

算数における目的に応じた式変形の指導に関する研究

<修士論文要旨>

岡田 昂大

第1章 問題の所在と本研究の目的	4.1.2 台形の求積問題
1.1 問題の所在	4.1.3 4.1.1と4.1.2のまとめ
1.2 本研究の目的	4.2 困難克服に向けて有効と目される指導行為
第2章 先行研究と課題の焦点化	4.2.1 パターン一般化問題の困難に対処するための指導行為
2.1 全国学力・学習状況調査の分析	4.2.2 台形の公式導出における困難に対処するための指導行為
2.2 三輪の研究	4.3 本章のまとめ
2.3 藤井の研究	第5章 目的に応じた式変形のプロセスの困難克服に向けた指導
2.4 E. Gray & D. Tall の研究	5.1 指導の枠組み
2.5 先行研究のまとめと課題の焦点化	5.2 単元の設定
第3章 教科書分析の結果と考察	5.3 指導計画
3.1 教科書分析の方法	5.4 本章のまとめ
3.2 教科書分析の結果	第6章 本研究のまとめと今後の課題
3.3 教科書分析の考察	6.1 本研究のまとめ
第4章 目的に応じた式変形のプロセスにおける子どもが潜在的に抱える困難点と指導行為	6.2 本研究に残された課題
4.1 「目的に応じた式変形」が必要とされる場面とそこでの具体的困難	参考・引用文献
4.1.1 パターン一般化問題	

第1章 問題の所在と本研究の目的

1.1 問題の所在

式は「算数・数学のことばである」と言われるように、日常の事象における数量やその関係を簡潔、明瞭、的確に表すことのできる表現である。式のよさの1つとして、変形可能な点が挙げられ、この変形によって、より自分や他人の考えがわかる場合がある。例えば、次のような「目的に応じた式変形」を行うときである。

「連続する3つの整数の和は、中央の整数の3倍になる」ことは、次のような流れで説明できる。

- ① 連続する3つの整数を、一番小さい整数を n とし、 n , $n+1$, $n+2$ と表す。
- ② それらの和 $n+(n+1)+(n+2)$ を計算し、その結果

$3n+3$ を $3(n+1)$ の形の式に変形する。

- ③ ②で得られた式を $3 \times$ (中央の整数) とみて、中央の整数の3倍を表していることを読み取る。
- ④ ③のことから、連続する3つの整数の和は、中央の整数の3倍になるといえる。

「目的に応じた式変形」は、この②で $3n+3=3(n+1)$ のように行われている。このような「目的に応じた式変形」によって、「連続する3つの整数の和は、中央の整数の3倍になる」ことを簡潔、明瞭、的確にあらわしているのである。このように式を自在に操ることは、自分や他人の考えを伝え合うなど、数学的なコミュニケーションを図る際に重要であろう。こうした「目的に応じた式変形」に苦勞する生徒は少なくない。

平成 27 年度の全国学力・学習状況調査・数学 B 2 では、前述した「連続する 3 つの整数の和は、中央の整数の 3 倍になる」という予想を証明する問題が出題された。問題の流れは次の通りである。

まず具体例がいくつか並べられ、そこから予想が立てられている。

$$1, 2, 3 \text{ のとき } 1 + 2 + 3 = 6 = 3 \times 2$$

$$3, 4, 5 \text{ のとき } 3 + 4 + 5 = 12 = 3 \times 4$$

$$10, 11, 12 \text{ のとき } 10 + 11 + 12 = 33 = 3 \times 11$$

予想 **連続する 3 つの整数の和は、中央の整数の 3 倍になる**

生徒は、(1)で連続する 3 つの整数が 19, 20, 21 のときに予想が成り立つことを式で示し、(2)で文字式を用いて予想がいつでも成り立つことを証明する。(2)では、 $3n+3$ が 3 の倍数であると示すという目的を考慮すれば、 $3n+3=3(n+1)$ と式変形できる。

『全国学力・学習状況調査報告書』より、(2)の解答類型を分析してみると、 $3n+3=3(n+1)$ と「目的に応じた式変形」を行えた生徒は 41%、 $3(n+1)$ で計算を終えた生徒は 11.3%、文字式の計算を間違えた生徒は 24.3%であった。

この結果から、何かしらの計算は行ったが、「 $n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)$ 」という「目的に応じた式変形」に至らなかった生徒は 35.6%いることがわかる。このような「目的に応じた式変形」を行わなかった生徒は、毎年一定数いる。

このような現状に対し、國宗(2017)は、「この『目的に合った式変形』という活動は、生徒にとって大変抵抗がある。文字式の計算はよく行われるが、ある意図をもって式を変形するという学習経験は、それまでにほとんどないからである。」(p.233)と述べている。

「目的に応じた式変形」の学習経験が限られており、「目的に応じた式変形」を行えない生徒がある程度いるという現状を鑑みると、中学 2 年生で「目的に応じた式変形」を学習する以前から、教師が「目的に応じた式変形」の指導（あるいは、その素地指導）をしていくことが、改善策の 1 つ

となりうるだろう。

「目的に応じた式変形」の指導では、文字式を用いた指導と文字を使わない式（数のみの式）を用いた指導が考えられるが、「目的に応じた式変形」に至らない生徒の中には、文字式の計算を苦手とするような生徒も含まれている。そのような生徒に対応できるようにするためにも、文字式の学習の前の段階で、児童生徒が文字を使わず、数のみの式で「目的に応じた式変形」を行うことができるような指導を考えることは、重要なことだと考えられる。

1.2 本研究の目的と構成

本研究の目的を、「目的に応じた式変形」を行うためにはどのようなプロセスが必要なのか先行研究から見出し、「目的に応じた式変形」は小学校でどのように指導されてきて、どのような指導上の困難さがあるのか明らかにし、困難を克服するのに有効と目される指導行為を特定し、算数科で行える指導を検討すること」と定める。

第 2 章 先行研究と課題の焦点化

本章では、目的に応じた式変形を行うために必要なプロセスを、先行研究から明らかにした。

2.2 三輪の研究

三輪(1996)は、文字式利用の図式(図 2.1)を挙げ、この図式について次のように述べている。

この図式は、点で示される 3 つの状態：事象、文字式、文字式' と、線で示される 3 つの過程：表す、変形、読むから成る三角形上のものである。事象は、出発点・到達点となるもので、問題、あるいは、パターン等、その場の状況によってさまざまな形をとる。3 つの過程を一廻りするすることで、新しい発見や洞察が得られることが期待され、それが到達点と考えられる。文字式と文字式'を区別するのは、後者が前者を変形という過程を経たことを示すためである。(三輪, 1996, p.2)

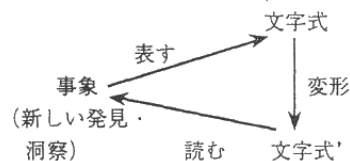


図 2.1 文字式利用の図式(三輪, 1996, p.2)

三輪の考えでは、式の変形を行うときには、まず示したい目的(事象・問題における目的)をはっきりさせるが必要になる。次に、その目的を達成するための見通し(その目的を踏まえた文字式'に対する見通し)を立て、その後に文字式を文字式'になるように式変形するという3つの段階が想定されているのである。

2.3 藤井の研究

藤井(2013)は、三輪のモデルを発展させ、そのモデルの適用範囲を算数の文脈にも広げ、図2.2のような問題解決過程のモデルを示している。

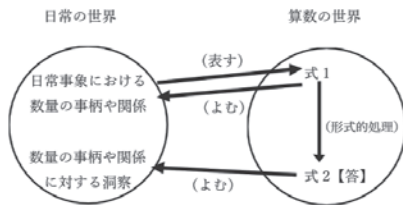


図2.2 算数を用いた問題解決型過程(藤井, 2013)

図2.2は日常事象における数量の事柄や関係を式で表し(式1)、式1を形式的に処理し(式2)、式2をよみ、数量の事柄や関係に対する洞察を得る、という問題解決の流れを表している。

藤井は、図2.2の式1から式2への形式的処理について、「式の形式的処理」の過程は、単に答えを得るためではなく、意図的に式を変形して、元の事象への理解を深める場合もある、としている。つまり、算数においても、答えを求める(式を簡単にする)だけでなく、「目的に応じた式変形」が想定されるというのである。

さらに藤井は、「式の形式的処理」の過程の前後において「式をよむ」ことが決定的に重要な役割を担う(p.72)と、「式の形式的処理」と「式のよみ」との密接な関係について注意している。というのも、我々が式1を式2に形式的処理したいという意図を明確に持っていたとしても、実際に形式的処理に関する知識・技能(例えば、実際にある形式的処理が可能であるかどうかの知識など)がなければ、必ずしも形式的処理につながるとは限らないからである。そこでは、式1を見て、「式

1は式2に形式的処理することが可能である」とよむことができ、初めて式2に変形することができるからである(形式的には、「(式1, 式1→式2)∴式2」ということであろう)。

このように藤井は、式の形式的処理を行う前に式をよみ、意図的に式を変形するということの重要性を示している。

2.4 E.Gray & D.Tallの研究

Gray & Tall(1993)は、数学の記号における二面性について述べている。彼らは、あるプロセス、もしくはそのプロセスの結果のいずれかを表す記号をプロセプトとよび、プロセプトはあるプロセスとある概念の両方を二重に表していると述べている。彼らは、次のような例を挙げている。

- ・「 $3+2$ 」は、数え上げなどによる3と2のたし算というプロセス、あるいは $3+2$ は5であるという和概念の両方を表している。
- ・「 $3/4$ 」は、4による3の分割というプロセス、あるいは分数 $3/4$ の概念の両方を表している。
- ・「 $+2$ 」は、右へ2単位移動のプロセス、あるいは有符号数 $+2$ の概念の両方を表している。(p.6)

代数的なプロセプトとしては「 $3a+4b$ 」が挙げられる。この式は、「 a を3倍したものに b を4倍したものを加える」というプロセスと、心的に操作することのできる1つの対象(「 $3a+4b$ 」という一つの対象)の両方を表していると考えられるからである。文字式の初学者は、「 $3a+4b$ 」をそのままにしておくことに違和感を抱き、更なる計算ができないか尋ねたり、それを「 $7ab$ 」のように無理矢理計算してしまったりする。しかし、「 $3a+4b$ 」をプロセプトとして捉え、「 $3a+4b$ 」を操作・演算の対象(一つのかたまり)とみることができれば、「 $3a+4b$ 」のままにしておくことに繋がる。本研究では、式をプロセプトとして捉えることを、「式をかたまりとしてみる」ことと呼ぶことにする。

2.5 先行研究のまとめと本研究の焦点・課題

2.2～2.4節の先行研究を踏まえて検討してみると、「目的に応じた式変形」には、

- 「見通しを立てる」
- 「式をよむ」

「式をかたまりとしてみる」

という3つのプロセスが必要であり、これらのプロセスが同時に働いて「目的に応じた式変形」が行われるのではないかと考えられた。

ただし、これら3つのプロセスはそれぞれ密接に関わっており、「目的に応じた式変形」のサブプロセスのような働きをしていると考えられる。これらのプロセスがどのような順番で行われるかは、学習者によるであろうし、それを確認することは難しいだろう。そのため本研究では、3つのプロセスの順番は考慮せず、それぞれのプロセスは独立し、互いに関わりあっているという立場に立つ。

次章では、「目的に応じた式変形」の指導に関わって、上記3つのプロセスは、どこどのように指導されているのか、算数の教科書を対象にして、調査・分析してみることにした。

第3章 教科書分析の結果と考察

3.1 教科書分析の方法

分析する対象は、啓林館、学校図書、教育出版、東京書籍、大日本図書、日本文化出版が出版する小学校(2～6年)の平成27年度版の算数教科書である。調査範囲を2年生としたのは、「式をかたまりとしてみること」の指導ができるよう、()を学んだ後からとしたからである。それぞれの教科書の記述に目を通し、前章で上げた3つのプロセスが指導されているかどうかを、以下の基準に沿って分類していくことにした。

○：教科書にプロセスが記載されている場合

△：教科書にプロセスが記載されていないが、教師によって指導可能だと考えられる場合

また、それぞれのプロセスが記載されているという判断基準は次の通りである。

- ① 式をよむ：式が何を表しているか説明させている。式をほかの表現と結び付けさせている。
- ② 式をかたまりとしてみる：演算記号の入った式が数量を表している。
- ③ 見通しを立てる：目的に合わせて式を計算せずにあえて残したり、式の計算処理を行ったり

している

3.2 教科書分析の結果

「目的に応じた式変形」の3つのプロセス全てが教科書に記載されていた。それら3つのプロセスは、算数でも、個別には指導されていたことから、「目的に応じた式変形」の素地指導は算数においても行われていたと言えるだろう。

また、3つのプロセスすべてを指導しうる単元はあった。例えば、5年生の「式と計算」単元である。図3.1の間2では、 $0.25 \times 4 = 1$ を利用して、工夫して計算できないかと問うていることから、「見通しを立てる」ことを促すような指導を含む問題になっているといえよう。


 4.2÷0.25を、 $0.25 \times 4 = 1$ を使って計算してみましょう。

図3.1 プロセス③の記載例(啓林館『わくわく算数5年』, 清水静海ほか, p.63)

一方、図3.1の同単元では、「いちごの計数問題」を扱っており(図3.2)、この問1の④では、「(式として与えられている)考え方を表している図を選ぼう」と、式をよみ(①)、図と関連付ける問題を出している。また、この問題は、「式をかたまりとしてみる」ことが必要とされる問題でもあり(例えば、かいとさんの $6 \times 6 - 4 \times 4$ の 6×6 や 4×4 をかたまりとみることが必要)、②を指導しうる問題にもなっている。



図3.2 いちごの計数問題(啓林館『わくわく算数5年』, 清水静海ほか, p.64)

このように、5年「式と計算」単元には、同一

単元内で3つのプロセス全てを指導しうる紙面構成にはなっていた。しかし、教科書の問題・紙面構成では、3つのプロセスを、1つの教材でつながりをもって指導できるわけではないので、この点は注意が必要だろう。こうした状況は、4年生の「式と計算の順じよ」でも言えることである。

他にも、1つの題材で、2つのプロセスが記載されている題材はあった（例えば、6年「文字と式」、5年「面積」など）。

加えて、3つのプロセスの指導の仕方についてみると、「式をよむ」プロセスについては、問題として出されることが多かった。式をよんで図や表と関連付けたり、式があらわしている意味を言葉で表現したりする活動がさまざまな単元で行われていた。

3.3 教科書分析の考察

3.2節の教科書分析の結果に基づき、目的に応じた式変形の授業改善に向けた考察を行った。

まず、3つのプロセスを、同一教材によって、つながりを持たせながら指導できる教材を開発する、あるいは現在の教材をそのように改善する意義はある。それぞれのプロセスは、個別であれば様々な単元で指導されている。しかし、平成27年度版の算数教科書を見る限り、「目的に応じた式変形」の3つのプロセスを、つながりをもって同一問題で直接扱うことができる題材はない。先に挙げた3つのプロセスを、同一題材でつながりをもって指導するという事は、「目的に応じた式変形」の指導改善に向けた1つの提案となりうるだろう。

このような教科書の現状と、1.1節で述べた算数での「目的に応じた式変形」の指導の必要性から、本研究では今後、「目的に応じた式変形」の3つのプロセスに関して、つながりを持って指導できるような授業の提案を目指すことにするが、教科書分析の結果を踏まえると、そうした授業ができそうな題材として、2つの問題が挙げられる。

1つ目は「式と計算」（5年）の、いちごの個数を数える問題である（図3.2）。問題1のあ、いのように、式からいちごの数え方をよみとり、言葉

で説明したり、図と関連付けたりする活動が設けられていることから、「式をよむ」プロセスは指導されているといえるだろう（そもそも、節のタイトルが「式のよみ方」である）。ところが、この問題は、図3.3のように、いちごの個数を規則的に変化させることで、パターン一般化問題になる。このようなパターン一般化問題は、「式をかたまりとしてみる」ことや「見通しを立てる」ことの見出させることができると考える。

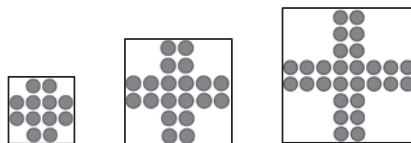


図3.3 いちごの計数問題のパターン一般化問題化

2つ目は面積（5年）の台形の公式の導出場面である（図3.8）。この面積の単元では、三角形や平行四辺形の面積を求め、求め方を公式化した後に、台形の面積を三角形や平行四辺形の面積の求め方を使って求めていく学習を行う。

ここで、台形の面積の求め方を公式化する際に、 $(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$ という式変形後の形の見通しを立てたり、 $(\text{上底} + \text{下底})$ をかたまりとしてみたりする指導は可能である。そのため、ここに「式をよみとる」指導を加えることができれば、①～③のプロセス全てが関与した「目的に応じた式変形」の授業提案になりうると考えられるのである。



図3.4 台形の公式の導出場面(啓林館『わくわく算数5年』, 清水静海ほか, p.128)

第4章 目的に応じた式変形のプロセスにおける子どもが潜在的に抱える困難点と指導行為

本章では、「目的に応じた式変形」の3つのプロセスに関して、子どもが潜在的に抱える困難点とその克服に有効と目される指導行為について整理し、それらを「目的に応じた式変形」の指導の枠組みの基本的な要素に据えることにした。

4.1 「目的に応じた式変形」が必要とされる場面とそこでの具体的な困難

本節では、「目的に応じた式変形」が必要とされる場面とそこでの具体的な困難について整理した。対象とする教材は4・5年生の「変わり方」の単元で頻出する「パターン一般化問題」と、5年生の「台形の求積公式の導出場面」である。4.2節では、4.1節で見出した「目的に応じた式変形」のプロセスの困難克服に向けて有効と目される指導行為について、それぞれの教材ごとに考察した。

4.1.1 パターン一般化問題

坪田(2017)の指導事例から諸困難を挙げる。

図4.1のような正方形の個数が5個のときのマッチ棒の本数を求めるが、求め方の1つに、図4.2のようなものがある(この考え方をロココとする)。



図4.1 マッチ棒問題



図4.2 ロココの考え方

ロココの考え方の式は $4+3\times 4$ と表せる。この式は、 $4+3\times(5-1)$ と式変形することで、正方形の数が決まればマッチ棒の本数も求められるような式になり、正方形の数が大きくなってもマッチ棒の本数を求めることができる。このような場面で、「目的に応じた式変形」は行われるだろう。

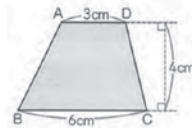
パターン一般化問題における、目的に応じた式変形のプロセスの困難には、次の点が挙げられた。

表4.3 パターン一般化問題における困難

	「パターン一般化問題」における困難
困難①: 「目的に応じた式変形」ができない	$4+3\times 4=4+3\times(5-1)$
困難②: 式がよめない	$4+3\times 4=4+3\times(5-1)$ の4, 3 や 4 など
困難③: 式をかたまりとしてみることができない	$(5-1)$ のままにしておく, そしてそのかたまりを演算の対象としてみる
困難②+③:	$(5-1)$ をかたまりと見て, それが図のどの部分に対応しているかが分からない
困難④: 式変形の見通しを立てられない	明瞭な式にするという目的が分からない

4.1.2 台形の公式の導出場面

図3.4のような台形の公式の導出場面を例に挙げる。(以下の3つの図は図3.4に記載されている)



下左図のような三角形にわたる考え方は、総合式で表すと $3\times 4\div 2+6\times 4\div 2$ という式になり、下右図のような平行四辺形にわたる考え方を総合式で表すと、 $(3+6)\times 4\div 2$ という式になる。

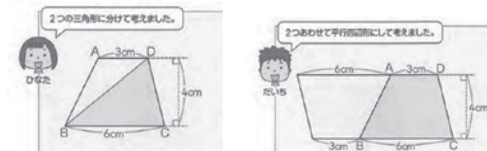


表4.4 台形の公式の導出場面における困難

	「台形の公式の導出場面」における困難
困難①: 「目的に応じた式変形」ができない	$3\times 4\div 2+6\times 4\div 2$ $= (3+6)\times 4\div 2$
困難②: 式の共通部分が多項式になるとよめない	$3\times 4\div 2+6\times 4\div 2$ $= (3+6)\times 4\div 2$ の $4\div 2$
困難③: 式がよめない	$3\times 4\div 2+6\times 4\div 2$ $= (3+6)\times 4\div 2$ の3, 6 や 4 など
困難④: 式をかたまりとしてみることができない	$(3+6)$ のままにしておく, そしてそのかたまりを演算の対象としてみるができない
困難③+困難④:	$(3+6)$ をかたまりと見て, それが図のどの部分に対応しているかが分からない
困難⑤: 分配法則を両方向からみて, 式変形に使えない	$a\times(b+c)\rightarrow a\times b+a\times c$ としかよめない
困難⑥: 式変形の見通しを立てられない	簡潔な式にするという目的がわからない 三角形の公式「底辺 \times 高さ $\div 2$ 」などと同じような形に公式化するという見通しを立てられない

公式化では、2つ（以上）の式を比較して、「(上底+下底)×高さ÷2」の形に変形する。例えば、 $3 \times 4 \div 2 + 6 \times 4 \div 2 = (3 + 6) \times 4 \div 2$ のように変形することが必要となる。この式変形における困難としては、表 4.4 の諸点が挙げられた。

4.2.1 パターン一般化問題の困難に対処するための指導行為

五味（2018）は、児童のパターン一般化を促す教師のよい指導行為として、以下の8つを挙げている。

- ・パターン図の予想と注目する部分の焦点化
- ・位置とパターンのリンクを促す明示的質問
- ・パターン図を描画する際の色使用
- ・数え方の描画的表現 ・他のパターン図の予想
- ・表現形式（表）の使用 ・表と図の対応付け
- ・単一変化思考・加算ストラテジー

これらの指導行為から、「パターン一般化問題」における「目的に応じた式変形」のプロセスに有効と目される指導行為として次の4つを見出した。

- ・パターン図の予想と注目する部分の焦点化
- ・位置とパターンのリンクを促す明示的質問
- ・パターン図を描画する際の色使用
- ・式と他の表現との対応付け

4.2.2 台形の公式の導出場面

古藤ら(1992)、新算数教育研究会(1991)、金本ら(2008)の指導事例から、目的に応じた式変形のプロセスに有効と目される次の4つの指導行為を見出した。

- ・式の比較 ・式と他の表現との対応付け
 - ・図の色使用 ・既習の面積の求め方の振り返り
- また、分配法則を逆向きに見るという指導は指導事例から得られなかったため、次の2つの指導を用いることとした。
- ・形式的な指導
 - ・図を用いた指導

4.3 本章のまとめ

4.3節では、「目的に応じた式変形」のプロセスにおける子どもが潜在的に抱える困難点と指導行為について整理した。

「目的に応じた式変形」ができないという大きな困難を D、「目的に応じた式変形」のプロセスができないという小さな困難を d とし、それぞれの困難を D, d1～d5 で類別としたものを表にまとめると次のようになる。

表 4.5 子どもの潜在的に抱える困難点とそれに対する指導行為

	パターン一般化問題	台形の公式の導出場面
D 「目的に応じた式変形」ができない		
d1 共通部分がよめない		・式の比較
d2 式がよめない	・パターン図を描画する際の色使用 ・数え方の描画的表現 ・式と他の表現との対応付け	・式と他の表現との対応付け ・図の色使用
d3 演算記号が残った式をそのままにしておけない。演算の対象としてみるができない	・パターン図を描画する際の色使用 ・式と他の表現との対応付け	・式と他の表現との対応付け ・図の色使用
d4 分配法則を両方向から見、式変形に使えない		・形式的な指導 ・図を用いた指導
d5 式変形を行うという見通しを立てられない	・パターン図の予想と注目する部分の焦点化 ・位置とパターンのリンクを促す明示的質問	・既習（三角形や平行四辺形）の面積の求め方を振り返る

d4 は「台形の公式の導出場面」において出現する、分配法則を逆向きに見ることができないという困難であるとし、この困難に対する指導は「台形の公式の導出場面」の中で行うのは難しいと判断した。そのため、d4 の指導に関しては、別の場面で指導を行う必要があるとした。

第5章 「目的に応じた式変形」の困難克服に向けた指導

本章では、実際に「目的に応じた式変形」の困難点の克服に向けた指導を含んだ授業を考察していく。5.1 節では、指導の枠組みを定める。「目的に応じた式変形」の指導過程を整理し、そこに 4.3 節で考察したよい指導行為を組み合わせる。5.2 節では、単元の設定を行い、5.3 節で指導計画を立てる。

5.1 指導の枠組み

4章で見出した指導行為と、「目的に応じた式変形」において経ると考えられる指導過程を組み合わせ、指導の枠組みを定めた。

表 5.1 指導の枠組み

	パターン一般化問題	台形の公式の導出場面
(1) 公式づくりを促す	・パターン図の予想と注目する部分の焦点化 ・位置とパターン図のリンクを促す明示的質問	・既習の求積方法の振り返り
(2) 完成形への見通しを立てさせる	・パターン図の予想と注目する部分の焦点化 ・位置とパターン図のリンクを促す明示的質問	・既習の求積方法の振り返り
(3) 個別例を示して気づきを促す	・パターン図を描画する際の色使用 ・式と他の表現との対応付け	・式と他の表現との対応付け
(4) 例を続けて気づきを促す	・パターン図を描画する際の色使用 ・式と他の表現との対応付け	・式の比較 ・図の色使用 ・式と他の表現との対応付け
(5) ことばの式で完成形を明示する	・式と他の表現との対応付け ・パターン図を描画する際の色使用	・式と他の表現との対応付け ・図の色使用

5.2 単元の設定

5.2 節では、単元の設定を行った。単元名は「目的に応じた式変形」とした。「マッチ棒問題」、「台形の公式の導出場面」の2つの教材で、「目的に応じた式変形」のプロセスの指導を考察した。

5.3 指導計画

5.3 節では、指導計画を定め、第1時と第4時の指導の展開を記載した。

第1時 正方形にならべたときのマッチ棒の本数の求め方と公式化

第2時 多角形にならべたときのマッチ棒の本数の求め方と公式化

第3時 分配法則のきまり

第4時 台形の面積の求め方

第5時 台形の面積の公式化

第6時 面積の同じ台形の求め方

6章 本研究のまとめと今後の課題

6.1 本研究のまとめ

○ 「目的に応じた式変形」を行うためのプロセスの整理

第2章では、2.2～2.4 節の先行研究を踏まえて検討してみると、「目的に応じた式変形」には、「見通しを立てる」「式をよむ」「式をかたまりとしてみる」という3つのプロセスが必要であり、これらのプロセスが同時に働いて「目的に応じた式変形」が行われるのではないかと考えられた。

ただし、本研究では、3つのプロセスの順番は考慮せず、それぞれのプロセスは独立し、互いに

関わりあっているという立場に立つこととした。

○ 「目的に応じた式変形」の3つのプロセスの教科書分析

第3章では、第2章で明らかにした「目的に応じた式変形」の3つのプロセスがそれぞれどのように指導されているのか、算数の教科書を分析することによって明らかにした。その結果、「目的に応じた式変形」の3つのプロセス全てが教科書に記載されていた。それら3つのプロセスは、算数でも、個別には指導されていたことから、「目的に応じた式変形」の素地指導は算数においても行われていたと言えるだろう。

また、3つのプロセスすべてを指導する単元はあった。例えば、5年生の「式と計算」単元である。しかし、教科書の問題・紙面構成では、3つのプロセスを、1つの教材でつながりをもって指導できるわけではないため、3つのプロセスを、同一教材によって、つながりを持たせながら指導できる教材を開発する、あるいは、現在の教材をそのように改善するということが、「目的に応じた式変形」の指導改善に向けた1つの提案となると考察した。

さらに、「目的に応じた式変形」の指導が可能であると考えられる教材を「パターン一般化問題」、「台形の公式の導出場面」の2つに絞り、この2つの教材における指導を考察していく方向性を定めた。

○ 「目的に応じた式変形」の3つのプロセスの困難と困難に対する指導行為

第4章では、「マッチ棒問題」、「台形の公式の導出場面」における「目的に応じた式変形」が行われるような場面を特定し、そこでの具体的困難について見出した。

さらに、パターン一般化問題の困難に対しては、五味 (2018) の同定した指導行為から、「台形の公式の導出場面」の困難に対しては古藤 (1992) などの指導事例から、有効と思われる指導行為を見出し、4.3 節で整理した。

○ 「目的に応じた式変形」の3つのプロセスの

指導

第5章では、「目的に応じた式変形」の指導を提案した。5.1節では、第4章で明らかにした具体的困難とその指導を、「目的に応じた式変形」の指導過程と組み合わせ、指導の枠組みを定めた。

5.2節では、その指導の枠組みを踏まえ、単元の設定を行った。教材としては、「マッチ棒問題」、「台形の公式の導出場面」を扱うこととした。5.3節では、単元の設定に基づいた指導計画を記載し、「目的に応じた式変形」の指導の展開を提案した。

6.2 本研究に残された課題

本研究に残された課題は以下の3点挙げられる。

第1に、「目的に応じた式変形」にかかわる他のプロセスや困難の検討である。「目的に応じた式変形」は、問題を解決する中的一部分にあらわれる行為である。先行研究からは、「目的に応じた式変形」の困難性の特定や指導の枠組みは明らかになっていないのが現状である。他にもプロセスがないか、児童の抱える潜在的な困難はないかを検討する必要があると考えられる。

第2に、分配法則の指導の本研究での妥当性の検証と他の可能性に関する検討である。本研究では、「台形の公式の導出場面」で、「目的に応じた式変形」のプロセスが行われるとし、「目的に応じた式変形」を行う困難の1つとして、分配法則を逆向きに使うことを挙げた。その困難に対する指導は指導事例から見出せなかったため、考えられる指導を挙げることにした。また、指導を「台形の公式の導出場面」の中で行うのは難しいと判断したため、同教材の学習を行う前時に指導することとした。このような現状から、分配法則の指導の本研究での妥当性の検証と他の有効な指導の可能性に関する検討が必要であろう。

第3に、「目的に応じた式変形」の指導の枠組み全体の妥当性の検証である。第5節で、「目的に応じた式変形」の指導を提案したが、単元全体の授業を構想したわけではない。さらに、実際に指導を行っていないため、指導の有効性や妥当性の検

証が行われていない。そのため、この単元の指導が現実的に可能であるか、2つの教材を連続的に指導するよさが効果として得られるかはわからない。指導の枠組みの妥当性を検証していくことで、より「目的に応じた式変形」を児童が行おうとし、式を自在に操れるような指導につなげていきたい。

主要参考・引用文献

- 金本良通他(2008).『平成20年度版 小学校新学習指導要領ポイントと授業づくり』.東洋館出版社.
- 國宗進(2017).『数学教育における論証の理解とその指導』.東洋館出版社.
- 古藤怜・新潟算数教育研究会(1992).『算数科 多様な考えの生かし方まとめ方』.東洋館出版社.
- 小山正孝他(2015).『小学算数 1-6』.日本文教出版.
- 清水静海他(2015).『わくわく算数 1-6』.新興出版社啓林館.
- 新算数教育研究会(1991).『面積・体積をこう導く』.東洋館出版社.
- 坪田耕三他(2015).『小学 算数 1-6』.教育出版.
- 橋本吉彦他(2015).『新版 たのしい算数 1-6』.大日本図書.
- 一松信他(2015).『みんなと学ぶ小学校算数 1-6年』.学校図書.
- 藤井齊亮他(2015).『新編 新しい算数 1-6』.東京書籍.
- Gray,E. & Tall,D. (1993). Success and Failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept, *Mathematics Teaching*, **142** (3), 6-10.
- 藤井齊亮(2013).「式は算数の言葉～擬変数を用いて説明する～」.『初等教育資料』, 第9号, 70-73.
- 三輪辰郎(1996).「文字式の指導序説」.『筑波数学教育研究』, 第15巻, pp.1-14.
- 文部科学省・国立教育政策研究所(2015).『平成

27年度全国学力・学習状況調査報告書 教科に関する調査の各問題の分析結果と課題：中学校 数学B』

[https://www.nier.go.jp/15chousak
ekkahoukoku/report/data/mmath_05
.pdf](https://www.nier.go.jp/15chousak
ekkahoukoku/report/data/mmath_05.pdf)