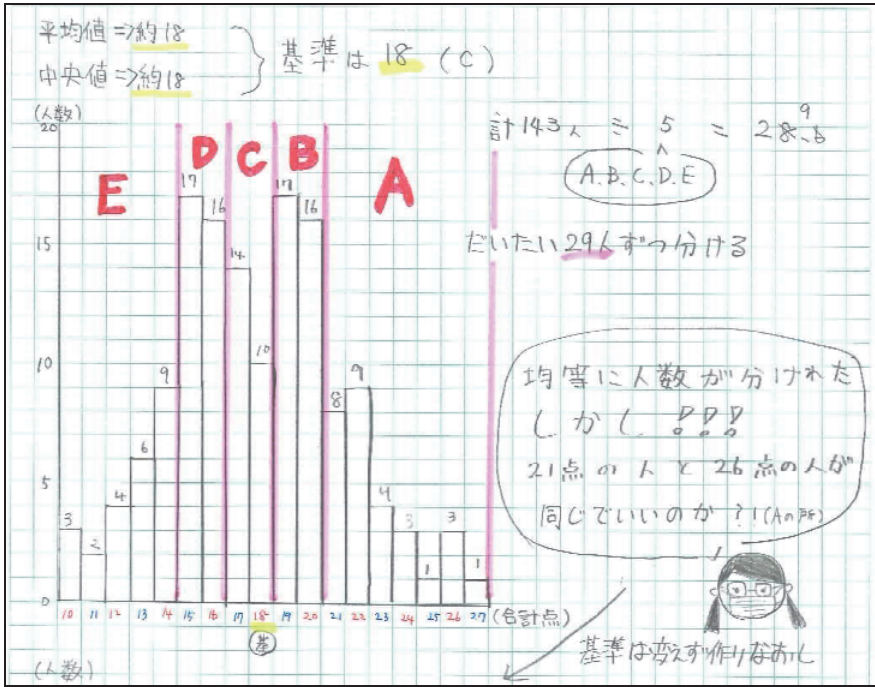


図6：人数が均等になるように区分した例

四分位数につながる考えであるデータの個数(人数)が均等になるように区分するという考えは、クラス全体で共有することができていた。これは課題設定によるものであると考えられる。何かしらの測定結果に対する判定基準を設定するという題材は、データ数によって区分するという考えを導きやすいことは確かである。生徒にとってもスポーツテストの級判定などある程度なじみがあると考えられる。そのような問題状況が作りやすいわけではないため、授業設計をするには難しい面がある。

人数を均等にするという考えは全体で共有できていたが、皆が同意していたわけではなく、A判定やE判定の人数があえて少なくなるように設定する生徒もいた。また、図6にも書かれているように、均等になるように区分した結果、同じ区分に入る生徒の得点に差が生じているケースもあり、そこから若干の調整を施す生徒もいた。

6項目の得点をそのまま合計するのではなく、「附中らしさ」をより表している項目（例えば「発信力」「行動力」）については得点を2倍にするなど重み付けをするなどの考えも出ていた。単元後半では、そのような重み付けの是非なども含めて話し合いが行われた。

4. 考察

(1) データを「個数」によって区分する発想を引き出すことについて

データを「個数」に注目して区分するという発想を生徒から引き出すことについては大鹿実践では成功していた。四分位数や箱ひげ図の導入につなげることを意図した単元構成にすれば、課題をもう少し簡略化したものに調整することで、生徒の考えを生かして四分位数を導入することも可能だろう。その際の課題として、ランク分けの判定基準を設定するというものが有効であることは確かであるし、統計の問題としても面白い課題であると思われる。ただそのような課題は、生徒が遭遇しやすいよくある場面ではないので、扱いやすい課題であるとはいえない。できればもう少し生徒にとってなじみのある場面で問題を提示できるとよいだろう。

また、単元を貫く課題として設定した際にも、後半部分で箱ひげ図を用いる利点や有用性を感じさせにくいのも難点である。先にも述べたが、多群比較をするような場面で各群の分布や全体的な相違を把握するために箱ひげ図は有用であるが、判定基準を設定する課題から多群比較での箱ひげ図の活用へとつなげるためには、別途単元構成の工夫が必要だろう。

(2) 先に手法を示して指導する展開について

算数・数学では多くの領域で、児童・生徒が問題解決する過程で概念を見出し、教師が後からラベリングをするような指導を目指して指導が組み立てられている。それ自体は児童・生徒の主体的な学びや発想力の育成の観点からも素晴らしいと思うが、やはりすべての内容をそのように指導するのは無理があるかもしれない。今回の四分位数と箱ひげ図の導入についてもそうだが、生徒からその発想を導き出させるのではなく、先にそういった手法があることを伝え、そこから学習を展開することも視野に入れて検討を進める必要があるだろう。

「データの活用」領域における学習内容として、第3学年では標本調査を扱う。特に新教育課程では、標本分布についても触れるように配慮されているのだが、これについても生徒の発想に基づいて展開するのは難しい内容だと思われる。「母集団の特徴や傾向について全て調べきれないわけではないので、一部を取り出して調べよう」という標本抽出につながる動機や、「偏りなく取り出すにはどうしたらいいだろうか」という抽出方法についての検討は、そのまま問題として生徒に考えさせることができるだろう。だが標本分布については、「くり返し標本を抽出した際に、各標本でどれくらいばらつきがあるのだろうか」「標本サイズをいろいろ変えて、それぞれ抽出をくり返したときの結果を並べて比べてみよう」といった問題意識や発想を生徒から導き出すのは相当困難だろう。問題意識が現実の問題を解決する方向性ではなく、途中で行った数学的過程がどういった根拠に支えられているかという方向性の違いもあるため、教師による誘導がないと難しいと思われる。

それは高等学校数学Ⅰや数学Ⅱで扱う仮説検定も同様で、帰無仮説の前提の下で対象となる現象について考察すると、あまりに起こる確率が低い前提が誤っていたと判断する方が妥当だろうという道筋は、生徒の発想ではなかなか出ないため、教師が導く必要がある。高等学校情報科「情報Ⅱ」では重回帰分析や主成分分析などを扱うことになっており、これらも生徒の発想に基づくというよりは、手法を先に伝達する方が現実的だと思われる。ブラックボックスにならないように、手法を伝え

た後に、どのような数学が中で用いられ手法を支えているかを学習するところもきちんと扱うという形になっていくだろう。

生徒の発想を待って手法を導入していくとなると、時数を消費してしまい、手法を学んだ時点で単元が終わってしまうということになってしまう可能性もある。様々な手法を指導する統計領域の指導の在り方について、特に中等段階の指導については今後様々に議論が展開されると思われる。情報科での統計指導と数学科での統計指導について、高等学校学習指導要領解説(文部科学省, 2019)において連携することが求められていることを鑑みても、手法は情報科で知っておき、その仕組みについて数学科で掘り下げるなどの役割分担の在り方についても検討しなくてはならないだろう。

引用・参考文献

- 青山和裕. 2019. 「箱ひげ図の指導に関する一考察—指導に関して必要な事項の抽出と指導事例に対する検討—」, 『イプシロン第 61 巻』. pp.35-43.
- 高橋陽一郎他. 2011. 『数学I』. 啓林館.
- 峰野宏祐, 富田真永. 2013. 「統計手法の概念を生徒の中に構成する指導についての研究 ～四分位範囲の導入に焦点を当てて～」, 『日本科学教育学会年会論文集 Vol.37』. pp.14-17.
- 文部科学省. 2017. 『中学校学習指導要領解説数学編』. 文部科学省.
- 文部科学省. 2019. 『高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説数学編理数編』. 学校図書.